شاخه های علم ریاضی

مارگارت منزین و رابرت گلدمن[1]
برگردان و گردآوری: نرگس عصارزادگان[2]

اشاره: *ریاضیات یکی از جذاب ترین نظام های فکری، محض ترین و ساده ترین صورت های هنری، و چالش انگیزترین سرگرمی هاست. مطالعه ی ریاضیات بسیار لذت بخش و با اهمیت است: ریاضی دان ها با کمک در حل مسایلِ رشته هایی چون پزشکی، مدیریت، اقتصاد، رایانه، فیزیک، روان شناسی، مهندسی، و علوم اجتماعی فرصتی برای ایجاد مشارکت پایدار در جامعه دارند.*
در این نوشتار سعی داریم برخی شاخه های ریاضیات را که فرصت های زیادی ایجاد می کنند به شما معرفی کنیم. در پایان یک نقشه ی خلاصه از این شاخه ها ارایه می دهیم.

مدرک دانشگاهیِ ریاضی فرد را برای پذیرش مشاغلی در آمار، مدل سازی ریاضی و تدریس آماده می کند، و تحصیلات بالاتر دانشگاهی به دوره های تحقیقاتی در آمار و ریاضی منجر می شود. هم چنین، داشتن پیش زمینه ی قوی در ریاضیات برای پژوهش در بسیاری از حوزه های علوم رایانه ای، اجتماعی و مهندسی ضروری است.

به هنگام مطالعه ی این نوشتار، موارد زیر را در نظر داشته باشید:

- ریاضیات اغلب در ارتباط با سایر علوم نقش آفرینی می کند: زیست شناسی، فیزیک، اقتصاد، یا شاخه های بسیار دیگر.
- مدل سازی ریاضی برای حل مسایل واقعی در زمینه های گوناگون به کار می رود.
- آمار یک شاخه ی در حال رشد به ویژه در علوم رفتاری است.
- بسیاری از مبحث های "ریاضیات محض" کاربردهای مهمی در علوم رایانه ای دارند.
- ما با کمبود پژوهشگران و مدرسان مجرب در زمینه ی علوم ریاضی، آمار، و علوم رایانه ای مواجه هستیم.
- ریاضیات رشته ای با گوناگونی حیرت انگیزی است که "احساس های" متفاوتی نسبت به آن وجود دارد. شاید همه ی قسمت های آن را به یک اندازه دوست نداشته باشید، همان گونه که احساس یکسانی نسبت به موسیقی سنتی و پاپ ندارید. اما اگر بخشی از ریاضیات مورد توجه شما نیست مطمئن باشید حتماً بخشی وجود دارد که شیفته ی آن شوید.

آمار[3]

با آمار آغاز می کنیم. علم آمار یکی از شاخه هایی است که در سال های اخیر با نرخ رو به رشدی در مشاغل گوناگون به طور گسترده استفاده می شود. یکی از جنبه هایی که آمار در آن کاربرد دارد

---

[1] Margaret Menzin and Robert Goldman

[2] دبیر ریاضی- کارشناس ارشد مدیریت آموزشی

[3] Statistics

طرح های آزمایشی و بررسی ها و تحقیق های علمی - تجزیه و تحلیل داده ها- برای تعیین دامنه و سایر کمیت های آماری، از باستان شناسی گرفته تا جانورشناسی است.

هم چنین آماردان ها در قبال پیشرفت آزمایش ها در علومی چون پزشکی پاسخگو هستند، برای مثال در بررسی تأثیرات سیگار کشیدن روی سلامتی، اگرچه نقش مستقیمی در درمان بیماری ندارند اما در به دست آوردن نتایج آماری سهیم هستند.

میزان ابتلا به سرطان ریه در افراد سیگاری به مراتب بیش از دیگران است، اما این "ثابت نمی کند" که سیگار کشیدن دلیل سرطان ریه است. مردم تصمیم می گیرند سیگار بکشند یا نکشند و می تواند این بحث پیش بیاید که شاید عامل ناشناخته ی دیگری- عامل x- وجود دارد که اشتیاق برای سیگار کشیدن و در نتیجه سرطان ریه تولید می کند.

یک آزمایش "ایده آل" ممکن است شامل ۱۰۰۰ زوج یکسان شود. یک نفر از هر زوج که به طور تصادفی انتخاب می شوند باید سیگار کشیدن را از شانزده سالگی آغاز کرده باشد و آزمودنی دیگر به هیچ وجه سیگار نکشد. انتخاب تصادفیِ زوج ها به این شیوه اطمینان ایجاد می کند که اگر عامل دیگری – عامل x- وجود داشته باشد به طور متعادلی بین دو گروه توزیع می شود. تفاوت نرخ سرطان ریه بین گروه های سیگاری و غیر سیگاری نمی تواند آن عامل ناشناخته را مشخص کند، اما می تواند ویژگی های سیگار را نشان دهد.

در نبود چنین "ایده آلی" (صد زوج کاملا یکسان)، آماردان ها باید تأثیرات مجموعه ی زیادی از عوامل مانند جنسیت، سن، نژاد، روحیات و ... را تا جایی که می توانند کنترل کنند و مطالعات را توسعه دهند.

