xاعداد طبیعی [1]

می توان گفت که بشر ، حتی در قدیمی ترین اعصار ، درکی از اعداد داشته ، یعنی دست کم مفهوم بیشی و کمی را وقتی که اشیایی به گروه کوچکی اضافه یا از آن برداشته می شدند ، درک می کرده است ، زیرا مطالعات نشان داده اند که بعضی حیوانات از این درک برخوردارند.[2]

بعضی از ریاضی دانان ریاضی را اختراع و گروه دیگری آن را یک کشف می دانند . ریاضی هر چه باشد ، راهی طولانی را طی کرده است و برای یادگیری آن همه از اعداد طبیعی شروع می کنیم .

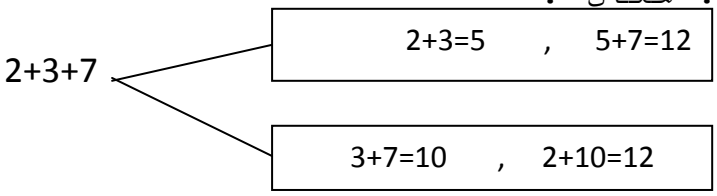
اعداد طبیعی ....۳ و ۲ و1 می باشند که روی آن جمع و ضرب را تعریف می کنیم .

اعداد طبیعی با جمع دارای خواص زیر است :

۱- جمع روی اعداد طبیعی یک عمل است (اعداد طبیعی نسبت به جمع بسته است) یعنی هر دو عدد طبیعی را با هم جمع کنیم ، حاصل یک عدد طبیعی است.

۲- جمع اعداد طبیعی خاصیت جابجایی دارد ، به عنوان مثال ۱۲+۳= ۳+۱۲ .

۳- جمع اعداد طبیعی خاصیت شرکت پذیری دارد یعنی برای جمع سه عدد ؛ می توان عدد اول و دوم را با هم جمع کرد و حاصل را با عدد سوم جمع کرد یا عدد اول را با مجموع دو عدد دوم و سو م جمع کرد . مثال :



همواره در ریاضی سوال مطرح می شود . به عنوان مثال بعد از آن که جمع را به دانش آموزان یاد دادیم می پرسیم ۳ با چه عددی جمع شود مساوی ۵ می گردد ، این یک معادله است . $3+?=5$. اولین روش برای حل هر معادله ای ،

[1] - Natural number

[2] - آشنایی با تاریخ ریاضیات نوشته هاورد و . ایوز ترجمه محمد قاسم وحیدی اصل – مرکز نشر دانشگاهی تهران

amouzeshriazi.ir

روش آزمون و خطا است . این معادلات را به صورت تفریق در می آوریم .

تفریق یک عمل روی اعداد طبیعی نیست ، زیرا تفاضل دو عدد طبیعی ممکن است یک عدد طبیعی نباشد .

اعداد طبیعی با ضرب دارای خواص زیر است.

۱- ضرب یک عمل روی اعداد طبیعی است .(حاصل ضرب دو عدد طبیعی ، عددی است طبیعی)

۲- ضرب خاصیت جابجایی دارد (مثال : $2\times5=5\times2$)

۳- ضرب خاصیت شرکت پذیری دارد. (در ضرب سه عددی ، می توانید ابتدا حاصل ضرب عدد اول در دوم را تعیین کنید و سپس جواب را در عدد سوم ضرب کنید یا

می توان عدد دوم و سوم را در هم ضرب کرد و سپس عدد اول را در این جواب ضرب کرد.

۴- عدد یک، یک عدد طبیعی است و عضو خنثی عمل ضرب است یعنی هر عدد در یک ضرب شود جواب همان عدد است . مثال $3\times1=3$

امتحان ضرب : درستی جواب یک ضرب را می توان توسط یک ماشین حساب بررسی کرد. در زیر راه دیگری ارائه شده است.

anouzeshriazi.ir

مجموعه اعداد طبیعی را . نمایش می دهیم $\mathbb{N}=\{1,2,3,4,....\}$.

چند حیله با اعداد[۳]

بسیاری از حیله های ساده با اعداد ، که در آن ها باید عدد انتخاب شده ای را حدس زد ، دارای توجیهاتی هستند که به مقیاس موضعی بستگی دارند .حیله هایی از این قبیل را که در زیر می آیند توضیح دهید .

الف) از شخصی خواسته می شود که یک عدد دو رقمی در نظر بگیرید ، سپس از وی خواسته می شود که رقم دهگان را در

[۳] آشنایی با تاریخ ریاضیات

۵ ضرب و با ۷ جمع کند ، حاصل را دو برابر کند و رقم یکان عدد اصلی را به آن اضافه ، و نتیجه نهایی را اعلام نماید . از این نتیجه ، شخص درخواست کننده در نهان ۱۴ را کم می کند و عدد اصلی را به دست می آورد.

ب) از شخصی خواسته می شود که یک عدد سه رقمی در نظر بگیرید . سپس از وی خواسته می شود رقم صدگان را در ۲ ضرب و با ۳ جمع کند ، حاصل را در ۵ ضرب و سپس با ۷ جمع کند ، رقم دهگان را به آن اضافه بیفزاید ، حاصل را در ۲ ضرب و با ۳ جمع کند ، این حاصل جمع را در ۵ ضرب کند و رقم یکان را به آن بیفزاید ، و نتیجه را اعلام کند . از این نتیجه ، شخص در خواست کننده در نهان ۲۳۵ را کم می کند و عدد اصلی را به دست می آورد.

صفر[4]

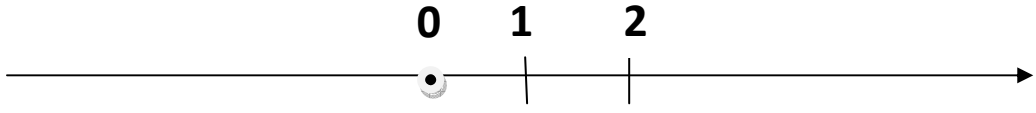
اگر از یک بچه که ۴ شکلات خود را خورده است ، بپرسید چند شکلات دارد ، خواهد گفت: هیچ . در ریاضی هیچ را عدد صفر می نامیم . قرن ها طول کشید تا صفر در ریاضی پذیرفته شود. کلمه زیرو انگیسی احتمالاً از zephirum که صورت لاتینی شده صفر عربی است گرفته شده است و این کلمه به نوبه خود ترجمه sunya ی هندی به معنی پوچ و تهی است .

مجموعه $W = \{0, 1, 2, 3, \ldots.\}$ را مجموعه اعداد حسابی [5] نامیم .

