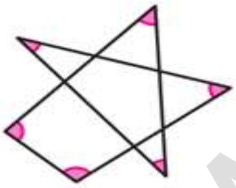
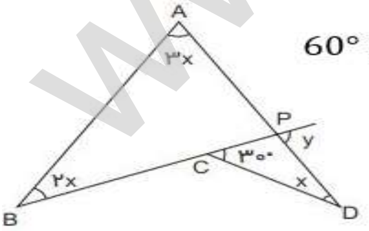
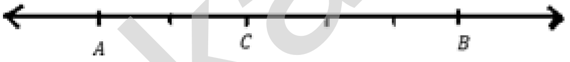
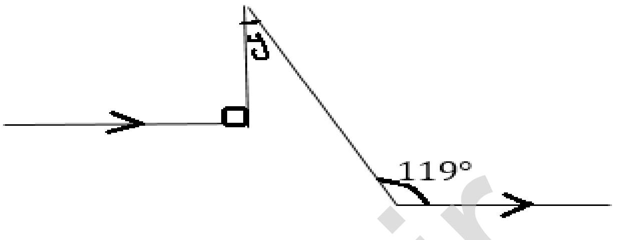
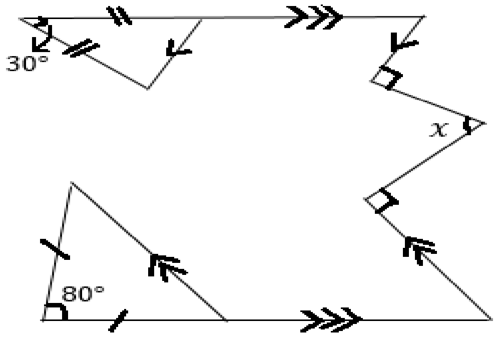
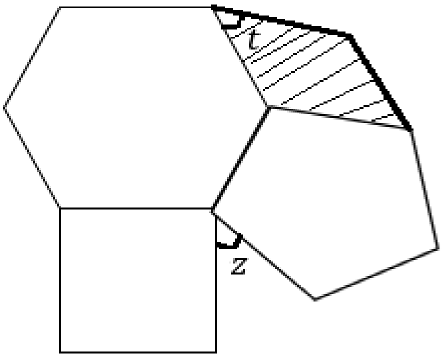
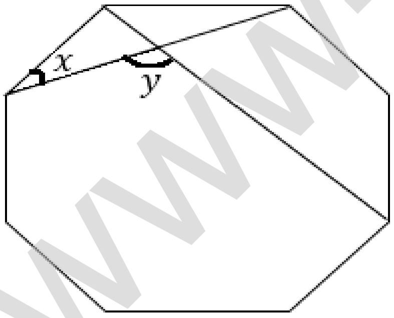
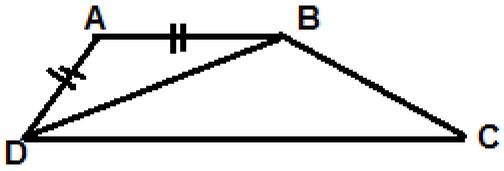
نام :	سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان **اداره کل آموزش و پرورش فارس** **اداره آموزش و پرورش جهرم** **مرکز پرورش استعدادهای درخشان آیت الله شب زنده دار جهرمی** **مهر آموزشگاه**	**تاریخ آزمون:** **۱۴۰۳ / ۱۰ / ۰۸**
نام خانوادگی:		**زمان پاسخگویی :** **۱۰۰ دقیقه**
پایه: هشتم		**ساعت آزمون:** **۸ صبح**

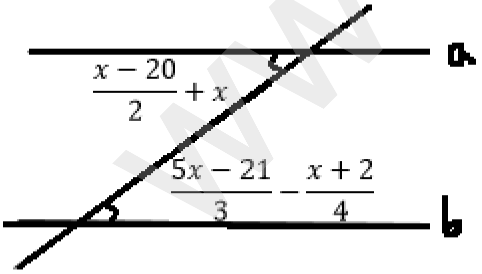
درس: ریاضی	**نوبت امتحانی : نوبت اول**	**تعداد سوالات: ۱۷**	**تعداد صفحات: ۴**	**دبیر :** **عباسی**