آماردان ها بررسی هایی – برای نمونه، بررسی آراء عمومی و دیدگاه های دولت درباره ی بهداشت و سلامتی- برای پیش بینی رفتار گروه های بزرگ بر اساس نمونه های کوچک انجام می دهند. اما این سوال وجود دارد: چگونه می توانیم مطمئن شویم پیش بینی هایی که ما بر مبنای نمونه های کوچکتر درباره ی جامعه ی بزرگتر می کنیم درست است؟ سوال هایی از این دست با استفاده از *نظریه ی احتمالات* پاسخ داده می شوند. نظریه ی احتمالات شاخه ای از ریاضیات است که به خودیِ خود مهم است، و در عین حال زیربنای نظریِ مستحکمی نیز برای آمار ایجاد می کند.

وقتی انسان ها یا افراد در صف قرار می گیرند، *نظریه ی صف*[4] که با آمار و احتمالات مرتبط است پیش بینی می کند چه اتفاقی می افتد. معمولاً شما نرخ متوسط را در جایی که اشیاء به سیستم وارد می شوند می دانید، اما ورودی ها تصادفی هستند. نظریه ی صف می تواند برای پیش بینی این که چگونه ترافیک پشت چراغ خطر زیاد می شود، چگونه صف انتظار در رستوران یا اتاق اورژانس کم یا زیاد می شود به کار رود. اگر در بانک یا دفتر پست تعداد زیادی پنجره یا کارمند پشت سر هم می بینید، به این دلیل است که نظریه ی صف به ما می گوید با این کار سیستم زمان انتظار را کاهش می دهد. بنابراین می توانید مشاهده کنید این بخش آمار کاربردهای زیادی دارد.

---

[4] Queuing theory

حوزه ی دیگری که آمار در آن کاربرد دارد بیمه است، مأموران بیمه مسئول محاسبه ی نرخ بیمه هستند. برای این که مأمور بیمه شوید باید در شاخه ی آمار و رشته های مرتبط تحصیلات دانشگاهی داشته باشید.

این خلاصه ای از کاربرد علم آمار بود. سعی کردیم انواع مسایلی که آماردان ها با آن مواجه هستند را بیان کنیم، آماردان ها می توانند به طور انفرادی و یا گروهی کار کنند. بخشی از جذابیت کار آماردان ها این است که آن ها می توانند با متخصصان رشته های دیگر چون پزشکی، اقتصاد، بازرگانی، علوم، و زمینه های دیگر همکاری نزدیک داشته باشند.

مدل سازی ریاضی[5]

در مدل سازی ریاضی معادلاتی را برای بیان چگونگی رفتار یک سیستم واقعی روی کاغذ می آورید. سیستم ممکن است از بخش های متفاوتی تشکیل شده باشد. برای مثال، زندگی جمعیتی را در نظر بگیرید، برای تأمین غذای این جمعیت لازم است بتوانید نرخ رشد و یا زوال آن جمعیت را پیش بینی نمایید. یا درباره ی یک بیماری همه گیر باید بررسی شود چند نفر و با چه نرخی "ایمن"، "مبتلا" یا "در معرض خطر ابتلا به بیماری" هستند. در فیزیک یا مهندسی باید بدانیم چگونه گرما از طریق پوشش گرمایی یک ماشین فضایی هدر می رود، یا چگونه سیارات گوناگون بر هم دیگر کشش های جاذبه ای اِعمال می کنند. یا شاید بخواهید قانون های حرکت سیالات را برای توصیف چگونگی حرکت خون در رگ ها و این که وقتی فشار خون بالا می رود چه اتفاقی می افتد بدانید. در علم اقتصاد ممکن است بخواهید پیش بینی کنید ضربه به صنعت فولاد چه پیامدهایی برای دیگر بخش های اقتصادی، مثل نرخ بیکاری و تولید ناخالص ملی دارد.

ساخت یک مدل ریاضی معمولاً یک فرایند چند مرحله ای است: معادله ها را روی کاغذ می نویسید، آن ها را برای پیش بینی آنچه رخ خواهد داد به کار می برید، بررسی می کنید که آیا معادله های شما با تجربیات موافق است، در صورت لزوم معادله ها را تغییر می دهید، پیش بینی های جدیدی انجام می دهید، و کارهایی از این قبیل.

مدلی هایی که شاید بیش از بقیه در ریاضیات کاربرد داشته باشند عبارت اند از: *جبر خطی* (سیستم های شبیه سازی معادلات، همان هایی که در جبر دبیرستان دیده می شود)، *حسابان* (که به تخمین مقدارهای یک تابع با دانستن نرخ میزان تغییر در تابع منجر می شود)، و *آمار*.

ممکن است مدل پاسخ را به طور دقیق بدهد (شاید تابعی را بنویسید که مقادیر خواسته شده را به شما برگرداند)، یا ممکن است مقدارهای تقریبی برای پاسخ به دست آورید، یا ممکن است یک مدل شبیه سازی شده در رایانه داشته باشید، آن وقت رایانه سیستم واقعی را که مایلید نمایش می دهد و می توانید پیامد های ناشی از تغییرات در وضعیت هایی مثل میزان غذای در دسترس یا چگونگی سرایت بیماریِ همه گیر را مشاهده کنید.

