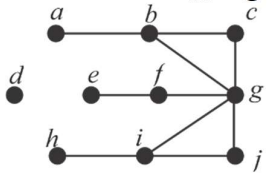
ش صندلی: نام و نام خانوادگی: سؤال امتحان درس: ریاضیات گسسته	نام واحد آموزشی: ..... پایه: دوازدهم نام دبیر:	نوبت امتحانی: نیم‌سال اول رشته: ریاضی سال تحصیلی: ۱۴۰۴-۱۴۰۳	ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۱۸ تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

۱- درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص نمایید. a. برای هر دو عدد حقیقی و نامنفی x و y داریم $\sqrt{x+y}<\sqrt{x}+\sqrt{y}$ b. مجموع هر سه عدد گنگ مثبت، همواره عددی گنگ است. c. اگر $a\mid b$ آنگاه $\lvert a\rvert\le\lvert b\rvert$ d. تساوی $\frac{۱}{a+b+c}=\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}+\frac{۱}{c}$ به ازای هیچ مقدار حقیقی از متغیرها برقرار نیست. e. P_n گرافی است که فقط از یک مسیر به طول n ساخته شده است. f. در یک گراف هم‌بند، هر دو رأس دل‌خواه با هم مجاور هستند.	۱/۵
۲- عبارت‌های مناسب را از داخل کمانک انتخاب نمایید. a. اگر a,b,m عددهایی صحیح باشند که $a\mid b$ آنگاه ..... ($ma\mid b$ یا $a\mid mb$) b. اگر $ac\overset{m}{\equiv}bc$ و $(m,c)=d$ باشد، آنگاه رابطهٔ ..... برقرار خواهد بود. ($a\overset{m}{\equiv}b$ یا $a\overset{\frac{m}{d}}{\equiv}b$) c. عدد ۱۴۰۳۱۴۰۴ عضو مجموعهٔ ..... می‌باشد. ($[۶]_{۱۱}$ یا $[۲]_{۱۱}$) d. معادلهٔ هم‌نهشتی ..... در اعداد صحیح فاقد جواب است. ($۱۳x\overset{۴۲}{\equiv}۷$ یا $۷x\overset{۴۲}{\equiv}۱۳$)	۱
۳- جاهای خالی را با عبارت‌ها یا عددهای مناسب تکمیل کنید. a. اگر $a\mid b$ آنگاه (a,b) برابر است با ..... . $(a,b\neq۰)$ b. گرافی که تمامی رأس‌های آن ایزوله باشند را گراف ..... می‌نامیم. c. اندازهٔ گراف $۷-$ منتظم از مرتبهٔ ۲۲ برابر است با ..... . d. در گراف کامل با مجموعه رأس‌های $V=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i\}$ تعداد یال‌هایی از گراف که با یال gh مجاور باشند برابر ..... است.	۲
۴- اگر α,β عددهایی گنگ و $\alpha+\beta$ عددی گویا باشد، ثابت کنید عدد $۲\alpha-۳\beta$ عددی گنگ است.	۱
۵- با استفاده از گزاره‌های هم‌ارز (اثبات بازگشتی) ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم $۵x^۲+۸xy+۵y^۲\ge۰$.	۱
۶- ثابت کنید همیشه در میان هر سه مضرب متوالی از عدد ۷، یکی‌شان مضرب ۳ است.	۱
۷- اگر a عددی فرد و بزرگ‌تر از ۱ باشد و برای برخی از عددهای صحیح n داشته باشیم $a\mid۹n+۱۶$ و $a\mid۷n-۱۰$ ثابت کنید a عددی اول است.	۱/۵
«ادامهٔ سؤالات در صفحهٔ ۲»	

www-kanoon.ir

ش صندلی: نام و نام خانوادگی: سؤال امتحان درس: ریاضیات گسسته	نام واحد آموزشی: ..... پایه: دوازدهم نام دبیر:	نوبت امتحانی: نیم‌سال اول رشته: ریاضی سال تحصیلی: ۱۴۰۴-۱۴۰۳	ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۱۸ تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