نمره به عدد: **نمره به حروف:**

ردیف	گالیله:" ریاضیات الفبایی است که خداوند جهان را بر مبنای آن خلق کرد".	بارم
1	درستی یا نادرستی هریک از عبارت های زیر را مشخص کنید. درست نادرست (الف) حاصل ضرب هر عدد گویای غیرصفر در قرینه معکوسش برابر 1 است . ☐ ☐ (ب) عدد $14^{15} + 13^{12} + 11\,!$ یک عدد مرکب است. ☐ ☐ (پ) اگر $a \perp b$ و $b \parallel c$ و $c \perp d$ و $d \perp e$ آن گاه $a \parallel e$ است. ☐ ☐ (ت) در غربال اعداد کوچکتر از 100 آخرین عدد تقریبا اولی که خط می خورد 91 می باشد. ☐ ☐	1
2	گزینه صحیح را انتخاب کنید. (الف) حاصل عبارت مقابل برابر کدام گزینه می باشد؟ $2 - 5 + 6 - 9 + 10 - 13 + \cdots + 198 - 201$ 1) -147 2) -150 3) -153 4) -144 (ب) چه تعداد از جملات زیر درست هستند؟ متوازی الاضلاعی که محور تقارن داشته باشد حتما یا مستطیل است یا لوزی. هرچهارضلعی که قطرهایش بر هم عمود باشد ، لوزی است. چهارضلعی که چهار محور تقارن داشته باشد ، مربع است. اگر وسط های اضلاع یک مستطیل را به طور متوالی به هم وصل کنیم یک لوزی ساخته می شود. 1) 3 2) 2 3) 1 4) 0 (پ) در شکل زیر مجموع زاویه های رنگ شده چند درجه است؟  1) 180° 2) 360° 3) 540° 4) 720° (ت) در شکل مقابل اندازه زاویه y کدام است؟ 1) 30° 2) 50° 3) 55° 4) 60°  	1
3	جاهای خالی را کامل کنید. (الف) اگر $\frac{5}{9} = \frac{1}{x+\frac{1}{y+\frac{1}{z}}}$ آن گاه .... $= x + y + z$. (ب) تعداد شمارنده های مرکب عدد 1404 برابر .... و تعداد شمارنده های طبیعی زوج آن برابر .... می باشد. (پ) اگر ثلث تفاضل دو عدد اول برابر 15 شده باشد آن گاه مجموع این دو عدد برابر .... می باشد. (ت) از عددی ثلث آن عدد را کم کردیم ، حاصل 5 واحد بیشتر از ربع آن عدد شد. آن عدد برابر با .... بوده است.	1.25

4	حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. (الف) $1^2+2^2+3^2+\cdots+20^2=$ (ب) $\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\div\left(\frac{1}{3}+1\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}=$ (پ) $\frac{13}{3\times7}+\frac{13}{7\times11}+\frac{13}{11\times15}+\cdots+\frac{13}{35\times39}=$	0.5 0.5 0.5
5	(الف) کسر زیر را به صورت مجموع کسرهای مصری بنویسید $\frac{11}{24}=$ (ب) نوع کسر مقابل را تعیین کنید (مختوم ، متناوب ساده ، متناوب مرکب) $\frac{2}{126}$ (پ) کسر مولد عدد اعشاری زیر را بنویسید. $1/4\overline{03}=$ (پ) a را طوری تعیین کنید که قرینه معکوس کسر $\frac{3a-4}{10-2a}$ برابر $-\frac{4}{5}$ باشد.	0.5 0.25 0.25 0.5
6	در محور اعداد زیر ، نقطه A نمایش عدد $\frac{1}{3}$ و نقطه B نمایش عدد $\frac{3}{4}$ می باشد. اگر فاصله A تا B را به پنج قسمت مساوی تقسیم کرده باشیم، نقطه C چه عددی را نشان می دهد؟ 	1
7	در غربال اعداد 1 تا 222 به سوالات زیر پاسخ کوتاه بدهید: (الف) در مرحله حذف مضرب های 11 ، سومین مضرب 11 که اولین بار خط می خورد کدام عدد است؟ (ب) آخرین عددی که خط می خورد کدام عدد است؟ (پ) عدد 55 چندمین عددی است که خط می خورد؟ (ت) صد و بیستمین عددی که خط می خورد چه عددی است؟	0.5 0.5 0.5 0.5