مجموعه اعداد حسابی نسبت به عمل جمع دارای خاصیت بسته بودن ، جابجایی ، شرکت پذیری است صفر عضو خنثی عمل جمع است یعنی هر عدد با صفر جمع شود جواب همان عدد است (به عنوان مثال $5 + 0 = 5$).

مجموع اعداد حسابی نسبت به عمل جمع دارای خاصیت بسته بودن ، جابجایی ، شرکت پذیری است و عدد یک عضو خنثی عمل ضرب است . هر عدد در صفر ضرب شود مساوی صفر می گردد .به عنوان مثال $0 \times 0 = 0$ و $3 \times 0 = 0$.

می توان اعداد حسابی را روی یک محور نمایش داد .



[4] - Zero

- whole numbers [5]

amouzeshnazi.ir

اعداد صحیح (نسبی)[6]

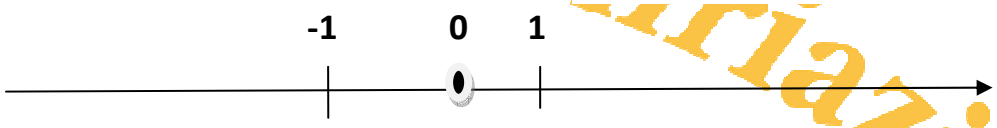
معادلات ی مانند $3+?=2$ در مجموعه اعداد حسابی ، دارای جواب نیست . با معرفی مجموعه اعداد صحیح (نسبی) هم می توان این نوع معادلات را حل کرد و هم تفریق را یک نوع جمع معرفی کرد. مجموعه اعداد صحیح شامل نقاط طبیعی ، صفر و قرینه اعداد طبیعی است . $\mathbb{Z}=\{0,1,-1,2,-2,\dots\}$. این مجموعه نسبت به عمل جمع بسته است ، شرکت پذیر است ، خاصیت جابجایی دارد ، صفر عضو خنثی عمل جمع است و هر عضو آن دارای قرینه می باشد.

خاصیت جابجایی $3+(-5)=(-5)+3=-2$

صفر عضو خنثی عمل جمع $(-3)+0=0+(-3)=-3$

خاصیت $2+(-3)+(-5)=(2+(-3))+(-5)=2+((-3)+(-5))$

خاصیت عضو $3+(-3)=(-3)+3=0$



amouzesh-riazi.ir

کسر[7]

اگر یک سیب را چهار قسمت کنید ، هر قسمت آن قسمتی از یک سیب است که آن را با نماد $\frac{1}{4}$ نشان می دهیم و آن را کسر می نامیم . ابتدا کسر ها قسمتی از یک واحد بودند ، بعد ها این اصطلاح تعمیم یافت و اعداد گویا [8] تعریف شدند.
اعداد گویا به شکل $\frac{a}{b}$ می باشند که a, b اعداد صحیح (نسبی) می باشند و b ناصفر ($b\neq 0$) است .

اگر $\frac{a}{b}$ یک عدد گویا مثبت باشد ، آن را کسر متعارفی می نامیم و

[6] - integer numbers
[7] - fraction
[8] - rational numbers

$\frac{a}{b}=1$ را کسر مساوی با واحد گوییم (b ناصفر است) مثل $\frac{4}{4}$

$\frac{a}{b}<1$ را کسر کوچکتر از یک گوییم مانند$\frac{7}{8}$

$\frac{a}{b}>1$ را کسر بزرگتر از واحد گوییم مانند $\frac{8}{3}$

$\frac{0}{b}=0, b\neq 0$ را کسر مساوی با صفر گوییم مثل $\frac{0}{6}$

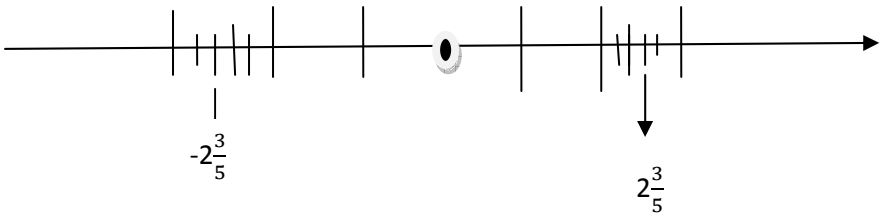
دقت کنید که $\frac{0}{0}$ تعریف نشده است.

اعداد گویا را به عنوان نقاطی از یک محور نمایش می دهیم .برای نشان دادن اعداد بزرگتر از یک یا کوچکتر از -1 بهتر است اعداد مخلوط را تعریف کنیم.

تعریف . هر کسر بزرگتر از یک را می توان به صورت یک عدد صحیح و یک کسر نمایش داد . مثلاً $2\frac{3}{5}$ یا $\frac{13}{5}$ یا $-2\frac{3}{5}$ یا $\frac{-13}{5}$.دقت کنید که $2\frac{3}{5}$ یعنی $2+\frac{3}{5}$

$$\begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \hline 10 & 2 \\ \hline 3 & \end{array}$$

دقت کنید $-2\frac{3}{5}$ یعنی $-(2+\frac{3}{5})$ یا $-2-\frac{3}{5}$.



اعداد صحیح نسبی را می توان به صورت کسر نمایش داد به عنوان مثال

$3=\frac{3}{1}$ $-8=\frac{-8}{1}=-\frac{8}{1}=\frac{8}{-1}$

پس اعداد صحیح نسبی ، اعداد گویا هستند.

کسر های مساوی

anouzeshriazi.ir

اگر سیب ی را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید و یک قسمت آن را بردارید شما $\frac{1}{2}$ سیب را در اختیار دارید و اگر سیب را ۴ قسمت کنید و دو قسمت آن را بردارید شما $\frac{2}{4}$ سیب را دارید در دو حالت مقدار سیب در دست شما یکسان است . $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$. به طور کلی در مورد تساوی دو کسر می توان گفت :

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\leftrightarrow ad=bc$$

که گوییم دو کسر مساوی یکدیگرند اگر حاصل ضرب طرفین برابر با حاصل ضرب وسطین باشد .

این خاصیت اعداد گویا ، به ما این امکان را می دهد که در مسائل ریاضی بتوانیم از صورت های مختلف یک کسر استفاده کنیم . مثلاً چون $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\cdots$ است در مسایل مختلف می توانیم از هر کدام از کسرها به جای هم استفاده کنیم کسر $\frac{1}{2}$ را یک کسر تحویل ناپذیر می نامیم زیرا ساده ترین کسر در تساوی بالا است .

