نام ونام خانوادگی:	باسمه تعالی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۲۰
نام پدر:	مدیریت آموزش وپرورش ناحیه یک یزد	مدت پاسخگوئی: ۱۱۰ دقیقه
سوال درس: ریاضیات گسسته	**دبیرستان نمونه دولتی ملک ثابت**	ساعت امتحان: ۸ صبح
پایه: دوازدهم		تعداد سوال: ۱۶
رشته: ریاضی کلاس:		تعداد صفحه: ۳

توجه: بارم هر سوال 1.25 می باشد

۱. برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید:

$$x^۲ + y^۲ + z^۲ \geq xy + yz + xz$$

۲. ثابت کنید اگر a برابر مجموع مربع‌های ۲ عدد صحیح باشد. $۲a$ نیز برابر مجموع مربع‌های دو عدد صحیح است.

۳. اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + ۲\beta$ گنگ است.

۴. ثابت کنید اگر $p > ۳$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = ۶k + ۱$ یا $p = ۶k + ۵$ $(k \in \mathbb{W})$ نوشته می‌شود.

۵. اگر دو عدد $(۳a - ۵)$ و $(۴a - ۷)$ رقم یکان برابر داشته باشند رقم یکان عدد $(۹a + ۶)$ را به‌دست آورید.

۶. اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $b|a + ۲$ در این صورت باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $(a^۲ + b^۲ + ۳)$ بر ۸ را بیابید.

۷. فرض کنید $(۸a + ۲ \ , \ ۶a - ۴) = d$ آنگاه d چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟

۸. اگر a عددی طبیعی و داشته باشیم $a|۷k + ۱$ و $a|۴k + ۳$ ثابت کنید $a = ۱$ یا $a = ۱۷$.

www-kanoon-ir

۹. اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد به‌طوری که $۷|۲k+۱$، ثابت کنید:

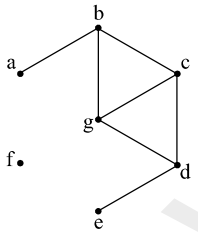
$۴۹|۴k^۲ - ۱۰k - ۶$

۱۰. در یک تقسیم مقسوم‌علیه برابر ۱۷ باقیمانده برابر ۳ می‌باشد حداکثر چند واحد می‌توان به مقسوم اضافه کرد بدون آنکه خارج قسمت ، مقسوم‌علیه تغییر کنند؟

۱۱. با تبدیل معادلهٔ سیالهٔ خطی $۵x + ۲y = ۱۸$ به معادلهٔ هم‌نهشتی و حل آن، جواب‌های عمومی این معادله را بیابید.

۱۲. اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم‌نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟

۱۳. با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف) مسیری به طول ۳ از a به c بنویسید.

ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید.

www-kanoon-ir

پ درجهٔ رأس a در گراف $\overline{G}$ را تعیین کنید.

ت آیا گراف G همبند است؟ چرا؟

۱۴. باقی‌مانده تقسیم عدد $۱! + ۲! + ۳! + ۴! + ۵! + \cdots + ۲۰۰!$ را بر ۱۵ به دست آورید. (! نماد فاکتوریل است)

۱۵. گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال‌های $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ را در نظر بگیرید:

الف نمودار گراف را رسم کنید.

ب $N_G[b]$ را مشخص کنید.

پ یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.

۱۶. گراف G، $۳-$ منتظم است و اندازهٔ آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس‌های گراف است. مرتبهٔ گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.