8	اگر p یک عدد اول باشد، تعداد اعداد کوچکتر از p^3 که نسبت به p اول هستند را به دست آورید.	0.5
9	در شکل های زیر مقدار x و y را به دست آورید.   $x =$ .... $y =$	1
10	در یک n ضلعی منتظم اندازه هر زاویه داخلی 10 برابر اندازه هر زاویه خارجی است.تعداد محورهای تقارن این n ضلعی منتظم را به دست آورید. آیا این n ضلعی منتظم ، مرکز تقارن دارد؟	1.25
11	در شکل زیر چهارضلعی هاشورخورده لوزی است و بقیه چند ضلعی ها همگی منتظم هستند. مقادیر مجهول را به دست آورید.   $x =$ .... $y =$ .... $z =$ .... $t =$	2
12	در ذوزنقه زیر $AB = AD$ است. ثابت کنید BD نیمساز زاویه D است. 	0.5

13	عبارت های جبری زیر را ساده کنید. $2x(x-y)-(x-y)(x+y)-(x+y)^2=$ $(2x-1)(4x^2+2x+1)=$ مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=15$ و $y=-1403$ به دست آورید. $\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)+x-y^3}{x^2+1}=$	0.5 0.5 0.5
14	صورت و مخرج کسر های زیر را تجزیه کنید و سپس کسر را ساده کنید. $\frac{3a^2b^3+15ab^2-6ab}{9a^3b^3-18ba^2+45a^2b^2}=$ $\frac{2xz-yz+2xw-yw}{(2x-y)^2+(2x-y)(z-2x)}=$	0.5 0.5
15	به کمک استدلال جبری ثابت کنید " حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی مضرب 24 است ". ثابت کنید تفاضل مربع هر عدد دو رقمی از مربع مقلوبش همواره بر 99 بخش پذیر است.	0.5 0.5
16	در شکل زیر x را طوری تعیین کنید که $a \parallel b$ باشد.  $\frac{x-20}{2}+x$ a $\frac{5x-21}{3}-\frac{x+2}{4}$ b	1
17	اگر سن 12 سال پیش امیر و 8 سال پیش او را با هم جمع کنیم ، 7سال بیش تر از خمس سن کنونی او به دست می آید . سن کنونی امیر را به دست آورید. (با تشکیل معادله)	1
	عزیزانم پیروز و موفق باشید عباسی	20

① الف) نادرست ب) نادرست پ) درست ت) درست

---

② الف) گزینه ۲ ب) غ غ ص ص ۲ پ) ۱ ۲

ت) ۳ $۳۰ + ۲x + ۳x + x = ۱۸۰$

$x = ۲۵ \Rightarrow ۳۰ + ۲۵ = ۵۵$

---

③ الف) $\frac{۵}{۹} = \frac{۱}{x + \frac{۱}{y + \frac{۱}{z}}} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{x + z + xyz}{yz + ۱} = \frac{۹}{۵} \Rightarrow yz = ۴ \rightarrow \left.\begin{matrix} ۴x + x + z = ۹ \\ ۵x + z = ۹ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{z = -۱}\ \boxed{x = ۲}\ \boxed{y = -۴}$

$\boxed{x + y + z = -۳}$

ب) ۹ — ۱۶ ← ج)

$\frac{۱}{۳} \times (a - b) = ۱۵ \rightarrow a - b = ۴۵ \xrightarrow{\text{حدس}} \begin{matrix} a = ۴۷ \\ b = ۲ \end{matrix} \quad a + b = ۴۹$

ت) $a - \frac{۱}{۳}a = ۵ + \frac{۱}{۴}a \Longrightarrow \frac{۲}{۳}a = ۵ + \frac{۱}{۴}a \rightarrow ۵ = \frac{۲}{۳}a - \frac{۱}{۴}a = \frac{\cancel{۸-۳}\ ۵}{۱۲}a = ۵ \Rightarrow \boxed{a = ۱۲}$