برای آن که کسر تحویل ناپذیر یک کسر گویا را به دست آوریم ، صورت و مخرج را به صورت حاصل ضرب اعداد اول در می آوریم و عامل های مشترک را از صورت و مخرج ساده می کنیم . مثال : $\frac{65}{26}=\frac{5\times13}{2\times13}=\frac{5}{2}$

اعداد گویا و رابطه کوچکتر یا مساوی

اعداد گویا را می توان با هم مقایسه کرد . روی مجموعه اعداد گویا رابطه کوچکتر یا مساوی

تعریف شده است و هر دو عدد گویا یا با هم مساوی ند یا اولی کوچکتر از دومی و یا دومی کوچکتر از اولی است . برای مقایسه دو عدد گویا بهتر است از کسر های معادل آنان که مخرج مشترک دارند ، استفاده کنیم . مثال :

$3<\frac{2}{5}$

زیرا $3=\frac{3}{1}=\frac{15}{5}$.

anouzeshriazi.ir

اگر صورت کسری از مخرج آن کوچکتر باشد ، آن کسر کوچکتر از یک است . $\frac{2}{5}<1$.

وقتی داریم $a<b$ می توانیم بنویسیم $b>a$ که می خوانیم b بزرگتر ازa است.

رابطه کوچکتر خاصیت تراگذری دارد یعنی اگر $\frac{g}{h}<\frac{n}{m}$ و $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ باشد ، آن گاه $\frac{a}{b}<\frac{n}{m}$ است.

مثال : برای مقایسه دو کسر $\frac{156}{154}$ و $\frac{11}{22}$ داریم $\frac{156}{154}>1$ و $\frac{11}{22}<1$ که داریم $\frac{11}{22}<\frac{156}{154}$.

روی اعداد گویا دو عمل جمع و ضرب تعریف می کنیم . برای جمع دو عدد گویا ، از کسرهای معادل آنان که هم مخرج می باشند ، استفاده می کنیم و جمع دو کسر هم مخرج به صورت زیر است .

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

اعداد گویا نسبت به عمل جمع بسته است یعنی هر دو عدد گویا را با هم جمع کنید حاصل عددی گویا است.جمع اعداد گویا خاصیت جابجایی دارد . $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$. اعداد گویا نسبت به عمل خاصیت شرکت پذیری دارد : $(\frac{a}{b}+\frac{c}{d})+\frac{g}{h}=\frac{a}{b}+(\frac{c}{d}+\frac{g}{h})$ به خاطر این

خاصیت است که در جمع اعداد گویا می توان از پرانتز صرف نظر کرد. صفر عددی گویا است و عضو خنثی عمل جمع است $\frac{a}{b}+0=0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$. هر عدد گویا دارای قرینه است، $\frac{a}{b}+\frac{-a}{b}=0$. به عنوان مثال : قرینه کسر $\frac{3}{5}$ است. $\frac{-3}{5}$

تفاضل یک نوع جمع است. $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\frac{-c}{d}$

amouzeshriazi.ir

اعداد گویا نسبت به عمل ضرب بسته است ، یعنی حاصل ضرب دو عدد گویا عددی است گویا. اعداد گویا نسبت به ضرب خاصیت جابجایی شرکت پذیری دارد . عدد یک عددی است گویا و عضو خنثی عمل ضرب است . هر عدد گویا ناصفر مانند r $(r \neq 0)$ دارای وارون است یعنی عدد ی گویا مانند q وجود دارد به طوری که $rq = qr = 1$. به عنوان مثال ، وارون ۳ عدد $\frac{1}{3}$ ، وارون $\frac{-3}{4}$ عدد گویای $\frac{-4}{3}$ و وارون یک خودش است .

تقسیم یک نوع ضرب با شرط است . هر عدد گویا مانند r را می توان بر عدد گویا ناصفر مانند q تقسیم کرد و این تقسیم را به صورت زیر تعریف کرد.

$$r = \frac{a}{b}, q = \frac{c}{d} \rightarrow r \div q = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

مثال :

$$(-\frac{2}{5}) \div (\frac{3}{4}) = \frac{-2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{-8}{15}$$

$$3 \div -5 = \frac{3}{1} \div \frac{-5}{1} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{-5} = \frac{-3}{5}$$

چند مساله :

۱- چه اعداد گویایی می شناسید که با وارون خود برابر باشد.

۲- چه عدد گویای می شناسید که وارون آن تعریف نشده است .

۳- اگر ۱۰ واحد به صورت کسر $\frac{35}{42}$ اضافه کنیم ، به مخرج آن چه عددی باید اضافه کرد تا مقدار کسر تغییر نکند؟

۴- کلیه کسرهای مساوی $\frac{235}{704}$ را ، که مخرج آن ها از ۲۵۰۰ کمتر است ، بنویسید.

۵- سه عدد گویا بین دو عدد $\frac{-1}{4}$ و $\frac{2}{3}$ بنویسید.

ضرب و جمع دو عدد مخلوط . اگر دو عدد مخلوط را بخواهیم با هم جمع یا درهم ضرب کنیم کافی است آن دو عدد را به صورت

amouzeshriazi.ir

کسر متعارفی بنویسیم و سپس عمل خواسته شده را انجام دهیم . برای جمع دو عدد مخلوط راه دیگری نیز وجود دارد .

$$-5\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}=(-5+3)+(\frac{-1}{2}+\frac{1}{3})=-2+\frac{-1}{6}=-2\frac{1}{6}$$

جمع های زیر را از دو راه حل انجام دهید.

1) $4\frac{2}{3}+3\frac{1}{3}=?$

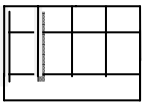
2) $3\frac{5}{7}+2\frac{1}{2}=?$

3) $-5\frac{2}{3}-4\frac{6}{7}=?$

4) $3\frac{1}{7}-2\frac{1}{2}=?$

ضرب دو کسر کوچکتر از واحد را می توان با استفاده از شکل هم حل کرد .

مثال : $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}$ را با استفاده از شکل محاسبه کنید.



ابتدا واحد را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می کنیم ، دو قسمت آن $\frac{2}{3}$ است آن را ۴ قسمت مساوی می کنیم ، یک قسمت آن جواب است.

خاصیت پخشی . اگر p,q,r سه عدد گویا باشند ،داریم

$$p\times(q+r)=(p\times q)+(p\times r)$$

این خاصیت را خاصیت پخشی می نامند .

از خاصیت پخشی و شکل می توان برای ضرب دو عدد مخلوط استفاده کرد.