۸- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد صحیح n بر دو عدد ۱۱ و ۱۴ به ترتیب برابر ۷ و ۸ باشد، فقط با استفاده از قضیه تقسیم، باقی‌ماندهٔ تقسیم n را بر عدد ۷۷ پیدا کنید.	۱/۵
۹- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $A=3^{555}-23$ را در تقسیم بر عدد ۴۰ پیدا کنید.	۱
۱۰- ثابت کنید هر عدد طبیعی به فرم $\overline{abcabc}$ مضربی از عدد ۱۳ می‌باشد.	۱
۱۱- اگر هفتم اردیبهشت سالی، روز سه‌شنبه باشد، ۱۱ اسفند آن سال چه روزی از هفته خواهد بود؟	۱
۱۲- شخصی در یک مسابقهٔ علمی شرکت کرده است که پاسخ‌گویی به سؤالات ریاضی آن ۷ امتیاز و پاسخ‌گویی به سؤالات فیزیک آن ۵ امتیاز دارد. این شخص به چند حالت ممکن است امتیازی برابر ۱۰۳ کسب کرده باشد. (پاسخ به هر سؤال یا امتیاز کامل دارد و یا امتیازی ندارد.)	۱/۵
۱۳- نمودار گراف G به صورت مقابل می‌باشد. هر یک از موارد خواسته شده را بدون ذکر دلیل مشخص نمایید.  a. مرتبهٔ گراف G b. $q(\overline{G})$ c. $\deg_{\overline{G}}(j)$ d. $N_G(d)$ e. $N_{\overline{G}}[g]$ f. $\delta(\overline{G})$ g. زیر گرافی ناهم‌بند h. دو تا $b-i$ مسیر متفاوت i. دوری به طول ۵ در گراف $\overline{G}$	۳
۱۴- گرافی هم‌بند از مرتبهٔ ۵ رسم کنید که دارای دورهایی به طول ۳ و ۴ باشد، اما دوری به طول ۵ نداشته باشد.	۱
۱۵- گرافی $r-$ منتظم (با مقدار r دل‌خواه) و با اندازهٔ ۸ رسم کنید.	۱
	۲۰

www-kanoon.ir

بسمه تعالی

مجتمع آموزشی فرهنگی علامه طباطبایی

پاسخنامه

آزمون پایان ترم درس: ریاضیات گسسته

پایه دوازدهم ـ نیم‌سال اول

پاسخ‌نامه در ۴ صفحه تنظیم شده است.

تاریخ: ۱۴۰۳/۱۰/۱۸

زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۱- هر قسمت ۰/۲۵ نمره دارد.

a) نادرست　　b) نادرست　　c) نادرست

d) نادرست　　e) نادرست　　f) نادرست

۲- هر قسمت ۰/۲۵ نمره دارد.

a) $a \mid mb$　　b) $a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$　　c) $[۲]_{۱۱}$　　d) $۷x \overset{۴۲}{\equiv} ۱۳$

۳- تمام قسمت‌ها ۰/۵ نمره دارند.

a) $|a|$ (جواب a دارای ۰/۲۵ نمره است)　　b) تهی　　c) ۷۷　　d) ۱۴

۴-

$۲\alpha - ۳\beta = ۵\alpha - ۳(\alpha + \beta)$　(۰/۲۵)

از آنجایی که α گنگ است پس ۵α نیز عددی گنگ می‌باشد. (۰/۲۵)

از آنجایی که $\alpha + \beta$ گویا است پس $۳(\alpha + \beta)$ گویاست (۰/۲۵)

و می‌دانیم تفاضل هر عدد گنگ با هر عدد گویا عددی گنگ می‌باشد. (۰/۲۵)

(به تمامی راه‌های درست دیگر از جمله برهان خلف نمرهٔ کامل تعلق می‌گیرد.)

۵-

$۰ \le ۵x^۲ + ۸xy + ۵y^۲$

$\Leftrightarrow ۰ \le (۴x^۲ + ۴xy + y^۲) + (x^۲ + ۴xy + ۴y^۲)$　(۰/۲۵)

$\Leftrightarrow ۰ \le (۲x + y)^۲ + (x + ۲y)^۲$　(۰/۲۵) عبارت همواره درست

با توجه به اینکه همهٔ گزاره‌ها هم‌ارز هستند و عبارت آخر گزاره‌ای همیشه درست است، لذا حکم مسأله (عبارت اول) نیز همواره درست می‌باشد. (۰/۲۵) (استفاده از نمادهای گزاره‌های دوشرطی (۰/۲۵))،

(به تمامی راه‌های درست دیگر که از روش بازگشتی در آن استفاده شده، نمرهٔ کامل تعلق می‌گیرد).

---

www-kanoon-ir

-۶

عددها را $۷n$ و $۷n+۷$ و $۷n+۱۴$ در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵)

اثبات با بررسی همهٔ حالت‌ها:

$$n=\begin{cases}۳t \Rightarrow ۷n=۲۱t=۳(۷t)=۳k \checkmark & \text{(۰/۲۵ نمره)}\\ ۳t+۱ \Rightarrow ۷n+۱۴=۲۱t+۲۱=۳(۷t+۷)=۳k \checkmark & \text{(۰/۲۵ نمره)}\\ ۳t+۲ \Rightarrow ۷n+۷=۲۱t+۲۱=۳(۷t+۷)=۳k \checkmark & \text{(۰/۲۵ نمره)}\end{cases}$$

پس در همهٔ حالت‌های ممکن برای عدد n همیشه یکی از عددهای $۷n$ و $۷n+۷$ و $۷n+۱۴$ مضرب ۳ هستند.