---

④ محاسبه مجموع مربعات n عدد:

الف) $n(n+۱)(۲n+۱)/۶$

$n = ۲۰ \Longrightarrow ۲۰(۲۱)(۴۱)/۶ = ۲۸۷۰$

ب) $\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۳} \div \left(\frac{۵}{۳}\right)\left(\frac{۱}{۳}\right) = \frac{۱}{۳} - \cancel{۹}\,۳ \times \frac{۵}{۹} = \frac{۱}{۳} - \frac{۵}{۳} = -\frac{۴}{۳}$

پ) $\frac{۱۳}{۴}\left(\frac{۱}{۳} - \cancel{\frac{۱}{۷}} + \cancel{\frac{۱}{۷}} - \cancel{\frac{۱}{۱۱}} + \cancel{\frac{۱}{۱۱}}\ \cancel{۹} - \cancel{\frac{۱}{۱۵}} \cdots + \cancel{\frac{۱}{۳۵}} - \frac{۱}{۳۹}\right)$

$= \frac{۱۳}{۴}\left(\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۳۹}\right) = \frac{۱۳}{۴} \times \frac{\overset{۳۶\ ۱۲\ ۴}{۳۹ - ۳}}{\cancel{۳} \times \underset{۱۳}{\cancel{۳۹}}} = \boxed{۱}$

---

⑤ الف) $\frac{۱۱}{۲۴} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۸}$

ب) $\frac{۲}{۱۲۶} = \frac{۱}{۶۳} = ۰/۰۱۵۸۷۳۰۱۵۸۷۳۰\ldots \quad ۶۳ = ۳^۲ \times ۷ \longrightarrow$ متناوب مرکب

پ) $۱/۴۰\overline{۳} \qquad ۱۴۰۳ - ۱۴ = ۱۳۸۹ \qquad \boxed{\frac{۱۳۸۹}{۹۹۰}}$

ت) $\cancel{} \frac{۱۰ - ۲a}{۳a - ۴} = \cancel{} \frac{۴}{۵} \Rightarrow ۵۰ - ۱۰a = ۱۲a - ۱۶$

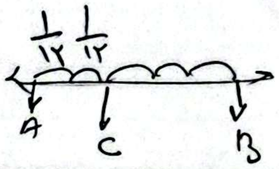
$۶۶ = ۲۲a \longrightarrow \frac{۶}{۲} = \boxed{a = ۳}$

رتبه ۱۳۵ رشته ریاضی - فیزیک کیانا

CS CamScanner

⑥

$AB = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{9-4}{12} = \frac{5}{12} \qquad \frac{5}{12} \div 5 = \boxed{\frac{1}{12}}$



$C = \frac{1}{3} + \frac{2}{12} = \frac{4+2}{12} = \frac{1}{2} \boxed{= 0/5}$

---

⑦ الف) در غربال عدد ۱ تا ۲۲۲: ① اول عدد ۱ خط می‌خورد.

② تمام مضرب‌های ۲ بجز خودش را خط می‌زنیم ⟵ $222 \div 2 - 1 = 110 \rightarrow$ ۱۱۰ عدد خط می‌خورد

③ مضارب ۳ را خط می‌زنیم ⟵ ۹ - ۱۵ - ۲۱ - ۲۷ - ۳۳ - ۳۹ - ۴۵ - ۵۱ - ۵۷ - ۶۳ - ۶۹ - ۷۵ - ۸۱ - ۸۷ - ۹۳ - ۹۹ - ۱۰۵ - ۱۱۱ - ۱۱۷ - ۱۲۳ - ۱۲۹ - ۱۳۵ - ۱۴۱ - ۱۴۷ - ۱۵۳ - ۱۵۹ - ۱۶۵ - ۱۷۱ - ۱۷۷ - ۱۸۳ - ۱۸۹ - ۱۹۵ - ۲۰۱ - ۲۰۷ - ۲۱۳ - ۲۱۹

