۱ - کُره واحد در $\mathbb{R}^3$ یک منیفلد ..... بُعدی است.

۱) ۳ ۲) ۲

۳) ۱ ۴) هیچکدام

۲- بُعد $GL(n)$ و $O(n)$ به ترتیب عبارتند از

۱) n^2 و $\frac{n(n-1)}{2}$ ۲) n^2 و $\frac{n(n+1)}{2}$

۳) n^2-1 و $\frac{n(n-1)}{2}$ ۴) n^2-1 و $\frac{n(n+1)}{2}$

۳- هرگاه $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ یک همئومورفیسم باشد، آنگاه

۱) $n < m$ ۲) $n > m$

۳) $n = m$ ۴) چنین همئومورفیسمی موجود نیست.

۴- هرگاه روی $\mathbb{R}^n$ تعداد ساختارهای C^∞ غیرهم‌ارز، بیش از یکی باشد، آنگاه

۱) $n > 4$ ۲) $n = 4$

۳) $n < 4$ ۴) چنین چیزی امکان ندارد.

۵- کدام یک از گزینه‌های زیر **نادرست** می‌باشد؟

۱) هر فضای برداری $n-$بُعدی، یک منیفلد $n-$بُعدی است.

۲) هر زیرمجموعه باز یک منیفلد، خود منیفلدی از همان بُعد است.

۳) فضای مماس یک منیفلد $n-$بُعدی، خود منیفلدی $2n-$بُعدی است.

۴) بُعد منیفلد حاصلضربی برابر با حاصلضرب بُعد منیفلدها است.

۶- کدام یک از گزینه‌های زیر **نادرست** می‌باشد؟

۱) هر منیفلدی، موضعاً فشرده است. ۲) هر منیفلدی، موضعاً همبند است.

۳) هر منیفلدی، همبند است. ۴) هر منیفلد همبند، همبند راهی است.

۷- مجموعه $M=\left\{(x,y,u,v,w)\in \mathbb{R}^5 \;\middle|\; u=x^2+y^2, v=x^2-y^2, w=2xy\right\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

۱) M نمودار تابعی پیوسته از $\mathbb{R}^2$ به $\mathbb{R}^3$ می‌باشد، بنابراین یک منیفلد ۲ بُعدی است.

۲) M منحنی تراز یک تابع با رتبه ثابت ۳ از $\mathbb{R}^5$ به $\mathbb{R}^3$ می‌باشد، بنابراین یک منیفلد ۲ بُعدی است.

۳) M منحنی تراز یک تابع با رتبه ثابت ۳ از $\mathbb{R}^5$ به $\mathbb{R}^3$ می‌باشد، بنابراین یک منیفلد ۳ بُعدی است.

۴) ۱ و ۲

۸- کدام یک از گزینه‌های زیر **نادرست** است؟

۱) هرگاه S^n توازی‌پذیر باشد، آنگاه $n=1,3,7$.

۲) هر منیفلد جهت‌پذیر، توازی‌پذیر است.

۳) به ازای هر n، S^n جهت‌پذیر است.

۴) هر منیفلد توازی‌پذیر، جهت‌پذیر است.

۹- کدام یک از گزینه‌های زیر **نادرست** است؟

۱) هر زیرمنیفلد یک منیفلد جهت‌پذیر، جهت‌پذیر است.

۲) فضای مماس منیفلد حاصلضربی دیفئومورف با حاصلضرب فضاهای مماس است.

۳) هر منیفلد یک بُعدی، جهت‌پذیر است.

۴) هرگاه M توازی‌پذیر باشد، آنگاه TM نیز توازی‌پذیر است.

۱۰- کدام یک از گزینه‌های زیر **نادرست** است؟

۱) Q با توپولوژی القایی از $\mathbb{R}$، زیرمنیفلدی از $\mathbb{R}$ نیست.

۲) هر زیرمجموعه شمارا از $\mathbb{R}$ با توپولوژی گسسته، یک زیرمنیفلد از $\mathbb{R}$ است.

۳) Q با توپولوژی القایی از $\mathbb{R}$، زیرمنیفلدی از $\mathbb{R}$ است.