۱ ۱

مثال : $1\frac{1}{4}\times 2\frac{1}{3}=?$



amouzeshriazi.ir

$$1\frac{1}{4}\times 2\frac{1}{3}=(1\times 1)+(1\times 1)+(1\times\frac{1}{3})+(\frac{1}{4}\times 1)+(\frac{1}{4}\times 1)+(\frac{1}{4}\times\frac{1}{3})$$
$$=2\frac{11}{12}$$

چنانچه گفته شد ، هر عدد گویا با بیشمار عدد گویای دیگر مساوی است و در حل مسایل

می توان از این قابلیت اعداد گویا استفاده کرد. سوال این است که کدام کسر مساوی کسر داده شده را انتخاب کنیم. در جمع دو کسر ، باید دو کسری را جایگزین کنیم که مخرج های مساوی دارند و منطقی است که کوچکترین مخرج مشترک را انتخاب کنیم .

مثال : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=?$

جواب :

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}=\frac{6}{12}=\frac{7}{14}=\frac{8}{16}=\frac{9}{18}=\cdots=\frac{12}{24}$$

$$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}=\frac{5}{15}=\frac{6}{18}=\frac{7}{21}=\frac{8}{24}=\cdots$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$$

۶ و۱۲و ۱۸ و ۲۴ و.... مخرج های مشترک دو کسر هستند و ۶ کوچکترین مخرج مشترک دو کسر است .

اگر بخواهیم بین $\frac{1}{3}$و$\frac{1}{2}$ سه عدد درج کنیم از کسر های $\frac{8}{24}$ و $\frac{12}{24}$ می توانیم استفاده کنیم و سه کسر $\frac{9}{24}$ و $\frac{10}{24}$ و $\frac{11}{24}$ را انتخاب کنیم .

مساله : در جاهای خالی زیر ، اعداد ی قرار دهید که دو طرف رابطه مساوی باشند.

$$—+—=\frac{13}{24}\qquad —\times—=\frac{48}{55}\qquad —\div—=\frac{5}{13}$$

amouzeshriazi.ir

کسر های اعشاری و اعداد اعشاری

کسر های [۹] اعشاری را ریاضی دان بزرگ ایرانی غیاث الدین جمشید کاشانی در اوایل قرن هشتم هجری (حدود ۷۰۰ سال قبل) اختراع کرد و با روش علمی آن ها را در محاسبات به کار برد .

کسر اعشاری ، کسری است که مخرج آن ۱۰ یا توانی از ۱۰ است . کسر های اعشاری را می توان به صورت اعداد اعشاری نشان داد . به عنوان مثال ، $\frac{1745}{100} = 17.45$ که می خوانیم هفده و چهل و پنج صدم .عدد های اعشاری نمایشی از عدد های کسری یا از عدد های مخلوط هستند که مخرج آن کسرها عدد های ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ است [۱۰]. عدد های اعشاری را مانند اعداد طبیعی در جدول ارزش مکانی نمایش می دهیم .

مثال : ارزش مکانی 141.2345 را رسم کنید.

ده هزارم	هزارم	صدم	دهم
یگان	دهگان	صد گان	
۴	۳	۲	۱
۴	۱	۴	۱

جمع و تفریق اعداد اعشاری از کسری ساده تر است.

امتحان تقسیم .

مثال :

38.67 | 24

1.61

0.03

$38.64 + 0.03 = 38.67$ و $1.61 \times 24 = 38.64$

مقسوم برابر است با حاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه + باقیمانده

[۹] ریاضیات ۳ دانشسراهای تربیت معلم ۱۰۵۶
[۱۰] کتاب ششم

amouzeshriazi.ir

دقت کنید اگر مقسوم و مقسوم علیه را در یک عدد ضرب کنیم ، خارج قسمت عوض نمی شود ولی باقیمانده تغییر می کند. به عنوان مثال ، اگر مقسوم و مقسوم علیه کسری را در ۱۰۰ ضرب کنیم ، خارج قسمت تغییر نمی کند ولی باقیمانده ۱۰۰ برابر می شود. از این خاصیت برای تقسیم دو عدد اعشاری استفاده می کنیم. اگر در یک تقسیم ، مقسوم یا مقسوم علیه یا هر دو اعشاری باشند ، با ضرب آن ها در توانی از ۱۰ ، آن دو را به اعداد صحیح تبدیل می کنیم .

مثال : $38.67 \div 24 = ?$

3867	2400	38.67	24
24	1.61		1.61
146			
144		0.03	
027			
24			
3			

در ریاضی ، با جملات خبری سر و کار داریم ، جملات را گزاره می نامیم و قبول می کنید که هر گزاره درست یا نادرست (نه هر دو) می باشد.می توان این گزاره ها را دو نوع دانست؛ تعریف و قضیه .

تعریف : [11]عبارتست از ذکر علائم و نشانه های دقیق یک شیئی یا یک مفهوم با کمک مفاهیم اولیه و مطالب خوانده شده طوری که این شیئ یا مفهوم به طور برجسته ای از سایر اشیاء یا مفاهیم متمایز شود.

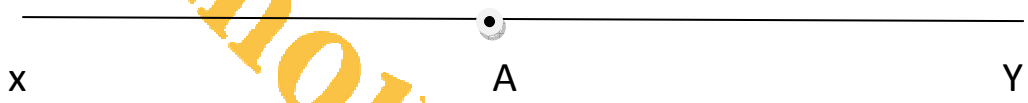
نقطه ، خط و صفحه

نقطه ، خط و صفحه را تعریف نشده می پذیریم . برای توضیح " **تعریف نشده** " ، تصور کنید که تمام تعریف های ریاضی (تعریف قراردادی است) در یک ساختمان عمودی قرار دارند . در هر طبقه این ساختمان یک یا چند تعریف قرار می دهیم .

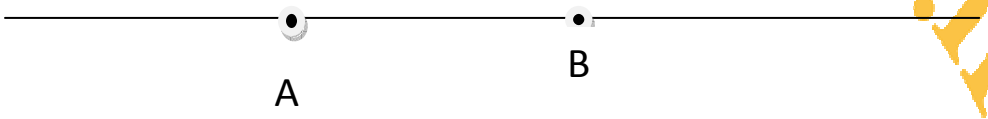
[11] ریاضیات ۱ سال اوّل دانشسراهای تربیت معلّم ۱۰۴۷

لغات ی که برای تعریف قرار داده شده در طبقه ۱۱ استفاده می شوند ، در ۱۰ طبقه قبل تعریف شده اند.پس می توان درک کرد که تعاریفی که در طبقه اول داریم ، بدون تعریف می پذیریم .