⟹ ۳۶ عدد خط می‌خورد

④ مضارب ۵ را خط می‌زنیم ⟵ ۲۵ - ۳۵ - ۵۵ - ۶۵ - ۸۵ - ۹۵ - ۱۱۵ - ۱۲۵ - ۱۴۵ - ۱۵۵ - ۱۷۵ - ۱۸۵ - ۲۰۵ - ۲۱۵

⟹ ۱۴ عدد خط می‌خورد

⑤ مضارب ۷ را خط می‌زنیم ⟵ ۴۹ - ۷۷ - ۹۱ - ۱۱۹ - ۱۶۱ - ۲۰۳

⟹ ۶ عدد خط می‌خورد

⑥ ⟵ مضارب ۱۱ را خط می‌زنیم ⟵ ۱۲۱ - ۱۴۳ - ۱۸۷ - ۲۰۹

⟶ ۴ عدد خط می‌خورد

⑦ ⟵ مضارب ۱۳ را خط می‌زنیم ⟵ ۱۶۹ - ۲۲۱

($\sqrt{222} \simeq 14$ پس تا عدد ۱۳ کافی است)

الف) سومین مضرب ۱۱ ⟵ $\boxed{187}$

ب) آخرین عدد ⟵ $\boxed{221}$

پ) عددها ⟵ $\overset{\text{عدد ۱}}{1} + \overset{\text{مضارب ۲}}{110} + 36 + 3 = \boxed{150}$

سومین مضرب ۵ که خط می‌خورد

ت) ۱۵۰امین عددی است که خط می‌خورد

$\overset{\text{عدد ۱}}{1} + \overset{\text{مضارب ۲}}{110} + 9 \rightarrow$ ۹امین مضرب ۳

$= 120$

۱۲۰امین عدد خط می‌خورد ⟵ ۵۷ است.

کوثر تدبیری رشته ریاضی فیزیک رتبه ۱۳۵

CamScanner

⑧ از تابع فی اویلر استفاده می‌کنیم. فی اویلر(n) تعداد اعدادی که نسبت به n اول اند و کوچکتر از n هستند را نشان می‌دهد ← $\varphi(n)$.

← اعداد کوچکتر از p که با p اول هستند ← تعداد آنها برابر $p-1$ است

← اعداد بین p و p^2 ، تمام این اعداد نیز با p اول هستند پس تعداد آنها برابر p^2-p است

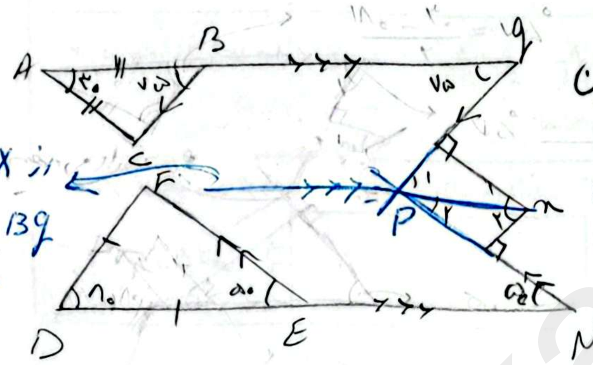
← برای اعداد بین p^2 و p^3 از فی اویلر استفاده می‌کنیم

$$\varphi(p^3) = p^3 - p^2$$

$$\Longrightarrow \text{جواب} = (p-1)+(p^2-p)+(p^3-p^2) = \boxed{p^3-1}$$

---

⑨



یک از X خطی موازی EN , Bq می‌کشیم

$$\overset{\triangle}{ABC}_{\text{متساوی الساقین}} \Longrightarrow \hat{B}=\hat{C}=\frac{180-30}{2}=75^\circ$$

$$\overset{\triangle}{DFE}_{\text{متساوی الساقین}} \Longrightarrow \hat{E}=\hat{F}=\frac{180-80}{2}=50^\circ$$