۴) $\left\{\frac{1}{n} \;\middle|\; n\in \mathbb{N}\right\}\cup\{0\}$ با توپولوژی القایی از $\mathbb{R}$، یک زیرمنیفلد $\mathbb{R}$ نیست.

۱۱- فرض کنید $f : \mathbb{R}^5 \longrightarrow \mathbb{R}^7$ نگاشتی دیفرانسیل‌پذیر و به ازای هر $p \in \mathbb{R}^5$ ، رتبه‌ی f_{*_p} برابر ۵ باشد، در این صورت f یک نگاشت ..... است.

۱) سوبمرسیون ۲) ایمرسیون

۳) امبدینگ ۴) سِره

۱۲- هرگاه $f : S^5 \xrightarrow{C^\infty} S^5$ و $q \in f(S^5)$ یک نقطه عادی باشد، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر **نادرست** است؟

۱) توپولوژی القایی از S^5 روی $f^{-1}(q)$ ، گسسته است.

۲) $f^{-1}(q)$ یک زیرمنیفلد صفر بُعدی است.

۳) $f^{-1}(q)$ متناهی است.

۴) $f^{-1}(q)$ شمارا است.

۱۳- هرگاه $\begin{cases} f : M_n(\mathbb{R}) \longrightarrow M_n(\mathbb{R}) \\ A \mapsto AA^T \end{cases}$ آنگاه $f_{*_A}(B)$ برابر است با

۱) $AB^T + A^T B$ ۲) $A^T B^T + AB$

۳) BB^T ۴) $AA^T + BB^T$

۱۴- هرگاه AA^T قطری است $\Big\}$ آنگاه کدام یک از گزینه‌های $M = \Big\{ A \in M_{۲\times۲}(\mathbb{R}) \;\Big|\; detA = ۱ ,$ زیر **نادرست** است؟

۱) M یک زیرگروه لی از $SL(۲)$ می‌باشد.

۲) M یک زیرمنیفلد ۲ بُعدی از $GL(۲)$ می‌باشد.

۳) M یک زیرمنیفلد $SL(۲)$ می‌باشد.

۴) M یک زیرمنیفلد ۲ بُعدی از $M_{۲\times۲}(\mathbb{R})$ می‌باشد.

۱۵- فرض کنید $N = \{A \in GL(n, \mathbb{R}) \mid det(I - A) \neq 0\}$ و $\sigma : N \longrightarrow N$ با ضابطه

$$\sigma(A) = (I + A)(I - A)^{-1}$$

داده شده باشد. آنگاه σ_{*_A} دارای رتبه ..... می‌باشد.

۱) n^2 ۲) $\frac{n(n-1)}{2}$

۳) $\frac{n(n+1)}{2}$ ۴) $n^2 - 1$

۱۶- کدام یک از گزینه‌های زیر **نادرست** است؟

۱) ترکیب دو ایمرسیون، مجدداً یک ایمرسیون است.

۲) ترکیب دو سوبمرسیون، مجدداً یک سوبمرسیون است.

۳) هر سوبمرسیونی یک نگاشت باز است.

۴) هر امبدینگی یک نگاشت سِره است.

۱۷- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) مؤلفه همبندی عضو خنثی در یک گروه لی، زیرگروه نرمال و بسته آن است.

۲) هر زیرگروه بسته از یک گروه لی، یک گروه لی است.

۳) در گروه لی همبند G، هر همسایگی باز عضو خنثی، آن را تولید می‌کند.

۴) هر سه

۱۸- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد $SL(n)$ **نادرست** است؟

۱) $SL(n)$ یک منیفلد غیر فشرده از بُعد $n^2 - 1$ است.

۲) جبر لی $SL(n)$ ایزومورف با $\{A \in M_{n\times n}(\mathbb{R}) \mid trace(A) = 0\}$ است.

۳) $SL(n)$ دارای دو مؤلفه همبندی است.

۴) $SL(n)$ همبند راهی است.