[5] Mathematical Modeling

یکی از سودمندی های کاربرد مدل ریاضیِ "سیستم دنیای واقعی" این است که فرد می تواند تأثیرات تغییرات در سیستم را بدون این که چیزی در دنیای واقعی عوض شود بررسی کند.
یکی دیگر از منافع ساخت مدل ریاضیِ "سیستم دنیای واقعی" این است که می توانید نظریه ی ریاضی کاملاً توسعه یافته را برای ساخت نظریه در سیستم به کار برید، و پیش بینی هایی درباره ی سیستم داشته باشید. معمولاً، قدرت ریاضی در توانایی آن برای سر و کار داشتن با مسایل انتزاعی (مثل حل معادلات شبیه سازی شده) و آن گاه به کارگیری این روش های کلی در بسیاری از مسایل متنوع است.
اجازه بدهید به یک مدل ریاضی دیگر بپردازیم. آیا تا کنون در برابر بیماری آبله (جای واکسیناسیون روی بازوی دستتان قابل لمس است) واکسینه شده اید؟ شاید در خانواده تان کسی را بشناسید بزرگتر یا کوچکتر از شما که واکسینه نشده باشد؟ تصمیم برای مبارزه با آبله بر مبنای مدل ریاضی بود.
سال ها پیش هنگامی که این تصمیم گرفته شد، هر ساله بچه هایی در نتیجه ی برنامه ی واکسیناسیون جان خود را از دست داده بودند. با این وجود باید بررسی می شد که آیا تعداد مرگ ها با اجرای برنامه ی واکسیناسون افزایش می یابد یا کاهش. از این رو محدوده ای از شهرهای لوس آنجلس و نیویورک در نظر گرفته شد، و با استفاده از پیش بینی های آماری نتیجه گرفتند که واکسیناسیون به تعداد مرگ کمتری منجر می شود.
الگوهای مهم دیگری وجود دارند که یک شخص یا شی می تواند از بین تعداد محدودی موقعیت یکی را برگزینند – برای مثال، یک شخص می تواند شاغل یا بیکار باشد، یک الکترون می تواند روی یکی از تعداد محدودی مدار قرار بگیرد، یک شخص می تواند سرطان داشته باشد یا نداشته باشد، یک شخص می تواند خمیردندان مخصوص دندان های حساس، معمولی و ... استفاده کند، یا اصلاً دندان هایش را مسواک نزند.
همان گونه که در مثال های آغاز این بخش دیده می شود، مدل سازی ریاضی یکی از بخش های بسیار مهم ریاضیات است. این کار می تواند به دلایل ریاضی انجام شود، یا در زمینه های دیگر – زیست شناسی، شیمی، اقتصاد، بازرگانی، مهندسی، جامعه شناسی، روان شناسی، علوم رایانه ای، برنامه ریزی شهری، یا پزشکی- به کار رود. مدل سازی فضایی از شاخه های گوناگون ریاضیات ترسیم می کند. می تواند مختصر باشد یا "پی در پی" همان گونه که میل شماست.
لئونتیف[6] و ساموئلسون[7] هر کدام موفق شدند جداگانه جایزه ی نوبل را به خاطر مدل های ریاضی در علم اقتصاد برنده شوند. (مدل لئونتیف جبر خطی را برای پیش بینی این که چگونه یک بخش از اقتصاد روی بخش های دیگر تأثیر می گذارد به کار برد. مدل ساموئلسون بر مبنای حسابان بود.)

ریاضیات و علم رایانه کجا به هم می رسند؟

[6] Leontieff
[7] Samuelson

همچون قسمت های پیش مجال بیان تمامی موضوع های مربوطه را نداریم، تنها چند نمونه جهت آشنایی ارائه می شود.

یکی از رشته هایی که این روزها طرفداران زیادی دارد *رمزنگاری*[8] است. رمزنگاری هنر ساخت و شکستن کدهای رمزی است. (اگر بخواهیم دقیق سخن بگوییم، *رمزنگاری* به ساختن کدها و *کشف نوشته ی رمزی*[9] به شکستن آن ها اشاره دارد، اما ترجیح می دهیم هر دو را رمزنگاری بنامیم.) البته، اگر از شما پرسیده شود چه کسی با رمزنگاری سر و کار دارد، فوراً حدس می زنید سازمان های اطلاعاتی. اما افراد دیگری نیز وجود دارند که به رمزنگاری بسیار علاقه مند هستند.

برای مثال، شرکت های ماهواره ای دوست ندارند شما برنامه های آنها را که می توانند با گذاردن آنتن روی بام دریافت شود، بدون پرداخت وجه دریافت کنید. پس آن ها قبل از ارسال برای سیگنال های خود رمز می گذارند. شما باید آن دستگاه رمز خوان را از آن ها خریداری کنید تا سیگنال ها برای آنچه می خواهید تماشا کنید آزاد شود. بانک ها نیز به رمزنگاری بسیار علاقه مندند، به ویژه، با ظهور سیستم های تلفن بانک. فکر می کنید یک نفر نشسته و به نام، رمز و شماره حساب شما گوش می دهد؟! بدیهی است که چنین نیست. این اطلاعات از طریق رایانه رمزبردای می شوند.

