اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران – اداره آموزش و پرورش منطقه ۱۳		
شماره صندلی :	نوبت امتحانی: ترم اول	ساعت امتحان : ۸ صبح
نام ونام خانوادگی :	کلاس :	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام آزمون : ریاضی - هشتم	نام دبیر : استاد ایزدی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۱۵
نمره به عدد: نمره به حروف:	امضای دبیر:	سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

مهر دبیرستان

بارم

سخن دبیر: این شاید اولین امتحان طولانی شما در درس ریاضی باشد ولی این دقت را داشته باشید که زیاد بودن زمان امتحان دلیل بر این نمی شود که مدیریت زمان نکنید، افرادی که زمان خود را مدیریت نمی کنند دچار مشکل می شوند؛ سعی کنید ابتدا سوال هایی که جواب آن را می دانید حل کنید و سپس به سراغ سوال های سخت تر بروید.

پاسخ های خود را خوانا و مرتب بنویسید، در صورت خوانا نبودن پاسخ نمره کسر می گردد؛ همچنین دور جواب نهایی **خط بکشید**.

مجموع بارم بندی آزمون ۲۴.۵ نمره است و کسب فقط ۲۰ نمره کافی می باشد!

سوال ۱. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.(در عبارت های توان دار حاصل را به صورت یک عدد توان دار بنویسید)

۰.۷۵ i. $۵^{۳۴} \times (۵^{۳})^{۴} \times ۵^{۳۳} = ۵^{۸۱} \times ۵^{۱۲} \times ۵^{۸} = ۵^{۱۰۱}$

۱.۲۵ ب. $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۳۲}+\frac{۱}{۶۴}+\frac{۱}{۱۲۸}+\frac{۱}{۲۵۶}+\frac{۱}{۵۱۲}+\frac{۱}{۱۰۲۴} = ۲^{-۱}+\cdots+\overbrace{۲^{-۹}+۲^{-۱۰}+۲^{-۱۰}}^{۲^{-۹}}-۲^{-۱۰}$

$= ۱-۲^{-۱۰}$

۰.۷۵ ت. $۱۰ \times ۵^{۱۷} + ۳ \times ۵^{۱۸} = ۵^{۱۷}(۱۰+۱۵) = ۲۵ \times ۵^{۱۷} = ۵^{۱۹}$

۱ ث. $۲^{۹۳} \times ۵^{۶۲} = (۵^{۲})^{۳۱} \times (۲^{۳})^{۳۱} = ۲۵^{۳۱} \times ۸^{۳۱} = ۲۰۰^{۳۱}$

۱ ج. $۲۷^{۱۱} \div ۹^{۱۰} = (۳^{۳})^{۱۱} \div ۳^{۲۰} = ۳^{۳۳} \div ۳^{۲۰} = ۳^{۱۳}$

۱.۲۵ ح. $\frac{۲^{۵۰}+۲^{۵۱}+\cdots+۲^{۱۰۰}}{۲^{-۵۰}+۲^{-۵۱}+\cdots+۲^{-۱۰۰}} = \frac{\overbrace{۲^{۵۰}+۲^{۵۱}+\cdots+۲^{۱۰۰}+۲^{۵۰}-۲^{۵۰}}^{۲^{۱۰۱}}}{۲^{-۵۰}+۲^{-۵۱}+\cdots+\underbrace{۲^{-۱۰۰}+۲^{-۱۰۰}}_{۲^{-۹۹}}-۲^{-۱۰۰}} = \frac{۲^{۱۰۱}-۲^{۵۰}}{۲^{-۴۹}-۲^{-۱۰۰}}$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

راه ۲:

$$\frac{2^{50}\left(1+2+\dots+2^{49}\right)}{2^{-100}\left(1+2+\dots+2^{49}\right)} = \frac{2^{50}}{2^{-100}} = 2^{150}$$

خ. ۱ $\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\dots\left(1-\frac{1}{n}\right) = \frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\times\frac{6}{7}\cdots\times\frac{n-1}{n} = \frac{4}{n-1}$