۱۹- S^3 با کدامیک از منیفلدهای زیر دیفئومورف است؟

۱) $SU(2)$ ۲) اعضای یکانی گروه هامیلتونی

۳) $O(4)/O(3)$ ۴) هر سه

۲۰- هرگاه S^n ساختار گروه لی بپذیرد، آنگاه n برابر است با

۱) ۳ و ۱ ۲) ۷ و ۳

۳) ۷ و ۳ و ۱ ۴) ۷ و ۱

۲۱- کدام یک از منیفلدهای زیر، منیفلد همگن است؟

۱) کُره‌های $n-$بُعدی ۲) فضای تصویری حقیقی $n-$بُعدی

۳) چنبره $n-$بُعدی ۴) هر سه

۲۲- $\mathbb{P}_۳(\mathbb{R})$ با کدام یک از منیفلدهای زیر دیفئومورف است؟

۱) $SO(۳)$ ۲) $SO(۴)/O(۴)$

۳) $\dfrac{O(۴)}{O(۱)\times O(۳)}$ ۴) هر سه

۲۳- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد $\mathbb{P}_n(\mathbb{R})$ **نادرست** است؟

۱) $\mathbb{P}_n(\mathbb{R})$ یک منیفلد فشرده از بُعد n می‌باشد.

۲) $\mathbb{P}_n(\mathbb{R})$ فقط به ازای nهای فرد جهت‌پذیر است.

۳) $\mathbb{P}_n(\mathbb{R})$ یک گروه لی است.

۴) $\mathbb{P}_n(\mathbb{R})$ نمی‌تواند با فضای مماس یک منیفلد دیگر، دیفئومورف باشد.

۲۴- هرگاه $\varphi : \mathbb{R}^۲ \longrightarrow \mathbb{R}^۲$ با ضابطه زیر داده شده باشد

$$\varphi(x,y) = (xe^y + y \, , \, xe^y + \lambda y)$$

که در آن $\lambda \in \mathbb{R}$، آنگاه φ

۱) به ازای $\lambda \neq ۱$ یک دیفئومورفیسم است.

۲) به ازای $\lambda > ۱$ یک دیفئومورفیسم جهت نگه‌دار است.

۳) به ازای $\lambda < ۱$ یک دیفئومورفیسم جهت نگه‌دار است.

۴) ۱ و ۲

۲۵- فرض کنید اعضای $\mathbb{R}^4$ را بصورت ماتریس $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$ نمایش دهیم و

$$A_\theta := \begin{bmatrix} Cos\theta & -Sin\theta \\ Sin\theta & Cos\theta \end{bmatrix}$$

نگاشت $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ با ضابطه $f(A) = AA_\theta$ را در نظر بگیرید، در این صورت

۱) f یک دیفئومورفیسم جهت نگه‌دار است.

۲) f یک دیفئومورفیسم جهت برگردان است.

۳) f دارای رتبه ۳ می‌باشد.

۴) هیچکدام

۲۶- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد بطری کلاین **نادرست** است؟

۱) بطری کلاین یک زیرمنیفلد ایمرسه از $\mathbb{R}^3$ است.

۲) بطری کلاین را می‌توان در $\mathbb{R}^3$ نشاند.

۳) بطری کلاین یک منیفلد فشرده ۲ بُعدی است.

۴) بطری کلاین را نمی‌توان در $\mathbb{R}^3$ نشاند.

۲۷- هرگاه $M = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 < 1\right\}$ و $f : M \longrightarrow \mathbb{R}^2$ با ضابطه

$$f(x,y) = \left(\frac{y}{1 - x^2 - y^2} \;,\; e^{x^2}\right)$$

داده شده باشند، آنگاه f در نقطه $p = (\frac{1}{2} , 0)$ ، ..... است.

۱) ایمرسیون ۲) سوبمرسیون

۳) از رتبه یک ۴) ۱ و ۲

۲۸- فرض کنید $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ با ضابطه

$$f(x,y,z) = (e^{2y} + e^{2z} \ , \ e^{2x} - e^{2z} \ , \ x - y)$$

داده شده باشد، آنگاه f یک ..... است.