-۷

$$\begin{cases}a \mid ۹n+۱۶\\ a \mid ۷n-۱۰\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a \mid ۶۳n+۱۱۲ & \text{(۰/۲۵ نمره)}\\ a \mid ۶۳n-۹۰ & \text{(۰/۲۵ نمره)}\end{cases}$$

$$\Rightarrow a \mid ۲۰۲ \quad \text{(۰/۲۵ نمره)}$$

$$\Rightarrow a=\pm ۱ \text{ یا } \pm ۲ \text{ یا } \pm ۱۰۱ \text{ یا } \pm ۲۰۲ \quad \text{(۰/۲۵ نمره)}$$

$$\xrightarrow[\text{و فرد}]{a>۱} a=۱۰۱ \Rightarrow \quad a \text{ عددی اول است}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

-۸

$$\begin{cases}a=۱۱q_۱+۷ & \text{(۰/۲۵)}\\ a=۱۴q_۲+۸=۷(۲q_۲)+۸ & \text{(۰/۲۵)}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}۷a=۷۷q_۱+۴۹\\ ۱۱a=۷۷(۲q_۲)+۸۸\end{cases} \quad \text{(۰/۲۵)}$$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow ۴a=۷۷(۲q_۲-q_۱)+۳۹\\ \Rightarrow ۸a=۷۷(۴q_۲-۲q_۱)+۷۸\\ \text{و} \quad \Rightarrow ۷a=۷۷(q_۱)+۴۹\\ \Rightarrow a=۷۷(۴q_۲-۳q_۱)+۲۹\end{array}\right\} \quad \text{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow a=۷۷q+۲۹ \Rightarrow ۲۹= \text{ باقی‌مانده} \quad \text{(۰/۵)}$$

---

www-kanoon-ir

-۹

$۸۱=۳^{۴}\overset{۴۰}{\equiv}۱$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow ۳^{۵۵۶}\overset{۴۰}{\equiv}۱\overset{۴۰}{\equiv}-۳۹$ (۰/۲۵) (دو طرف به توان ۱۳۹)

$\xrightarrow{(۳,۴۰)=۱} ۳^{۵۵۵}\overset{۴۰}{\equiv}-۱۳$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow ۳^{۵۵۵}-۲۳\overset{۴۰}{\equiv}-۳۶\overset{۴۰}{\equiv}۴$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow A\overset{۴۰}{\equiv}۴$

-۱۰

$\overline{abcabc}=\overline{abc۰۰۰}+\overline{abc}$ (۰/۲۵)

$=۱۰۰۰(\overline{abc})+\overline{abc}$ (۰/۲۵)

$=۱۰۰۱(\overline{abc})=۷\times۱۱\times۱۳\times\overline{abc}=۱۳K$ (۰/۵)

-۱۱

۱۱ اسفند $\xrightarrow{۴\text{ روز}}$ ۷ اسفند $\xrightarrow{۵\times۳۰\text{ روز}}$ ۷ مهر $\xrightarrow{۵\times۳۱\text{ روز}}$ ۷ اردیبهشت

$۵\times۳۱+۵\times۳۰+۴\overset{۷}{\equiv}۵\times۳+۵\times۲+۴\overset{۷}{\equiv}۱$ (۰/۵)

پس در طول هفته یک روز به جلو می‌رویم. لذا به روز چهارشنبه خواهیم رسید. (۰/۵ نمره)

-۱۲

$x=$ تعداد سؤالات ریاضی حل شده

$y=$ تعداد سؤالات فیزیک حل شده

داریم:

$۷x+۵y=۱۰۳$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow ۷x\overset{۵}{\equiv}۱۰۳\Rightarrow ۲x\overset{۵}{\equiv}-۲\Rightarrow x\overset{۵}{\equiv}-۱\Rightarrow x=۵k-۱$ (۰/۵)

$۷x+۵y=۱۰۳\Rightarrow ۷(۵k-۱)+۵y=۱۰۳\Rightarrow y=۲۲-۷k$ (۰/۲۵)

$$\begin{cases}۰\le x\Rightarrow ۱\le k\\ ۰\le y\Rightarrow k\le ۳\end{cases}\Rightarrow ۱\le k\le ۳$$ (۰/۵)

۳ حالت امکان‌پذیر است.

---

www-kanoon-ir

۱۳-

a) $P=۱۰$ (۰/۲۵ نمره) b) ۳۵ (۰/۲۵ نمره) c) ۷ (۰/۲۵ نمره)

d) $\{\ \}=\phi$ (۰/۲۵ نمره) e) $\{g,a,d,e,h\}$ (۰/۵ نمره) f) ۴ (۰/۲۵ نمره)

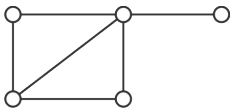
g) a b (۰/۵ ـ تمام جواب‌های دیگر درست نیز نمره می‌گیرند)

h) bgi (۰/۲۵ نمره)

$bcgi$ (۰/۲۵ نمره)

i) $acjhda$ (۰/۲۵ نمره) (به تمام دورهای صحیح نمره تعلق می‌گیرد.)

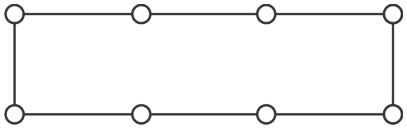
۱۴- ۱ نمره



به تمامی گراف‌های همبند دیگر نیز نمره تعلق می‌پذیرد.

۱۵- ۱ نمره

$C_۸$:



به گراف‌های دیگر نیز نمره تعلق می‌گیرد.