نام و نام خانوادگی:	باسمه تعالی	امتحان ۱۴۰۴
نام پدر :	اداره کل آموزش و پرورش هرمزگان	پایه : دوازدهم رشته: ریاضی
شماره صندلی:	اداره آموزش و پرورش ناحیه یک بندرعباس	شماره کلاس: ۴۰۶-۴۰۵-۴۰۴
شماره کلاس :	دبیرستان هیات امنایی ابن سینا - آشتاب	تاریخ : ۱۴۰۴/۱۰/۲۰
	مهر آموزشگاه	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
		نام دبیر : رضا حیدری

ریاضیات گسسته

هریک از گزاره‌های زیر را اثبات و یا با ارائهٔ مثال نقض رد کنید.

۱ برای هر دو عدد حقیقی x و y: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ۰/۵ نمره

۲ برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، عدد $۲^n - ۱$ اول است. ۰/۵ نمره

۳ اگر برای هر سه مجموعهٔ A، B و C داشته باشیم $A \cup B = A \cup C$، آنگاه $B = C$. ۰/۵ نمره

۴ ثابت کنید اگر k حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4k + ۱$ مربع کامل است. ۱ نمره

۵ با استدلال استنتاجی، ثابت کنید تفاضل مربعات دو عدد فرد همواره مضرب چهار است. ۱ نمره

۶ اگر a فرد و b زوج باشد، ثابت کنید $a^۲ + b^۲ - ab$ فرد است. ۱/۵ نمره

۷ ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n، $n^۲ - ۵n + ۷$ عددی فرد است. ۱/۵ نمره

۸ اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha - \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $۲\alpha + \beta$ گنگ است. ۱ نمره

۹ با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر x گویا و y گنگ باشد، آنگاه $(x + y)$ گنگ است. ۱ نمره

۱۰ با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم: ۲ نمره

$$a^۲ + b^۲ \geq (a - ۱)(b + ۱)$$

۱۱ هرگاه a, b, c سه عدد صحیح، $a \neq ۰$، $a|b$ و $a|c$ ثابت کنید: $a|b \pm c$ ۱ نمره

۱۲ تمام عددهای صحیح مانند a را بیابید که $۷a - ۳ | ۴a + ۱$. ۱/۵ نمره

حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱۳ $([m^۲ , m] , m^۵)$ ۰/۷۵

۱۴ $[(۷۲ , ۴۸) , ۱۲۰]$ ۰/۷۵ نمره

www.kanoon.ir

www-kanoon-ir

۱۵ اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۷ برابر ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2a - 5b)$ بر ۱۷ را بیابید. ۱٫۵ نمره

۱۶ فرض کنید $m \in \mathbb{N}$ و $a, b \in \mathbb{Z}$. اگر $a \overset{m}{\equiv} b$ و $n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید: $a^n \overset{m}{\equiv} b^n$. ۱ نمره

۱۷ باقی‌ماندهٔ تقسیم $2^{1398} \times 5 + 1$ را بر ۱۱ بیابید. ۱٫۵ نمره

۱۸ معادلهٔ سیالهٔ $3x + 7y = 2$ را حل کرده و جواب‌های عمومی آن را به دست آورید. ۱٫۵ نمره

www-kanoon-ir