۱) امبدینگ ۲) ایمرسیون

۳) سوبمرسیون ۴) هیچکدام

۲۹- فرض کنید $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ با ضابطه زیر:

$$f(x,y,z,t) = (x^2 + y^2 + z^2 + t^2 - 1 \ , \ x^2 + y^2 + z^2 + t^2 - 2y - 2z + 5)$$

و $p = (0,1,2,0)$ داده شده باشند. در این صورت کدامیک از بردارهای مماس زیر، عضو $ker(f_{*_p})$ نمی‌باشد؟

۱) $\frac{\partial}{\partial x}(p)$ ۲) $\frac{\partial}{\partial y}(p)$

۳) $\frac{\partial}{\partial t}(p)$ ۴) $\frac{\partial}{\partial x}(p) - \frac{\partial}{\partial t}(p)$

۳۰- فرض کنید $\begin{cases} f : \mathbb{R}^3 \xrightarrow{C^\infty} \mathbb{R}^2 \\ (x_1,x_2,x_3) \mapsto (u_1,u_2) \end{cases}$

بطوریکه $u_1 = f_1(x_1,x_2,x_3)$ و $u_2 = f_2(x_1,x_2,x_3)$. در این صورت هرگاه $\frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2}$ عضو $ker(f_*)$ باشد، آنگاه:

۱) $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{\partial f_1}{\partial x_2}$ و $\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{\partial f_2}{\partial x_2}$

۲) $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{\partial f_1}{\partial x_3}$ و $\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{\partial f_2}{\partial x_3}$

۳) $\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = \frac{\partial f_1}{\partial x_3}$ و $\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial x_3}$

۴) هیچکدام

۳۱- هرگاه $X = xy\frac{\partial}{\partial x} + x^{۲}\frac{\partial}{\partial z}$ و $Y = y\frac{\partial}{\partial y}$ دو میدان برداری روی $\mathbb{R}^{۳}$ باشند، در این صورت $[X,Y]$ در نقطه‌ی $p = (۱,۱,۰)$ برابر است با

۱) $-\frac{\partial}{\partial x}(p)$ ۲) $\frac{\partial}{\partial x}(p)$

۳) $\frac{\partial}{\partial y}(p)$ ۴) $\frac{\partial}{\partial z}(p)$

۳۲- هرگاه $X = xy\frac{\partial}{\partial x} + x^{۲}\frac{\partial}{\partial z} \in \chi(\mathbb{R}^{۳})$ و $f : \mathbb{R}^{۳} \longrightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه

$$f(x,y,z) = x^{۲}y$$

داده شده باشند، در این صورت حاصل $X.f$ برابر است با

۱) $۲x^{۲}y^{۲} + x^{۴}$ ۲) $x^{۴}$

۳) $۲x^{۲}y^{۲}$ ۴) $۲x^{۲}y^{۲} - x^{۴}$

۳۳- میدان برداری $X = ۲\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} + ۳\frac{\partial}{\partial z}$ را روی $\mathbb{R}^{۳}$ در نظر بگیرید. نمایش این میدان برداری در دستگاه مختصات استوانه‌ای (r,θ,z) برای $\mathbb{R}^{۳}$ عبارتست از:

۱) $r(۲Cos\theta + Sin\theta)\frac{\partial}{\partial r} + (۲Sin\theta - Cos\theta)\frac{\partial}{\partial \theta} - ۳r\frac{\partial}{\partial z}$

۲) $(۲Cos\theta + Sin\theta)\frac{\partial}{\partial r} + \frac{۲Sin\theta + Cos\theta}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} - ۳\frac{\partial}{\partial z}$

۳) $(۲Cos\theta - Sin\theta)\frac{\partial}{\partial r} - \frac{۲Sin\theta + Cos\theta}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + ۳\frac{\partial}{\partial z}$

۴) $r(۲Cos\theta - Sin\theta)\frac{\partial}{\partial r} - (۲Sin\theta + Cos\theta)\frac{\partial}{\partial \theta} + ۳r\frac{\partial}{\partial z}$