یک نوع کد، که بسیاری سازمان ها به آن علاقه مندند، وقتی می تواند شکسته شود که بتوانید عدد اصلی آن را به اعداد اول تجزیه کنید. برای مثال، اگر عوامل عدد ۱۵ را از شما بخواهند، به سرعت پاسخ می دهید ۳ و ۵. اما اگر عوامل اول یک عدد ۱۰۰۰ رقمی را بخواهند چه می کنید؟ این کار با رایانه امکان پذیر است. با به کارگیری بزرگترین رایانه ها نیز وقت زیادی لازم است تا بتوانید یک عدد ۱۰۰۰ رقمی را به عوامل اول تجزیه کنید. بنابراین، مشاهده می کنید که نظریه اعداد به عنوان شاخه ای از ریاضی محض جذابیت های زیادی برای بسیاری از افراد دارد.

همه می دانند که رایانه ابزار مناسبی برای عملیات محاسباتی است، اما حساب در رایانه می تواند فریبنده باشد. برای مثال، روی کاغذ می توان نوشت:

$$1+(0.04+0.04)=(1+0.04)+0.04$$

اما در رایانه چیز متفاوتی رخ می دهد.

فرض کنید رایانه ی بسیار کوچکی داریم، که محاسبات را فقط تا دو رقم با معنی انجام می دهد. برای محاسبه ی سمت چپ معادله ابتدا $0.04+0.04$ حساب می شود و پاسخ 0.08 به دست می آید. عدد ۱ به صورت 1.0 برگردانده می شود و 0.08 به 0.1 گرد می شود سپس 1.0و 0.1 به هم افزوده می شود و پاسخ 1.1 به دست می آید، که راه درستی برای گرد کردن 1.08 با دو رقم با معنی است. از سوی دیگر هنگام محاسبه ی طرف راست معادله ابتدا $0.04+1.0$ محاسبه می شود. 0.04 به 0 گرد می شود و پاسخ جمع 1.0 می شود. به این ترتیب پاسخ سمت چپ و راست یکی نیست. از آن جا که رایانه ها میلیون ها عملیات محاسباتی را در ثانیه انجام می دهند، این خطاهای گرد کردن می تواند بسیار مهم باشد.

---

[8] cryptography
[9] cryptanalysis

شاخه ای که درباره ی آن صحبت می کنیم *جبر عددی*[10] نامیده می شود. بدیهی است که جبر عددی به شاخه ی بسیار قدیمی آنالیز عددی وابسته است، که روی تقریب مقدار یک تابع (و دانستن دامنه ی خطا) در صورتی که نتوان مقدار دقیق را یافت تمرکز دارد.

به عنوان مثالِ پایانی در علم ریاضی/ رایانه، به یک مساله ی غیر- عددی توجه کنید.

یک عملیات معمول در رایانه *مرتب کردن*[11] است. برای مثال، ممکن است بخواهید اسامی افرادی که در ماه گذشته به کتابخانه رفته اند، یا کلیه ی چک هایی که به بانک رفته را به همراه شماره ی چک ها مرتب کنید. روش های بسیار پیشرفته ای برای مرتب کردن و جستجو وجود دارد.

اگر بخواهید تصمیم بگیرید از بین چندین روش مرتب سازیِ فهرست اسامی کدام را برگزینید: آن که کمترین تعداد گام ها و حداقل حافظه ی رایانه را به کار می برد. تعداد گام ها به عنوان تابعی از n شناخته شده است، این بخش از ریاضیات *آنالیز الگوریتم ها*[12] نامیده می شود. اگر در حال تجزیه و تحلیل یک الگوریتم هستید، ممکن است خودتان چنین حقیقتی را به کار برید:

$$1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

اگر از مسایلی شبیه این لذت ببرید بیشتر به *تئوری پیچیدگی*[13] علاقه مند هستید.

این ها تنها گشت های بسیار مختصری در زمینه هایی بود که ریاضی و رایانه به هم مربوط هستند. شاخه های بسیارِ دیگری از جمله گرافیک رایانه، هندسه، نظریه ی گراف، جبر مجرد، احتمال و آمار، حسابان، معادلات دیفرانسیل، تفسیر زبان های رایانه ای، و بسیاری موارد دیگر وجود دارند.

پژوهش و تدریس

پژوهش در ریاضیات مثل خود ریاضیات بسیار متنوع است. می تواند در تنهایی یا با دیگران انجام پذیرد. در بیشتر مواقع به چیزی جز قلم و کاغذ و شاید رایانه نیاز ندارد. ممکن است کارهایی در ذهن انجام شود، یا به طور مکرر، فقط برای سرگرمی انجام پذیرد. بسیاری از ریاضیدان ها زیبایی را دوست دارند، و به ویژه به کاربردها علاقه مند نیستند. گاهی کاربردها بعدها آشکار می شوند، و گاهی اصلاً به کار نمی روند.

