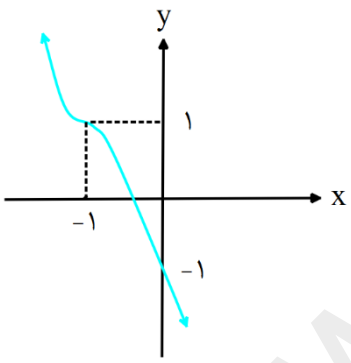
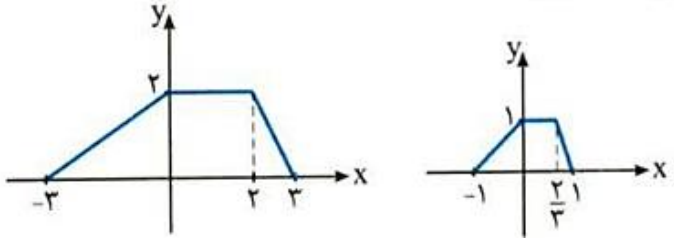
نام و نام خانوادگی: .....
مقطع و رشته: دوازدهم تجربی
نام پدر: .....
شماره داوطلب: .....
تعداد صفحه سؤال: ۲صفحه

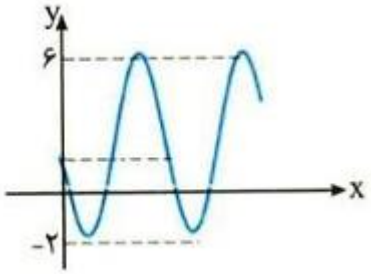
جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
امتحانات **میان ترم** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴**
www.sarayedanesh.com
۰۲۱-۲۹۳۶

نام درس: ریاضی۳
نام دبیر: مرضیه بختیاری
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۸/ ۱۰
ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان : ۹۰ دقیقه

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	جاهای خالی را پر کنید الف)در بازه (۱و۰) تابع x^3---------- تر از تابع x^2 است ب)دامنه تابع ---------- برابر $\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$است ج)دوره تناوب اصلی تابع$y = tanx$ ---------- است	۱/۵
۲	نمودار $f(x)=x^3$ را ابتدا به اندازه یک واحد به سمت راست و سپس به اندازه ۷ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار g حاصل شود. نمودار تابع f و g با چه طول‌هایی همدیگر را قطع می‌کنند؟	۱/۵
۳	نمودار تابع $f(x)=a(x+b)^3+c$ به صورت مقابل است. اگر $g(x)=b(x-a)^3+c$ باشد، مقدار $g(2)$ را به‌دست آورید. 	۱/۵
۴	اگر $f(x)=x+a$ و $g(x)=ax^2+bx+c$ باشند، a، b و c را طوری تعیین کنید که داشته باشیم $(fog)(x)=x^2-3x+4$.	۱/۵
۵	اگر $f(x)=x-2$ و $g(x)=x^2-5x+4$ باشند، روی چه بازه‌ای نمودار تابع gof، پایین محور xها قرار می‌گیرد؟	۱/۵
۶	نمودار تابع $y=f(x)$ و $y=af(bx)+c$ به صورت زیر می‌باشند. مقادیر a، b و c را به‌دست آورید.  نمودار f نمودار $y=af(bx)+c$	۱/۵
۷	ضابطه وارون $f(x)=x^3+6x^2+12x$ را به‌دست آورید.	۱/۵

www-kanoon-ir

ردیف	سؤالات	بارم
۸	نمودار تابع $f(x)=a\sin(bx)+c$ به صورت مقابل است. اگر دوره تناوب تابع f، با دوره تناوب تابع $y=-۳\cos\left(\frac{۲}{۳}x\right)+\sqrt{۵}$ برابر باشد، ضابطه تابع f را مشخص کنید. 	۱/۵
۹	درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $\cos^۴x-\sin^۴x=\cos۲x$	۱/۵
۱۰	جواب هریک از معادلات زیر را در بازه‌های داده شده، تعیین کنید. الف) $۲\sin^۲x-\sin x=۰\quad,\quad x\in[۰,۲\pi]$ ب) $۲\cos۲x+۱=۰\quad,\quad x\in[-\pi,\pi]$	۱/۵
۱۱	اگر $\lim\limits_{x\to-۲}\frac{x+۳}{x^۲+ax+b}=+\infty$ باشد، مقادیر a و b را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۲	a و b را طوری بیابید که $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ax^۳+x^۲+۱}{۶x^b-۱}=-\frac{۲}{۳}$ باشد.	۱/۵
۱۳	حاصل حدهای زیر را به‌دست آورید. الف) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۲x^۳-۵x+۱}{۶x^۳-۱۱x^۲-۳}$ پ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-۴x^۷+۵x^۲}{۲x^۳+۹}$ ت) $\lim\limits_{x\to۱}\frac{x-\sqrt{x}}{x^۲+x-۲}=$ ث) $\lim\limits_{x\to۳}\frac{x^۲-۹}{۲-\sqrt{x+۱}}=$	۲
جمع بارم: ۲۰ نمره		