۳۴- هرگاه $X = \frac{\partial}{\partial z} \in \chi(\mathbb{R}^3)$ داده شده باشد، نمایش این میدان برداری در دستگاه مختصات کروی (ρ, θ, φ) برای $\mathbb{R}^3$ عبارتست از

۱) $\rho^2 Sin\varphi\, Cos\varphi \frac{\partial}{\partial \rho} + \rho Cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta}$

۲) $Cos\varphi \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{Sin\varphi}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi}$

۳) $\rho\, Cos\theta \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{Sin\varphi}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial}{\partial \theta}$

۴) $Sin\theta \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{Cos\theta}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi}$

۳۵- فرض کنید $M = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2 + y^2 - 1 = 0\right\}$ و میدان‌های برداری

$$X = (x^2 - 1)\frac{\partial}{\partial x} + xy\frac{\partial}{\partial y} + xz\frac{\partial}{\partial z}$$

$$Y = x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y} + 2xz^2\frac{\partial}{\partial z}$$

روی $\mathbb{R}^3$ داده شده باشند، در این صورت

۱) X بر M مماس نیست ولی Y بر M مماس است.

۲) X بر M مماس است ولی Y بر M مماس نیست.

۳) X و Y هر دو بر M مماسند.

۴) هیچیک از X و Y بر M مماس نیستند.

۳۶- هرگاه $M = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \;\middle|\; x^2 + y^2 = 1, z^2 + t^2 = 1\right\}$، آنگاه کدام یک از میدان‌های برداری زیر روی $\mathbb{R}^4$ بر M مماس می‌باشد؟

۱) $-y\frac{\partial}{\partial x} + x\frac{\partial}{\partial y}$

۲) $\frac{\partial}{\partial x}$

۳) $-t\frac{\partial}{\partial z} + z\frac{\partial}{\partial t}$

۴) ۱ و ۳

۳۷- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) مجموع دو میدان برداری کامل، مجدداً کامل است.

۲) کروشه لی دو میدان برداری کامل، مجدداً کامل است.

۳) مجموعه تمام میدان‌های کامل، یک زیرمُدول از مجموعه تمام میدان‌های برداری است.

۴) هیچکدام

۳۸- فرض کنید $f(x,y)=x^۲-y^۲$ و α_n خم انتگرال ∇f با شرط $\alpha_n(۰)=(\frac{۱}{n^۲},۱)$ باشد، در این صورت $\alpha_n'(۰)$ کدام است؟

۱) $(\frac{۲}{n^۲},-۲)$ ۲) $(۰,۰)$

۳) $(\frac{۱}{n^۲},-۱)$ ۴) $(۰,e^{-۲})$

۳۹- فرض کنید $X\in\chi(\mathbb{R}^۳)$ بطوریکه $[X,\frac{\partial}{\partial x}]=[X,\frac{\partial}{\partial y}]=۰$، در این صورت X کدام است؟

۱) $x\frac{\partial}{\partial z}$ ۲) $z\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial z}$

۳) $y\frac{\partial}{\partial x}$ ۴) $y\frac{\partial}{\partial z}$

۴۰- فرض کنید $\omega=۲xy\,dx+(x^۲+۲y)\,dy\in \Omega^۱(\mathbb{R}^۲)$، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) $f\in C^\infty(\mathbb{R}^۲)$ وجود دارد بطوریکه $\omega=df$.

۲) ω یک، ۱- فرم بسته است.

۳) ω یک، ۱- فرم کامل است.

۴) هر سه

۴۱- فرض کنید M یک منیفلد باشد و $X, Y \in \chi(M)$ داده شده باشند، در این صورت

۱) $[L_X, i_Y] = i_{[X,Y]}$
۲) $L_X = i_X \circ d + d \circ i_X$
۳) $[L_X, L_Y] = L_{[X,Y]}$
۴) هر سه

۴۲- اگر $\omega = 2xy\,dx + 3y\,dy$ و $\omega = df$، آنگاه f کدام است؟

۱) $xy^2 - x^2$
۲) $x^2y + y^2$
۳) $x^2y + \frac{3}{2}y^2$
۴) چنین تابعی موجود نیست.