مثال مشهوری در باره ی یک مساله ی انتزاعی محض این بود که آیا اصل موضوعه ی پنجم اقلیدس (از یک نقطه بیرون خط مفروض، یک و تنها یک خط موازی با آن خط رسم می شود) باید با استفاده از چهار اصل اول ثابت می شد یا بدون استفاده از آن ها. این سوال یکی از محض ترین علایق فکری افرادی بود که معتقد بودند اصول اقلیدس فضا را به طور واقعی آن نمایش می دهد. با این وجود، بسیاری از ریاضی دان های مشهور سعی در اثبات پنجمین اصل داشتند که نمی توانست با استفاده از چهار اصل دیگر به اثبات برسد.

---

[10] Numerical algebra
[11] Sorting
[12] Analysis of algorithms
[13] Complexity theory

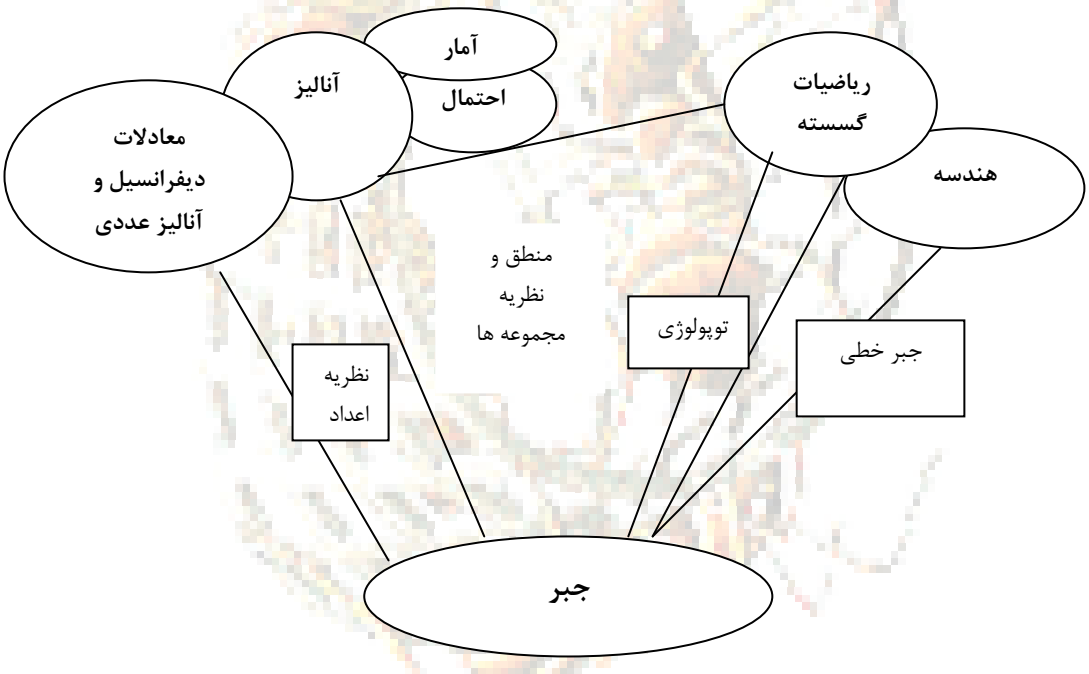
یک راه اثبات این که اصل پنجم نمی توانست با استفاده از چهار اصل دیگر ثابت شود نمایش سیستمی است که چهار اصل اول را پذیرفته و پنجمی را نپذیرفته باشد. در نیمه ی دوم قرن نوزدهم میلادی لوباچفسکی، ریمن، و چندین ریاضیدان دیگر نهایتاً دیدگاهی را معلوم کردند که هندسه می تواند از هر دو مورد ساخته شود.

تصور هندسه با خطوط ناموازی آسان و امکان پذیر است. یک کُره را در نظر بگیرید، و جایی که اصول اقلیدس به خط اشاره دارد یک دایره ی بزرگ روی کره به کار ببرید؛ جایی که به یک نقطه اشاره دارد یک زوج از نقاط متقابل (نقاطی که روی قطر کره مستقیماً روبروی هم هستند، مثل قطب شمال و جنوب) به کار برید. در این سیستم چهار اصل اول برقرار است، اما اصل پنجم نیست.

این سوال باقی می ماند که – گرچه احتمالاً افراد زیادی تصور می کردند ریاضی دان ها باید شوریده حال باشند که نگران چنین مسایلی باشند، چون هر کس می دانست فضا در دنیای واقعی اقلیدسی بود، یعنی، تمامی اصول اقلیدس برقرار بود. یا دست کم هر کسی می دانست اینشتین از هندسه ی نا- اقلیدسی در تئوری نسبیت خود استفاده کرده بود و نشان داد که فضا خمیده است. پس مشاهده می کنید که گاهی یافتن کاربرد بخش هایی از ریاضیات محض بسیار دشوار است.