د. ۱ $\frac{3}{4\times7}+\frac{4}{7\times11}+\frac{5}{11\times16}\dots\frac{12}{67\times79} = \left(\frac{1}{4}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{11}\right)+\dots+\left(\frac{1}{67}-\frac{1}{79}\right)$

$= \frac{1}{4}-\frac{1}{79}$

سوال ۲. در الگوهای زیر جمله مشخص شده را بیابید

أ. ۱ $2,10,24,44,70,\dots$ $n=22$

+8 +14 +20 +26 +6 +12 +18 +4 +10 +2

درجه ۲ $\Rightarrow$

$a_n = an^2+bn+c$, $a = \frac{6}{2} = 3$

$\Rightarrow a_n = 3n^2+bn+c \Rightarrow \begin{cases} n=1: 3+b+c=2^{-1} \\ n=2: 12+2b+c=14-2 \end{cases}$

$\Rightarrow b=-1 \quad c=0 \Rightarrow a_n = 3n^2-n$

ب. ۱ $8,27,64,125,\dots$ $n=50$

$2^3, 3^3, 4^3, 5^2 \Longrightarrow$ الگو: $a_n = (n+1)^3$

پ. ۱۵

تعداد مهره های سفید در شکل $n=1000$

راه ۱: نوشتن الگو

درجه ۲

راه ۲: استفاده از شکل

تعداد کل دایره ها

تعداد دو طرف

$2\times\frac{n^2-n}{2} = n^2-n$ $\quad a_n = n^2-n$

واضحاً در ترتیبی از اول تعیین برابر ۲ تا آخر

سوال ۳. برای پیدا کردن اعداد اول بین ۱ تا ۷۰۰ از روش غربال اراتوستن استفاده کرده ایم، به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف. ۱۲۳ امین عددی که خط می خورد کدام عدد است؟

۰.۵

تعداد زوج مرکب $\frac{700}{2} = 350$ دقت کنید خود ۲ خط نمی خورد!

$350-1 = 349$ $\Longrightarrow$ ۳۴۹ تعداد زوج های مرکب

پس ۱۲۳ امین عدد در این اعداد زوج مرکب خط می خورد!

$123\times2 = 246$ $\Longrightarrow$ ۱۲۳ امین عددی که خط می خورد

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۴۰ ÷ ۲ = ۴۷/ب

ب. ۷۵ چندمین عددی است که خط می خورد؟

۱ $۷۵ = ۵ \times ۱۵ = ۳ \times ۵^۲$: تجزیه

خود عدد ۱ که خط می خورد ← یکدونه

در مضارب ۳ خط می خورد پس ابتدا مضارب ۲ خط می خورد ← ۳۴۹ تا

در مضارب ۳ آنهایی خط می خورند

~~۳×۳~~ ~~۳×۵~~ ~~۳×۷~~ ~~۳×۹~~ ~~۳×۱۱~~ ~~۳×۱۳~~ ~~۳×۱۵~~ ~~۳×۱۷~~ ~~۳×۱۹~~

~~۳×۲۱~~ ~~۳×۲۳~~ ~~۳×۲۵~~ ⟶ ۱۲ امین ⟶ ۳۵۰ + ۱۲ = ۳۶۲

ج. ۴۹ چندمین عددی است که خط می خورد؟

۱.۲۵ $۴۹ = ۷^۲$ ⟹ ابتدا مضارب ۲ بعد مضارب ۳ بعد

مضارب ۵ بعد مضارب ۷

مرکب های زوج : ۳۴۹

مضارب ۳ آنهایی خط می خورند که مضرب ۲ نبوده باشند

$۱ \le ۳k \le ۷۰۰ \Rightarrow \frac{۱}{۳} \le k \le \frac{۷۰۰}{۳}$ ۲۳۳/... ⟹ k عدد ۲۳۳ ⟶ k = ۱, ۲, ..., ۲۳۳

$۱ \le ۶k \le ۷۰۰ \Rightarrow \frac{۱}{۶} \le k \le \frac{۷۰۰}{۶}$ ۱۱۶/... ⟹ k عدد ۱۶۶ ⟶ k = ۱, ۲, ..., ۱۶۶