۴۳- کدام گزینه **نادرست** است؟

۱) هر فرم کامل، بسته است.
۲) هر فرم در $\mathbb{R}^n$، بسته است.
۳) در $\mathbb{R}^n$ هر فرم بسته، کامل است.
۴) هر فرم بسته در $\mathbb{R}^n$ بصورت دیفرانسیل فرم دیگری در $\mathbb{R}^n$ است.

۴۴- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) اگر $\omega \in Z^r(M)$ و $\psi \in Z^s(M)$ آنگاه $\omega \wedge \psi \in Z^{r+s}(M)$.
۲) اگر $\omega \in Z^r(M)$ و $\psi \in B^s(M)$ آنگاه $\omega \wedge \psi \in B^{r+s}(M)$.
۳) اگر $\omega \in B^r(M)$ و $\psi \in B^s(M)$ آنگاه $\omega \wedge \psi \in B^{r+s}(M)$.
۴) هر سه

۴۵- اگر $\omega = 2\,dx + z^2\,dy + x^2y\,dz \in \Lambda^1(\mathbb{R}^3)$، آنگاه کدام گزینه **نادرست** است؟

۱) $d\omega = d(2) \wedge dx + d(z^2) \wedge dy + d(x^2y) \wedge dz$
۲) $d\omega = 2z\,dz \wedge dx + 2xy\,dx \wedge dz + x^2\,dy \wedge dz$
۳) $d\omega = (x^2 - 2z)\,dy \wedge dz + 2xy\,dx \wedge dz$
۴) $d\omega = 0$

۴۶- فرض کنید $M = \mathbb{R}^2 - \{\circ\}$ و $\omega = \frac{x\,dy - y\,dx}{x^2 + y^2} \in \Lambda^1(M)$ در این صورت:

۱) ω در M کامل است.
۲) ω در M بسته است ولی کامل نیست.
۳) ω در M کامل نیست.
۴) ω در M هم بسته و هم کامل است.

۴۷- هرگاه $\begin{cases} f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (u,v,w) \mapsto (x,y) = (u - v, v^2 + w) \end{cases}$ و

$$\theta = (2xy + x^2 + 1)\,dx + (x^2 - y)\,dy \in \Lambda^1(\mathbb{R}^2)$$

آنگاه حاصل $f^*(\theta)(\circ,\circ,1)$ عبارتست از

۱) $du - 2\,dv - dw$
۲) $-2\,du + dv + dw$
۳) $du + dv - 2\,dw$
۴) $2\,du - dv + dw$

۴۸- فرض کنید $\omega = f_1\,dx + f_2\,dy \in \Lambda^1(\mathbb{R}^2)$ و $X = \frac{\partial}{\partial x} \in \chi(\mathbb{R}^2)$، هرگاه $L_X(\omega) = \circ$

آنگاه :

۱) $\frac{\partial f_1}{\partial x} = \frac{\partial f_2}{\partial x} = \circ$
۲) $\frac{\partial f_1}{\partial y} = \frac{\partial f_2}{\partial y} = \circ$
۳) $\frac{\partial f_1}{\partial x} = \frac{\partial f_2}{\partial y} = \circ$
۴) $\frac{\partial f_1}{\partial y} = \frac{\partial f_2}{\partial x} = \circ$

۴۹- هرگاه $f : M \longrightarrow M$ یک دیفئومورفیسم و $\omega \in \Lambda^k(M)$ و $X \in \chi(M)$ باشند، در این صورت کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) $i_X \circ f^* = f^* \circ i_{f_* X}$
۲) $L_X \circ f^* = f^* \circ L_{f_* X}$
۳) $d \circ f^* = f^* \circ d$
۴) هر سه

۵۰- فرض کنید $\omega \in \Lambda^1(\mathbb{R}^3)$ چنان باشد که $\omega \wedge dx \wedge dy = \circ$. در این صورت وجود دارند $f, g \in C^\infty(\mathbb{R}^3)$ بطوریکه ω برابر است با

۱) $f\,dx + g\,dz$
۲) $f\,dx + g\,dy$
۳) $f\,dy + g\,dz$
۴) اطلاعات مساله کافی نیست.