نقشه ی جاده های سرزمین ریاضیات

در این قسمت شرح مختصری درباره ی برخی حوزه های اصلی ریاضیات می آید، و تصویری برای نمایش چگونگی ارتباط آن ها ترسیم می شود. مرزهای بین برخی حوزه ها بسیار آشفته و نامعین است (برای نمونه، هندسه دان هایی وجود دارند که در جبر کار می کنند و نظریه پرداز هایی که به آنالیز عددی می پردازند).



آنالیز حقیقی و مختلط[14]

آنالیز حقیقی و مختلط یک شاخه ی کلی است که شامل *حسابان*[15] مـی شـود. متخصصـین آنـالیز درباره ی انتگرال گیری و مشتق گیری انواع توابع فکر می کنند؛ توابع می توانند مقـادیر حقیقـی و مختلط اختیار کنند. همچنین متخصصین آنالیز درباره ی *نظریه ی اندازه*[16] کار می کنند، که اشاره به این دارد که چگونه ایده هایی درباره ی طول و سطح را تعمیم بدهد. این حوزه شاید بـه تنهـایی بزرگترین حوزه ی ریاضیات محض باشد.

جبر مجرد یا جدید[17]

جبر به اشیاء و عملیاتی که شبیه به عملیات حسابی هستند مربوط می شـود. دو موضـوع مهـم در جبر *گروه* ها[18] و *حلقه* ها[19] هستند. حلقه ها اشیایی هستند که دو عملیات روی آن ها تعریـف مـی شود، که معمولاً جمع و ضرب نامیده می شود: برای مثال، اعداد صحیح، اعداد حقیقی. گروه ها تنها یک عملیات دارند. مفهوم های "*تجمعی*"، "*توزیعی*" و غیره، همه از جبـر مـی آینـد. جبـردان هـا درباره ی جبرهای *بولین*[20] و *خودریخت*[21] مطالعه می کنند، که هـر دو در علـم رایانـه بسـیار مهـم هستند.

هندسه[22]

شما با هندسه ی اقلیدسی در دبیرستان آشنا شده اید، و ما در بالا درباره ی هندسه ی نا-اقلیدسـی صحبت کردیم. هندسه های دیگری نیز وجود دارند. بسیاری از آن هـا روی سـطح هـای خمیـده و کاملاً پیچیده بررسی می شوند. البته، همیشه می توانید به هندسه در چهار بُعد یا بیشتر بپردازید.

توپولوژی

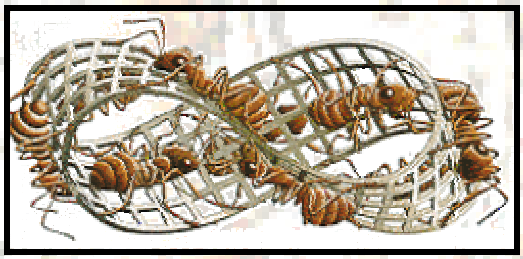
توپولوژی بررسی ویژگی هایی از شیء است که وقتی آن شیء را می کشید یا جمع می کنید همان طور باقی بماند. لطیفه ای در این باره می گوید توپولوژیست کسی است که فنجان قهـوه اش را بـه کلوچه تبدیل می کند، زیرا فنجان قهوه و کلوچه "از نظر توپولوژیک معادل هستند" (به شکل زیـر توجه کنید). توپولوژیست ها می پرسند یک شی چند حفره از چه ابعادی دارد.

---

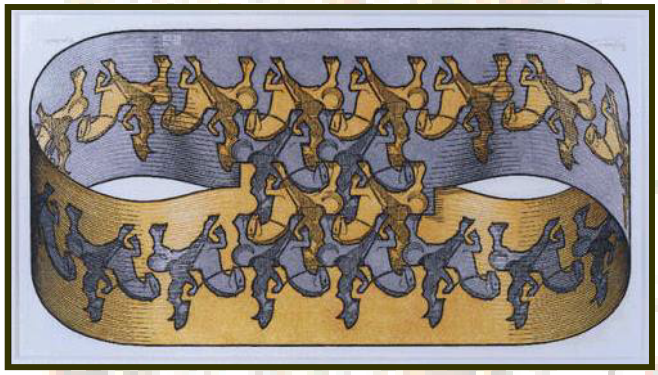
[14] Real and Complex Analysis
[15] Calculus
[16] Measure theory
[17] Abstract or Modern Algebra
[18] Groups
[19] Rings
[20] Boolean
[21] Automata
[22] Geometry



چگونه دو طرف یک سطح – مثلاً، یک تکه کاغذ- را تعریف می کنید؟ روشی که باید بیان شود این است که یک حشره با خزیدن روی یک طرف نمی تواند بدون سوراخ کردن کاغذ یا بدون گذشتن از یک لبه به طرف دیگر برسد. روشِ دیگر رنگ کردن همه ی سطح است به گونه ای که از یک لبه بگذرید. البته این دو تعریف یکی هستند.