مضارب ۵ آنهایی خط می خورند که مضرب ۲ و ۳ نباشند

$\left[\frac{۷۰۰}{۵}\right] - \left[\frac{۷۰۰}{۱۰}\right] - \left[\frac{۷۰۰}{۱۵}\right] + \left[\frac{۷۰۰}{۳۰}\right] = ۱۴۰ - ۷۰ - ۴۷ + ۲۳ = ۴۶$

$۱ + ۳۴۹ + ۶۷ + ۴۶ + ۱ = ۴۶۴$

سوال ۴. هر یک از عبارات زیر چند مقسوم علیه (شمارنده) دارند؟

۱ أ. $۲ + ۲^۲ + ۲^۳ + \cdots + ۲^۹$ ← بالغ

$\underbrace{۲ + ۲^۲ + ۲^۳ + \cdots + ۲^۹}_{۲^{۱۰}} - ۲ = ۲^{۱۰} - ۲ = ۱۰۲۴ - ۲ = ۱۰۲۲ = ۵۱۱ \times ۲$

$= ۷ \times ۷۳ \times ۲$ تجزیه

$\longrightarrow ۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$

۰.۷۵ ب. $۷۲ \times ۶۳ \times ۸۱ = ۳^۲ \times ۲^۳ \times ۷ \times ۲ \times ۳ \times ۳^۴ = ۳^۷ \times ۲^۴ \times ۷ \longrightarrow ۸ \times ۵ \times ۲$

$= ۸۰$ تا

سوال ۵. عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

۰.۵ أ. $a^۲b + ab^۲ + a + b = ab(a+b) + (a+b) = (a+b)(ab+1)$

ab فاکتور می گیریم

۱ ب. $x^۲ + ۳x + ۲ = x^۲ + x + ۲x + ۲ = x(x+1) + ۲(x+1)$

$= (x+1)(x+۲$

فاکتور

www-kanoon-ir

Scanned with CamScanner

۱ ث. $z^2+zy+z+y = z(z+y)+(z+y) = (z+y)(z+1)$

۱.۵ ث. $a^2b+b^2c+c^2a+ab^2+bc^2+ca^2+2abc$ (زیاد وقتت رو نگیره این سوال!)

$= (a^2b+a^2c)+(b^2c+bc^2)+(c^2a+abc)+(ab^2+abc)$

$= a^2(b+c)+bc(b+c)+ca(c+b)+ab(b+c)$

$= (b+c)(a^2+bc+ca+ab) = (b+c)(a(a+c)+b(a+c))$

$= \underline{(b+c)(a+c)(a+b)}$ 😊

سوال ۶. اگر $5^x = 9$ و $3^y = 7$ باشد، حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

۱ i. $25^{x+1} = (5^2)^{x+1} = 5^{2x+2} = (5^x)^2 * 5^2 = 25 \times 81$

۱ ب. $5^{xy} = (5^x)^y = 9^y = 3^{2y} = (3^y)^2 = 49$

www.konoor.ir

Scanned with CamScanner

۳ نمره برای کل سوال

سوال ۷. به اعدادی که فقط ۵ مقسوم علیه دارند عدد "دوم" می گویند و به اعدادی که فقط ۷ مقسوم علیه دارند "سوم" می گویند،

قسمت اول: ابتدا بررسی کنید که هر یک از اعداد زیر دوم یا سوم هستند یا خیر

أ. $100 = 2^2 \times 5^2$ ← تعداد مقسوم علیه ← $9 = 3 \times 3$ ← دوم است

ب. $27^2 = (3^3)^2 = 3^6$ ← تعداد مقسوم علیه ← سوم است

پ. $16 = 2^4$ ← دوم است

قسمت دوم: تعداد اعداد دوم که از صفر بزرگ تر و از بزرگترین عدد "سوم" سه رقمی کوچک تر هستند را بیابید (راه حل کامل باشد)

اعداد دوم کلی به شکل p^4 که p عددی اول است!

اعداد سوم کلی به شکل p^6

$2^4 = 16$ $\quad 3^4 = 81$ $\quad 5^4 = 625$

حال بزرگترین عدد سوم کمتر مساوی ۶۲۵ را می یابیم

$2^6 = 64$ $\quad 3^6 = 243 \times 3 = 729 > 625$

عدد مطلوب

موفق باشید.