www-kanoon-ir

کلاس صیاد ترم ریاضی 3

الف) ۵ سنتر ب) gof ج) π	1
$g(x)=(x-1)^3+7 \longrightarrow f(x)=g(x) \Rightarrow x^3=(x-1)^3+7$ $\rightarrow 3x^2-3x-6=0 \rightarrow x=2, x=-1$	2
$y=a(x+b)^3+c \rightarrow b=1, c=1 \rightarrow y=a(x+1)^3+1$ $\xrightarrow{(0,-1)} -1=a(0+1)^3+1 \Rightarrow a=-2$ $g(x)=b(x-a)^3+c \rightarrow g(x)=(x+2)^3+1 \rightarrow g(2)=65$	3
$fog(x)=f(g(x))=f(ax^2+bx+c)=ax^2+bx+a+c=x^2-3x+4$ $\rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ a+c=4 \rightarrow c=3 \end{cases}$	4
$gof(x)=x^2-9x+18 \rightarrow gof(x)<0 \rightarrow x^2-9x+18<0$ $\rightarrow 3<x<6$	5

www-kanoon-ir

6

$y = af(bx) + c \longrightarrow b = 3 \;,\; c = 0 \;,\; a = \frac{1}{2}$

7

$y = (x+2)^3 - 8 \Rightarrow (x+2)^3 = y+8 \rightarrow x+2 = \sqrt[3]{y+8}$

$\rightarrow x = \sqrt[3]{y+8} - 2 \longrightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+8} \quad x \in \mathbb{R}$

8

$T = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$

از آنجایی که شبیه نمودار $y = -\sin x$ است پس a و b هم علامت نیستند.

$b>0, a<0$ $\quad T = 3\pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{2}{3} \xrightarrow{b>0} b = \frac{2}{3}$

$c = \frac{max + min}{2} = 2$

$max = |a| + c = |a| + 2 = 6 \rightarrow |a| = 4 \xrightarrow{a<0} a = -4$

$y = -4\sin\left(\frac{2}{3}x\right) + 2$

9

$\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

($\cos^2 x + \sin^2 x = 1$)

10

الف) $2\sin^2 x - \sin x = 0 \rightarrow \sin x(2\sin x - 1) = 0 \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \sin\frac{\pi}{6} \end{cases}$

$\begin{cases} x = 0, \pi, 2\pi \\ x = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} x = \frac{\pi}{6} \\ (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} x = \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$

www-kanoon-ir

ب) $2\cos 2x + 1 = 0 \rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{3}$

$\rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \longrightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$

$k=0 \rightarrow x = \pm \frac{\pi}{3}, \xrightarrow{k=1} x = \frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

$\frac{4\pi}{3}$ قابل قبول نیست.

$k=-1 \rightarrow x = -\pi \pm \frac{\pi}{3} \rightarrow x = -\frac{4\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$

$-\frac{4\pi}{3}$ قابل قبول نیست.

(11

$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 = x^2 + ax + b \rightarrow a = 4, b = 4$

12

$\lim_{x \to \infty} \frac{ax^3 + x^3 + 1}{6x^3 - 1} = -\frac{2}{3} \rightarrow 3a = -12$

$a = -4$

$\lim_{x \to \infty} \frac{ax^3 + x^3 + 1}{6x^3 - 1} = 3 \rightarrow b = 3$ حد برابر

13

ا) $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3(3 - \frac{5}{x^2} + \frac{1}{x^3})}{x^3(6 - \frac{11}{x} - \frac{3}{x^3})} = \frac{3}{6}$

ب) $\lim_{x \to -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^7(-4 + \frac{5}{x^5})}{x^3(2 + \frac{9}{x^3})} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-4x^7}{2x^3} = -\infty$

پ) $\lim_{x \to 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - x}{6(x-1)} = \lim_{x \to 1} \frac{x}{6} = \frac{1}{6}$

ت) $\lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x+3)}{2 - \sqrt{x+1}} \times \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}} = -24$