اولین بار موبیوس به این موضوع توجه داشت، بنابراین این نوار کاغذی به نوار موبیوس مشهور است. تصاویر کار اِشر[۲۳] هنرمند و ریاضی دان هلندی است که این مفهوم توپولوژیک را به خوبی بیان می کند. شما نیز می توانید یک نوار کاغذی ببُرید سپس یک تاب به آن بدهید و دو سر نوار را به هم بچسبانید سپس خطی از وسط در طول نوار کاغذ رسم کنید و با قیچی ببرید چه اتفاقی می افتد؟



نظریه اعداد[۲۴]

نظریه اعداد مطالعه ی اعداد صحیح مثبت و حساب هم نهشتی است (حساب ساعت[۲۵] یک حساب هم نهشتی به پیمانه ی ۱۲ است).

پیش از این قضیه های مهمی در نظریه اعداد آموخته اید- برای مثال، این که بی نهایت عدد اول وجود دارد، و هر عدد صحیح مثبتی را می توان به عوامل اول تجزیه کرد، و این تجزیه صرف نظر از ترتیب منحصر به فرد است. یکی از مشهورترین مسایلی که سالها ریاضی دان ها را به خود مشغول کرده بود آخرین قضیه ی فرما بود. در هندسه با سه گانه های فیثاغورس- اعدادی چون ۳، ۴، ۵،

[23] Escher
[24] Number Theory
[25] Clock Arithmetic

که $5^2 = 3^2 + 4^2$ - آشنا شده اید، سوال این است که آیا سه گانه های دیگری که در معادله ی $x^n + y^n = z^n$ با n بزرگتر از ۲ صدق کنند وجود دارند؟ آخرین قضیه ی فرما می گوید برای $n > 2$ یافتن z, y, x که همگی مخالف صفر باشند امکان پذیر نیست. البته وی به علت کمبود جا در حاشیه ی باریک کتابش اثبات را ننوشته است! سرانجام این قضیه در سال ۱۹۹۴ پس از ۳۰۰ سال تلاش ریاضی دانان توسط آندره وایلز استاد ریاضی دانشگاه برینستون آمریکا اثبات شد.

جبر خطی[۲۶]

این یکی دیگر از شاخه های ریاضی است که تا کنون گاهی درباره ی آن شنیده اید. جبر خطی حل دستگاه هایی با m معادله ی خطی و n مجهول (خطی به معنای جمله های غیر مربعی است) است. همه ی معادله ها چیزی شبیه $3x + 5y - 7z = 9$ هستند.

جبر خطی در بسیاری حوزه های دیگر ریاضیات، به ویژه در مدل سازی کاربرد دارد. گاهی صدها معادله وجود دارد، و مساله به دستگاه معادله هایی تبدیل می شود که نباید هیچ خطایی در پاسخ ها وجود داشته باشد.

منطق و نظریه مجموعه ها[۲۷]

نظریه ی مجموعه ها برای بسیاری از حوزه های ریاضیات، از جمله آنالیز، احتمالات و توپولوژی مهم است. وقتی نمودار ون رسم می کنید و قضایایی مثل قضیه ی زیر را اثبات می کنید در حوزه ی نظریه مجموعه ها کار می کنید.

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

منطق در مبانی علم رایانه- در نظریه ی پیچیدگی، که قبلاً ذکر کردیم، و در نظریه ی *تابع بازگشتی*[۲۸] بسیار مهم است. یک تابع بازگشتی تابعی است که با جمله های خودش تعریف می شود. برای مثال، تابع فاکتوریل

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \ldots \times 3 \times 2 \times 1$$

می تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$n! = n(n-1)!$$

توابع بازگشتی در برخی زبان های برنامه نویسی رایانه مثل پاسکال بسیار مهم هستند.

معادلات دیفرانسیل و آنالیز عددی[۲۹]

---

[26] Linear Algebra
[27] Logic and Set Theory
[28] Recursive function Theory
[29] Differential Equations and Numerical Analysis

خیلی ها فکر می کنند این بخش قسمتی از آنالیز است. در معادلات دیفرانسیل آهنگ تغییر یک تابع را نسبت به یک یا چند متغیر به دست می آوریم. اگر حسابان خوانده باشید بدون شک تا کنون معادله دیفرانسیلی شبیه معادله ی زیر دیده اید:

$$\frac{dP}{dt} = CP(t)$$

به طوری که c ثابت و $p(t)$ تابع است.

بر اساس علاقه مندی های خود، می توانید این معادله را برای شرح رشد جمعیت- $p(t)$ جمعیت در زمان t را نشان می دهد- یا زوال رادیواکتیو- $p(t)$ میزان ماده ی رادیواکتیو شده ی باقی مانده در زمان t را نمایش می دهد- به کار ببرید: آنالیز عددی پاسخ های توابعی را که مقدار آن ها به طور دقیق قابل محاسبه نیست به تقریب به دست می آورد. برای مثال، آنالیز عددی می تواند به ما برای یافتن ریشه ی دوم ۲ با دقت قابل قبول کمک کند.

ریاضیات گسسته[۳۰]

این حوزه با چندین حوزه ی دیگر که احساس مشابهی نسبت به آن ها وجود دارد مرتبط است. ریاضیات گسسته شامل *ترکیبیات*[۳۱] (مثلاً به چند راه مختلف می توانید با حروف کلمه ی *پیروزی* کلمه های ۳ حرفی بسازید؟) و *نظریه ی گراف*[۳۲] (آیا می توانید شکل الف را بدون برداشتن قلم از روی کاغذ رسم کنید؟) می شود.