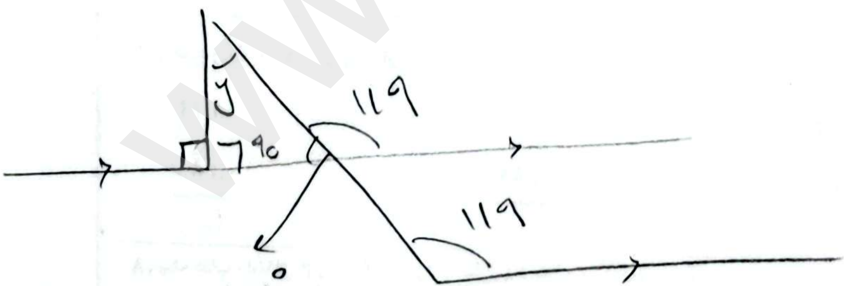
$$qP \parallel BC ,\ Bq \text{ مورب} \Longrightarrow \hat{B}=\hat{q}=75^\circ$$

$$EF \parallel PN ,\ EN \text{ مورب} \Longrightarrow \hat{E}=\hat{N}=50^\circ$$

$$Bq \parallel PX ,\ qP \text{ مورب} \Longrightarrow \hat{q}=\hat{P}_1=75^\circ \Longrightarrow \hat{n}_1=180-90-75=15^\circ$$

$$EN \parallel PX ,\ PN \text{ مورب} \Longrightarrow \hat{N}=\hat{P}_2=50^\circ \Longrightarrow \hat{n}_2=180-90-50=40^\circ$$

$$\hat{n}=\hat{n}_1+\hat{n}_2=15+40=55^\circ$$



$$180-119=61^\circ$$

$$90+61+y=180^\circ \Longrightarrow y=180-151=29^\circ$$

CamScanner

⑩

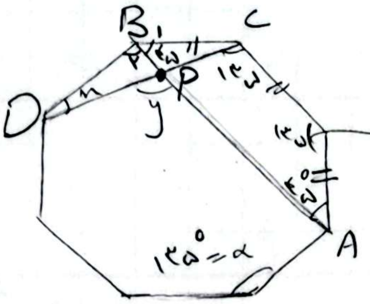
اندازه زاویه داخلی n ضلعی منتظم $\frac{(n-2)\times180}{n} \Longrightarrow \frac{(n-2)\times18\cancel{0}}{n} = 1\cancel{0}\left(180 - \frac{(n-2)\times180}{n}\right)$

$$\Longrightarrow \frac{18n-36}{\cancel{n}} = \frac{180n-180n+360}{\cancel{n}} \Longrightarrow 18n = 396 \Longrightarrow \boxed{n=22}$$

ب) چون n ضلعی زوج است مرکز تقارن داریم.

---

⑪



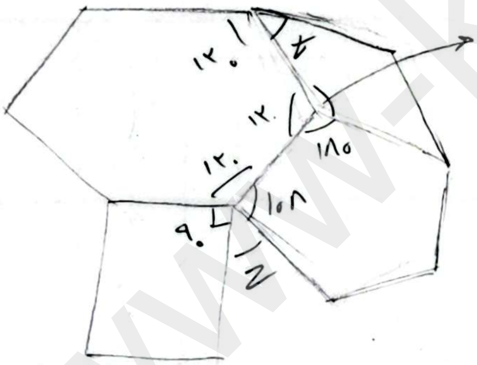
$\alpha = \frac{6\times\cancel{180}}{\cancel{8}} = 135^\circ$

ذوزنقه متساوی الساقین $\Longrightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \frac{360-2\times135}{2} = 45^\circ$

$\hat{B}_2 = 135-45 = 90^\circ$

مثلث $\hat{BCD}$ متساوی الساقین $\Longrightarrow \hat{x} = \frac{180-135}{2} = \boxed{22.5^\circ}$

$\hat{y}$ زاویه خارجی مثلث $\triangle DBP$ $\Longrightarrow \hat{y} = \hat{B}_2 + \hat{x} = 90+22.5 = \boxed{112.5^\circ}$



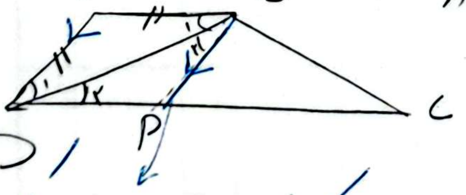
$360-120-108 = 132$

$t = 180-132 = \boxed{48^\circ}$

$z = 360-(90+108+120) = \boxed{42^\circ}$

---

⑫



یک خط موازی AD می کشیم.