نیم خط[۱۲]. اگر روی خط xy نقطه ی A را در نظر بگیریم (شکل زیر) ، این خط به دوقسمت Ax و Ay تقسیم می شود ، هر یک از این قسمت ها را نیم خط و A را آغاز یا مبدأ نیم خط می گویند. در حقیقت نیم خط جزئی از خط است که از یک طرف محدود و از یک طرف نامحدود است.(شکل زیر)



پاره خط . اگر دو نقطه A,B را روی یک خط در نظر بگیریم ، این دو نقطه و نقاط بین آن ها که روی آن خط است ، را یک پاره خط می نامیم .(شکل زیر)

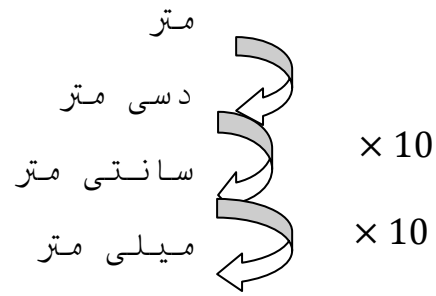


اگر پاره خطی را به عنوان واحد در نظر بگیریم ، می توان هر پاره خط را اندازه گرفت . برای آن که اندازه گیری دقیق باشد ، می توان واحد را به چند قسمت مساوی تقسیم کرد. واحد استاندارد را متر در نظر می گیریم و آن را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده اند و هر قسمت را یک دسی متر نامیده اند. هر دسی متر را ۱۰ قسمت و هر قسمت را یک سانتی متر می نامند . هر سانتی متر را ۱۰ قسمت کرده و هر قسمت را یک میلی متر می نامند.

تبدیل واحد ها در شکل زیر نشان داده شده است .

[۱۲] - مرجع قبل

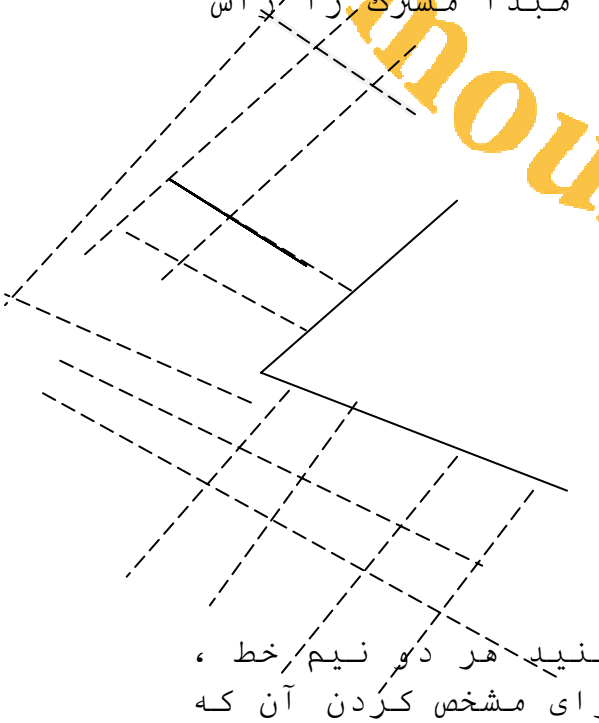
amoozeshriazi.ir

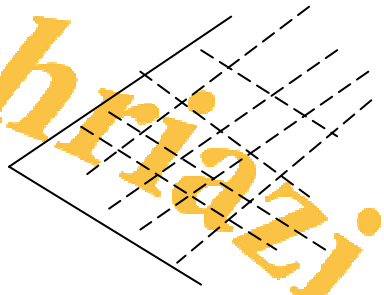


مثال : ۳۵ سانتی متر برابر با ۳۵۰ میلی متر است . ۲۰ متر ۲۰۰۰ سانتی متر است . ۲۳/۳۷ دسی متر ۲۳۳/۷ سانتی متر است .

زاویه : اگر دو نیم خط هم مبدا داشته باشیم ، مجموعه نقاطی از صفحه که بین این دو نیم خط قرار دارد و نقاط روی دو نیم خط ، شکلی را تشکیل می دهند که آن را زاویه می نامیم (شکل زیر) . در هر زاویه ؛ مبدا مشترک را راس و دو نیم خط را

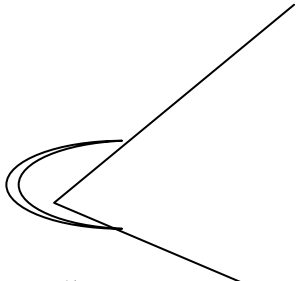
دو ضلع زاویه می نامیم .

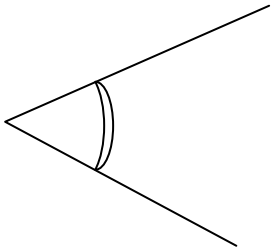




anouzeshgazi.ir

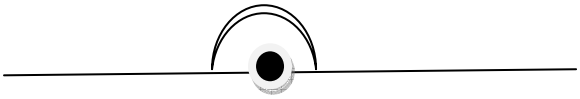
هم چنان که در دو شکل فوق ملاحظه می کنید هر دو نیم خط ، دو زاویه را به وجود می آورند که برای مشخص کردن آن که کدام یک مورد نظر است ، یک کمان در داخل زاویه مورد نظر رسم می کنیم .





هر گاه دو ضلع زاویه ای تشکیل یک خط راست بدهند ، آن زاویه را زاویه نیم صفحه می خوانیم . هر گاه دو ضلع

زاویه ای بر هم منطبق باشند ، آن را زاویه صفر می خوانیم .



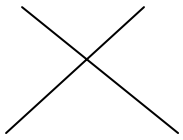
برای اندازه گیری یک زاویه ، می توان زاویه دلخواه ی را به عنوان واحد زاویه در نظر گرفت . واحد استاندارد ، از تقسیم زاویه نیم صفحه به ۱۸۰ قسمت مساوی به دست می آید .

نیم ساز زاویه : نیم خطی که در صفحه زاویه از رأس زاویه رسم شود و آن زاویه را به دو زاویه مساوی تقسیم کند ، را نیمساز زاویه گوییم .

زاویه قائمه : هر گاه نیم ساز زاویه ای را رسم کنیم ، دو زاویه ۹۰ درجه به دست می آید که هر کدام را یک زاویه قائمه گوییم .



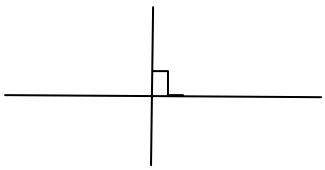
دو خط متقاطع: دو خط که در یک نقطه مشترک باشند ، متقاطع می خوانیم .