برای رنگ آمیزی نقشه ی دنیا چند رنگ لازم دارید به گونه ای که دو کشوری که مرز مشترک دارند همرنگ نباشند؟ نقشه ی شکل ب چهار کشور را با همه ی مرزهای مشترک نشان می دهد، همان طور که می بینید این نقشه دست کم به چهار رنگ نیاز دارد. ریاضی دان ها مدت طولانی فکر می کردند برای چنین مساله ای دست کم پنج رنگ لازم است.

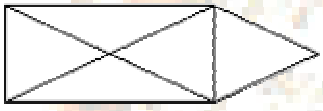


Figure A

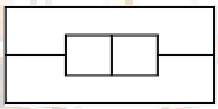


Figure B

این مسأله به "مسأله ی چهار رنگ" شناخته می شود. چند سال پیش دو ریاضی دان، با کمک رایانه، نشان دادند که همیشه چهار رنگ کافی است.

ریاضیات کاربردی کلاسیک[۳۳]

---

[30] Discrete Mathematics
[31] Combinatorics
[32] Graph Theory
[33] Classical Applied Mathematics

زمینه ای است که به کاربرد ریاضیات در حل مسایل فیزیک و مهندسی مربوط است. ریاضیات کاربردی بر مبنای آنالیز، معادلات دیفرانسیل، و جبر خطی برای حل مسائلی در ساخت پل (برای حصول اطمینان از این که آیا ستون ها قدرت تحمل پل را دارند)، مکانیک (توصیف این که چگونه یک آونگ حرکت می کند)، الکتریسته و مغناطیس (محاسبه ی میدان الکتریکی که تحت تأثیر یک جریان الکتریکی قرار گرفته است)، و بسیاری حوزه های دیگر استفاده می شود. به راستی، بیشتر فیزیک دان ها می دانند که اغلب به ریاضی می پردازند، یعنی درواقع ریاضیات و فیزیک دو شاخه ی به هم تنیده هستند.

تحقیق در عملیات[۳۴]

این بخش از ریاضیات در طی جنگ جهانی دوم خلق شده است. ریاضیات (به طور عمده جبر خطی و آمار و احتمالات) برای حل مسایلی که در بازرگانی و موقعیت های مدیریتی رخ می داد استفاده می شد.

در طول جنگ دوم جهانی نظریه ی بازی[۳۵]، بخشی از تحقیق در عملیات، برای انتخاب راهبردی برای جنگ در وسط مسیر در میانه ی اقیانوس به کار رفته بود. نیروی دریایی آمریکا در یک طرف مسیر میانی جزیره، و ناوگان ژاپنی ها در سوی دیگر قرار داشتند. آمریکایی ها احتمال پیروزی را در چهار مورد درباره ی حرکت به شمال یا جنوب جزیره برای خودشان و برای ژاپنی ها محاسبه کردند. سپس نظریه ی بازی برای انتخاب استراتژی پیروزی به کار رفت.

هم چنین برنامه ریزی خطی[۳۶] (بخش مهمی از تحقیق در عملیات) در آغاز جنگ برای تعیین این که چه تعدادی از خلبان های آمریکایی (که تعدادشان بسیار اندک بود) برای پرواز در جنگ به کارگرفته شوند و چه تعدادی خلبان های دیگری تربیت کنند استفاده شد.

علم رایانه

یک توصیف کافی و شایسته از همه ی بخش های علم رایانه بیشتر واژ ه هایی را که تا کنون در این نوشته دیده اید در بر می گیرد. کافی است بگوییم علم رایانه با تمامی حوزه های ریاضی هم پوشانی دارد. اشیای جبری برای ساخت برنامه هایی استفاده می شوند که زبان های رایانه ای را ترجمه می کنند، نظریه ی گراف برای طراحی شبکه های رایانه ای کاربرد دارد، آمار برای توسعه ی کارایی سیستم های رایانه های بزرگ استفاده می شود، و معادلات دیفرانسیل در طراحی سخت افزار رایانه به کار می رود.

سخن آخر

نظرات و دیدگاه های جدید دیگری می تواند به این نوشته اضافه شود. به امید آن که با مطالعه ی این مقاله احساس خوش آیندی درباره ی زیبایی و توانمندی علم ریاضیات پیدا کنید، و از همه ی

[34] Operation Research
[35] Game Theory
[36] Linear Programming

جذابیت ها، فریبندگی ها، و مسایل گوناگونی که منتظرند تا شما راه حلی برای آن ها بیابیـد لـذت ببرید!

منابع

- Margaret Menzin, Robert Goldman. Simmons College, Boston MA. Updated Feb 1993. *Careers in Mathematics.* University of Maryland.
- *The Mathematical Art of M.C Escher.* Available: http://www.mathacademy.com/pr [2007-5-3]
- C. Stanley Ogilvy. *Excursions in mathematics*. 1984. Dover Publications, INC. NewYork.