$AB = AD \Longrightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1$ ①

$AD \parallel BP$ ، BD مورب $\Longrightarrow \begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{D}_2 & ② \\ \hat{D}_1 = \hat{B}_2 \end{cases}$

$\xrightarrow{①,②} \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \Longrightarrow$ DB نیمساز

⑬

الف $۲x^۲ - \cancel{۲xy} - (x^۲ - y^۲) - x^۲ - y^۲ + \cancel{۲xy} = \cancel{۲x^۲} - \cancel{x^۲} + \cancel{y^۲} - \cancel{x^۲} - \cancel{y^۲}$

$= 0$

ب) $۸x^۳ + \cancel{۴x^۲} + \cancel{۲x} - \cancel{۴x^۲} - \cancel{۲x} - ۱ = ۸x^۳ - ۱$

ج) $$\frac{(x+y)(x^۲-xy+y^۲)+x-y^۳}{x^۲+۱} = \frac{x^۳ - \cancel{x^۲y} + \cancel{y^۲x} + \cancel{x^۲y} - \cancel{xy^۲} + \cancel{y^۳} + x - \cancel{y^۳}}{x^۲+۱}$$

$$= \frac{x^۳+x}{x^۲+۱} = \frac{x(\cancel{x^۲+۱})}{\cancel{x^۲+۱}} = \boxed{x = ۱۵}$$

---

⑭

الف) $$\frac{۳a^۲b^۳+۱۵ab^۲-۶ab}{۹a^۴b^۳-۱۸ba^۲+۴۵a^۲b^۲} = \frac{\cancel{۳ab}(ab^۲+۵b-۲)}{\underset{۳}{\cancel{۹ab}}(a^۳b^۲-۲a+۵ab)}$$

ب) $$\frac{۲xz-yz+۲xw-yw}{(۲x-y)^۲+(۲x-y)(z-۲x)} = \frac{z(۲x-y)+w(۲x-y)}{(۲x-y)(\cancel{۲x}-y+z-\cancel{۲x})}$$

$$= \frac{\cancel{(۲x-y)}(z+w)}{\cancel{(۲x-y)}(z-y)} = \frac{z+w}{z-y}$$

---

⑮

الف $(۲k)(۲k+۲)(۲k+۴) = (۲k)\times۲(k+۱)\times۲(k+۲) = ۸\underline{k(k+۱)(k+۲)}$

حاصلضرب ۳ عدد متوالی مضرب ۶ است ($۶q$)

$= ۶\times۸q = ۴۸q \Longrightarrow$ بنابراین عدد مضرب ۴۸ خواهد بود

⑮

$a \neq 0$

a,b بین ۹،۰

$10a+b$ n

مقلوبش

$10b+a$

$(10a+b)^2 = 100a^2 + 20ab + b^2$

$(10b+a)^2 = 100b^2 + 20ab + a^2$

$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 100a^2 - a^2 + b^2 - 100b^2$

$= 99a^2 - 99b^2 \longrightarrow 99(a^2-b^2) \longrightarrow$ درست شد

---

⑯

اگر $a \parallel b \Longrightarrow \frac{x-20}{2} + x = \frac{5x-21}{3} - \frac{x+2}{4}$

$\longrightarrow \frac{6x - 120 + 12x}{\cancel{12}} = \frac{20x - 84 - 3x - 6}{\cancel{12}}$

$\longrightarrow x = -90 + 120 = \boxed{30}$

---

⑰

$x =$ سن امیر در حال حاضر

$(x-12) + (x-8) = 7 + \frac{x}{5}$

$\longrightarrow 2x - 20 = 7 + \frac{x}{5} \longrightarrow 2x - \frac{x}{5} = 27$

$\frac{10x - x}{5} = 27 \longrightarrow \frac{\cancel{9}x}{5} = \cancel{27}^{3} \longrightarrow \boxed{x = 15}$