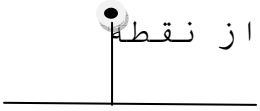
دو خط متقاطع ، چهار زاویه را پدید می آورند .

دو خط موازی : دو خط که بر هم منطبق باشند یا هیچ نقطه مشترک نداشته باشند ، موازی می خوانیم .

دو خط عمود : اگر دو خط متقاطع ، زوایای ۹۰ درجه بسازند ، دو خط بر هم عمودند .



فاصله یک نقطه از یک خط : اگر نقطه روی خط باشد ، فاصله آن تا خط برابر صفر است و اگر نقطه خارج از خط باشد ، کوچکترین فاصله نقطه تا نقاط خط ، فاصله آن نقطه از خط است که برابر طول پاره خط عمودی است که از نقطه به خط رسم می شود .



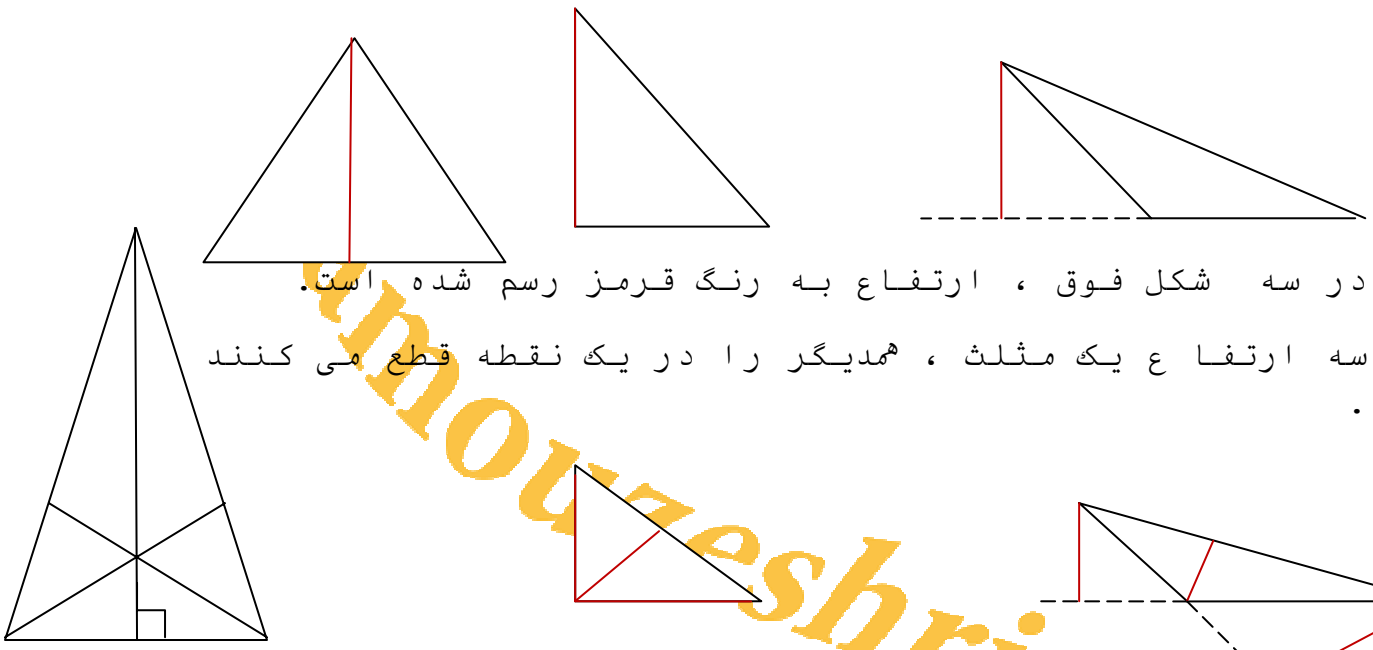


مثلث: اگر سه نقطه که روی یک خط راست نمی باشند را به هم وصل کنیم ، شکل به دست آمده مثلث می نامیم . آن سه نقطه

amouzeshriazi.ir

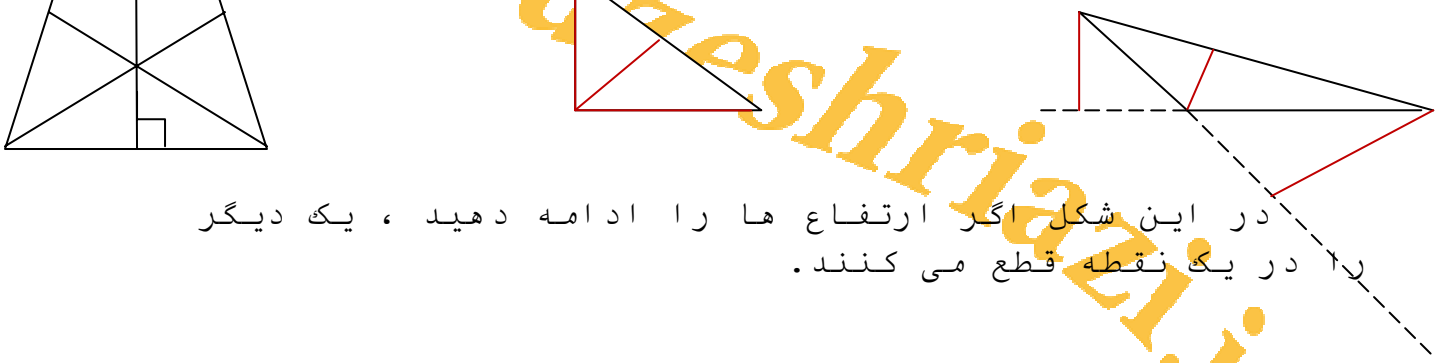
، سه راس مثلث و سه پاره خط به دست آمده ، اضلاع مثلث می باشند.

ارتفاع مثلث: اگر از یک راس مثلث ، به ضلع مقابل آن عمود رسم کنیم ، پاره خط محدود بین راس و ضلع را ارتفاع می نامیم .



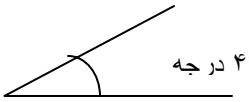
در سه شکل فوق ، ارتفاع به رنگ قرمز رسم شده است.

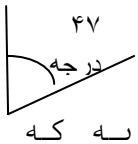
سه ارتفاع یک مثلث ، همدیگر را در یک نقطه قطع می کنند .



در این شکل اگر ارتفاع ها را ادامه دهید ، یک دیگر را در یک نقطه قطع می کنند.

دو زاویه متمم : دو زاویه که مجموع آنان برابر ۹۰ درجه شود ؛ را دو زاویه متمم می نامیم .



