دل آرام باشید با یاد خدا **نام ونام خانوادگی:** **کلاس:** نمره (رقم) | نمره (حروف)	مدیریت آموزش و پرورش نطنز **دبیرستان دخترانه سمیه** (دوره دوم متوسطه) سال تحصیلی: ۱۴۰۵ -۱۴۰۴ **استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد.**	**نام درس : ریاضیات گسسته** رشته ریاضی و فیزیک **مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه** **تاریخ امتحان: شنبه ۱۴۰۴/۱۰/۰۶** **صفحه اول**

۱	**درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.** **الف) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.** درست ☐ نادرست ☐ **ب) هر دو عدد صحیح متوالی نسبت به هم اول هستند.** درست ☐ نادرست ☐ **پ) اگر $a\|b$ آن گاه $[a,b]=\|a\|$.** درست ☐ نادرست ☐ **ت) گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ قابل رسم نیست.** درست ☐ نادرست ☐	۱
۲	**هر یک از گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض رد کنید.** **الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن گاه $4k+1$ مربع کامل است.** **ب) اگر $a\|bc$ آن گاه می توان نتیجه گرفت که a حداقل یکی از اعداد b یا c را می شمارد.** **ج) برای هر دو عدد حقیقی x و y که $[x]=[y]$ ، آن گاه $[x^2]=[y^2]$.**	۲
۳	**ثابت کنید باقی مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸ برابر یک است.** **راهنمایی: به عبارت دیگر نشان دهید مربع هر عدد فرد به شکل $8k+1$ نوشته می شود.**	۱
۴	**اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha+\beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha+2\beta$ گنگ است.**	/۵
۵	**با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید به ازای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^2+y^2\geq(x-1)(y+1)$.**	۱

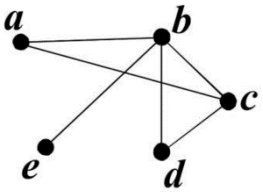
www-kanoon.ir

۶	فرض کنید $x\|a-b$ و $x\|c-d$. ثابت کنید $x\|ac-bd$.	/۵
۷	اگر n عددی صحیح باشد، ثابت کنید $3\|n^3-n$.	۱/۵
۸	فرض کنید n عددی صحیح باشد و $d=(8n+5\,,11n+3)$. مقادیر ممکن برای d را بدست آورید.	۱
۹	فرض کنید a عددی طبیعی باشد. حاصل عبارت $[\,(a^3,a^7)\,,\,[a^2,a^5]\,]$ را بدست آورید.	/۵
۱۰	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ باشد باقی مانده تقسیم عدد a بر ۲۰ را محاسبه کنید.	۱
۱۱	اگر دو عدد $3a-5$ و $4a-7$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $9a+6$ را به دست آورید.	۱

www-kanoon-ir

۱۲	باقی مانده تقسیم عدد $2^{25}+3^{31}$ بر 7 را بدست آورید.	۱
۱۳	اگر اکنون در ماه دی قرار داشته باشیم، ۲۰۰ ماه بعد در چه ماهی قرار خواهیم داشت؟	/۵
۱۴	اگر عدد ۵ رقمی $39a71$ بر ۱۱ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم این عدد بر ۹ را بدست آورید. راهنمایی: ابتدا با کمک قاعده بخش پذیری بر ۱۱، مقدار a را بدست آورید.	۱
۱۵	مجموعه جواب معادله هم نهشتی $18x \overset{120}{\equiv} 66$ را بدست آورید.	۱
۱۶	همه جواب های معادله سیاله خطی $5x+9y=22$ را به دست آورید.	۱
۱۷	اگر G گرافی از اندازه ۱۲ باشد، حداقل مرتبه G چند است؟	/۵

www-kanoon.ir

۱۸	در شکل زیر گراف G داده شده است.  الف) مجموعه های $N_G(c)$ و $N_G[e]$ را مشخص کنید. ب) تمام دورهای موجود در گراف را معلوم کنید. ج) اختلاف $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید.	۱/۵
۱۹	توضیح دهید چرا تعداد رئوس فرد در هر گراف، همواره عددی زوج است.	۱
۲۰	توضیح دهید به یک گراف ۸ راسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟	/۵
۲۱	فرض کنید G گرافی از مرتبه ۷ باشد و راسی از درجه ۳ داشته باشد. حداکثر اندازه گراف G را بدست آورید.	۱

پایان