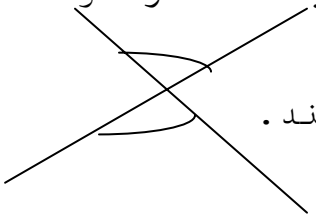


دو زاویه مکمل : دو زاویه که مجموع آنان برابر ۱۸۰ درجه شود .





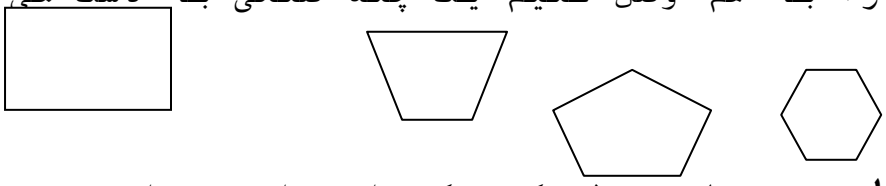
دو زاویه متقابل به رأس : هر گاه دو خط همدیگر را در یک نقطه قطع کنند ، چهار زاویه پدید می آید که هر دو زاویه روبرو را متقابل براس می گویند.



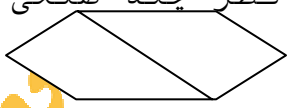
قضیه : دو زاویه متقابل به رأس مساوی هستند.

amouzeshriazi.ir

چند ضلعی : اگر چند نقطه ؛ که هر سه تا ی آنان در یک صفحه نمی باشند را به هم وصل کنیم یک چند ضلعی به دست می آید.



قطر یک چند ضلعی : پاره خطی که یک راس را به راس دیگری که مجاور آن نباشد ، وصل کند ، قطر چند ضلعی نامیده می شود.



تعداد قطر های یک چند ضلعی : مثلث دارای قطر نیست و قطر یک n ضلعی را می توان از فرمول $\frac{n(n-3)}{2}$ محاسبه کرد.

زاویه تند ، باز و راست : زاویه ۹۰ درجه را زاویه قائمه یا راست گوییم . هر زاویه کمتر از زاویه قائمه ، زاویه ای تند و هر زاویه بیشتر از زاویه قائمه را زاویه باز گوییم.

مجموع زوایای یک مثلث ۱۸۰ درجه است . برای تعیین مجموع زوایا ی یک n ضلعی آن را به مثلث های تقسیم کنید ، سپس مجموع زوایا را می توان محاسبه کرد.

مثلث قائم الزاویه : مثلث ی که یک زاویه قائمه دارد .

مثلث متساوی الساقین : مثلث ی که دو ضلع آن مساوی می باشند.

مثلث متساوی الاضلاع : مثلث ی که سه ضلع آن مساوی می باشند.

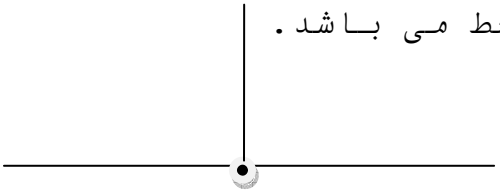
ق: مثلث متساوی الساقین است اگر و فقط اگر دو زاویه آن مساوی باشند.

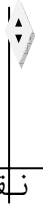
ق: مثلث متساوی الاضلاع است اگر و فقط اگر سه زاویه آن متساوی باشند.

amouzeshriazi.ir

نکته : دقت کنید که اگر بگوییم **از** نقطه " آ "بر خطی عمو د رسم کردیم یا بگوییم **در** نقطه " آ " بر خطی عمود رسم کرده ایم ، دو جمله متفاوت داریم . در حالت اول نقطه " آ "

بیرون خط است و در حالت دوم روی خط می باشد.





دایره : مجموعه نقاطی از یک صفحه که از یک نقطه ثابت فاصله شان ، مقداری ثابت است، یک دایره می باشد. نقطه ثابت را مرکز دایره و مقدار ثابت را شعاع می نامیم. در شکل زیر یک دایره با رنگ قرمز مشخص شده است.

نقاط درون دایره با آبی نشان است

کمان : اگر دو نقطه را روی یک در نظر بگیریم ، مجموعه نقاط بین این دو نقطه و خود این دو نقطه تشکیل یک کمان می دهند .

وتر: اگر دو نقطه روی یک دایره در نظر بگیریم و آن دو نقطه را به هم وصل کنیم ، پاره خط بدست آمده وتر است .

قطر : اگر وتری از مرکز دایره بگذرد ، آن را قطر می نامیم .

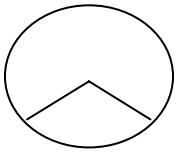
محیط یک دایره : اگر نقطه " آ" را روی دایره در نظر بگیریم و ابتدا نخی را در این نقطه قرار دهیم و نخ را روی دایره قرار دهیم تا دایره را بپوشاند ، طول نخ محیط دایره است.

مساحت یک دایره : اگر درون دایره را با مربع هایی که واحد در نظر گرفته ایم بپوشانیم، تعداد آن ها مساحت یک دایره است.

زاویه محاطی : زاویه ای که راس آن روی دایره و دو ضلع آن وتر های دایره می باشند ، زاویه محاطی است .

anouzeshriazi.ir

زاویه مرکزی : زاویه ای که راس آن مرکز دایره و دو ضلع آن شعاع دایره می باشند، زاویه مرکزی است .



قطع کردن و گرد کردن یک عدد

در زندگی روزمره و تناسب با موضوعاتی که سرو کار داریم از عدد های تقریبی به جای مقدار های واقعی استفاده می کنیم.[۱۳]

محاسبه تقریبی یک عدد با تقریب کمتر از ۱۰ ؛ ۱۰۰ ، ۱۰۰۰و یا دهم ، صدم و هزارم جدول ارزش عدد را نوشته و (به ترتیب) به جای رقم یکان ، دهگان ، صدگان و یا رقم دهم ، صدم و هزارم ، صفر قرار می دهیم . این روش را تقریب یا قطع کردن می نامیم .

مثال : ۷۴۵۹ را با تقریب کمتر از ۱۰ بنویسید.

هزارگان	صدگان	دهگان	یکان
7	**4**	**5**	**9**
7	4	5	0

مثال : 725.2324 را با تقریب کمتر از یک صدم بنویسید.

ده هزارم	هزارم	صدم	دهم
صدگان	دهگان	یکان	
7	2	5	2	3	2	4
7	2	5	2	3	0	0

روش دیگر برای محاسبه عدد تقریبی ، روش گرد کردن است . در این روش خطای کمتری داریم ، زیرا عدد نزدیک تر را انتخاب می کنیم . به عنوان مثال می خواهیم عدد مثال فوق را با تقریب کمتر از یک صدم گرد کنیم . با تقریب کمتر

[۱۳] - کتاب ششم دبستان

amouzeshriazi.ir

عدد 725.2300 و عدد بعدی که با این عدد یک صدم فاصله دارد 725.2400 است . عدد ما به 725.2300 نزدیک تر است ، پس این عدد را انتخاب می کنیم در این حالت هم به روش قطع کردن و هم روش گرد کردن یک عدد به دست آوردیم ولی همیشه چنین نیست .

مثال : مقدار تقریبی ۲۳۴۵۶۷ را با تقریب کمتر ای ۱۰۰ به دست آورید؟

جواب : با روش قطع کردن عدد ۲۳۴۵۰۰ داریم عدد بعدی که ۱۰۰ تا با این عدد فاصله دارد ۲۳۴۶۰۰ است که عدد ما به این عدد نزدیک تر است ، پس با روش گرد کرد ن ، عدد تقریبی ما ۲۳۴۶۰۰ است که خطا در این حالت کمتر است.

اعداد گنگ : محیط هر دایره ای را بر قطر آن تقسیم کنید ، عددی به دست می آید که ثابت شده است ، عددی گویا نیست . این عدد را با حرف یونانی π نمایش می دهند ، مقدار تقریبی این عدد 3.14 (با یک صدم تقریب) است . اعداد دیگری نیز هستند که گویا نی باشند مانند جواب معادله $x^2 = 2$. این نوع اعداد را گنگ یا اصم می نامند.مجموعه اعداد گویا و گنگ را مجموعه اعداد حقیقی می نامند.

نسبت : اگر دو عدد a,b داشته باشیم کسر $\frac{a}{b}$ را نسبت a به b گوییم . استفاده از نسبت در حسابداری ، بازرگانی ، اقتصاد ... کاربرد دارد .

در حساب ، بیشتر اوقات برای به دست آوردن مجهول یا مجهول های یک مساله از جدول تناسب استفاده می کنیم . در جبر این کار را با حل معادله یا دستگاه معادلات انجام می دهیم.

در صد : درصد نسبتی است که مخرج آن ۱۰۰ باشد؛صورت این کسر را با نماد % نمایش می دهند. در صورتی که کسری بزرگتر از واحد باشد ؛ در صد آن بیشتر از صد می شود .

سطح[۱۴]: هر یک از این شکل ها صفحه خود را به سه ناحیه افراز می کند. این نواحی را مجموعه نقاط واقع بر شکل ،

[۱۴] ریاضیات ۲ سال دوم دانشسراهای تربیت معلم ۱۰۵۴

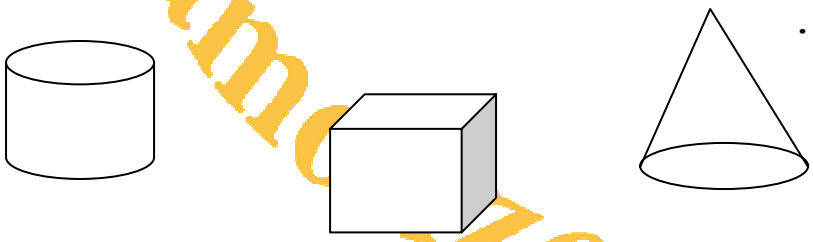
amouzeshnazi.ir

مجموعه نقاط درون و مجموعه نقاط برون می نامیم. اجتماع مجموعه نقاط شکل و مجموعه نقاط درون آن را سطح می نامیم .

سطح را می توان اندازه گرفت . واحد اندازه گیری می تواند هر سطحی باشد . واحد استاندارد سطح ، مربع ی است که هر ضلع آن یک متر است. اندازه سطح یک شکل را مساحت آن شکل می نامیم .

برای دقیق تر شدن اندازه گیری از واحد های کوچکتر استفاده می کنیم . مربع واحد را ۱۰۰قسمت مساوی تقسیم می کنیم ؛ هر مربع به دست آمده ، مساحت ش یک دسی متر مربع است . به همین ترتیب سانتی متر مربع و میلی متر مربع را به دست می آوریم.

شکل های سه بعدی

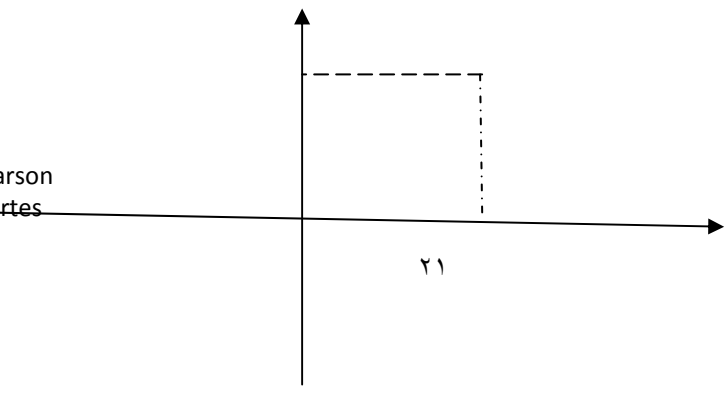


مخروط

مکعب مستطیل استوانه

محور های مختصات :

در سال ۱۶۳۷ [15] ، ریاضی دان فرانسوی رنه دکارت [16] انقلابی در ریاضی پدید آورد ، او هندسه و جبر را تلفیق کرد . برای اشکال هندسی ، معادله یا معادلات به دست آورد و برای معادلات ، شکل کشید. آغاز این انقلاب یک ایده بسیار ساده بود . صفحه را به توسط دو محور عمود برهم به ۴ قسمت تقسیم کرد . برای هر نقطه در صفحه دو آدرس تعیین کرد ؛ طول و عرض. محور افقی را محور طول ها و محور عمودی را محور عرض ها نامید . برای به دست آوردن طول هر نقطه ؛ از نقطه بر محور طول ها عمود رسم می کنیم ، فاصله مبدا (محل تلاقی دو محور) تا پای عمود ، طول نقطه است . برای به دست آوردن عرض ، به طریق مشابه عمل می کنیم . طول و عرض نقطه را مختصات آن نقطه می گوییم و با نماد $\begin{bmatrix} \text{طول} \\ \text{عرض} \end{bmatrix}$ نمایش می دهیم .



[15] - calculus - Larson
[16] - Rene' Descartes

amozeshriazi.ir

با استفاده از محور های مختصات می توان بسیاری از مسائل ریاضی را حل کرد.

amouzeshriazi.ir