بسمه تعالی

دبیرستان غیر انتفاعی دخترانه نوآوران شهرستان گلپایگان

آزمون نوبت اول درس ریاضیات گسسته درنیمسال اول (1405-1404)

نام ونام خانوادگی:..... مدت: ۸۰ دقیقه تاریخ امتحان: 1404/10/3

مقطع:سال دوازدهم رشته:علوم ریاضی مدرس: آقای آخوندی

بار درخت علم ندانم بجز عمل با علم اگر عمل نکنی شاخ بی بری

۱.برای هردو عدد حقیقی x, y با استفاده از روش بازگشتی ثابت کنید: (2)

$$x^2+y^2+1\geq xy+y+x$$

۲.اگرعدد طبیعی a دو عدد $(9k+7)$ و $(7k+6)$را عاد کند، ثابت کنید $a=1$ یا $a=5$. (2)

۳.اگرباقیمانده تقسیم اعداد m و n بر 17 به ترتیب 5 و 3 باشد، دراین صورت باقیمانده تقسیم عدد $2m-5n$ بر 17 را بدست آورید؟ (2)

۴.اگر a عددی صحیح و فرد ، و $b|a+2$ دراین صورت باقیمانده تقسیم a^2+b^2+3 بر 8 رابدست آورید؟ (2)

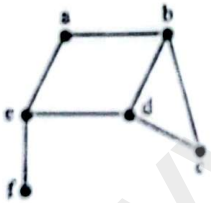
۵. باقیمانده تقسیم عدد $A=1!+2!+3!+...+1000!$ را بر 10 بیابید؟ (1.5)

۶. باقیمانده تقسیم عدد $A=(1000)^{13}\times 12+11$ را بر 7 بیابید؟ (2)

۷.اگردر یک سال شنبه روز اول مهر باشد، درهمان سال 12 بهمن‌ماه چه روزی از هفته است؟ (1.5)

۸.اگر x, y هردو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی $12x+11y=759$ چند جواب دارد؟ (2)

۹. شکل مقابل نمودار گراف G می‌باشد:



الف) مرتبه و اندازه گراف G را بیابید؟

ب)مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید؟

ج)مجموع درجه‌های راس‌های گراف G رامشخص کنید؟ (2)

۱۰. شکل مقابل نمودار گراف G می‌باشد:



الف) در گراف G مقادیر $\delta(G)$ و $\Delta(G)$ را بیابید؟

ب) یک دور به طول 4 در گراف G بنویسید؟

ج) یک مسیر به طول 3 و یک مسیر به طول 4 در این گراف از a به c بنویسید؟ (1.5)

۱۱. گراف کامل K_p دارای 10 یال است:

الف) ابتدا p را بدست آورید و سپس نمودار گراف را رسم نمایید؟

ب)مکمل گراف K_p چه نوع گرافی است؟

.....دبیر درس موفق باشید.....

«کاوش ریاضیات جادو علوم و هنر به اندازه عشق و ریاضیات است.»

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

بسمه تعالی

دبیرستان غیر انتفاعی دخترانه نوآوران استان اصفهان ، شهرستان گلپایگان

آزمون نوبت اول درس ریاضیات گسسته درنیمسال اول (1405-1404)

نام ونام خانوادگی:..... **مدت: ۸۰ دقیقه** **تاریخ امتحان: 1404/10/3**

مقطع:سال دوازدهم **رشته:علوم ریاضی** **مدرس: آقای آخوندی**

بار درخت علم ندانم بجز عمل **با علم اگر عمل نکنی شاخ بی بری**

۱.برای هردو عدد حقیقی x, y با استفاده از روش بازگشتی ثابت کنید: (2)

$$x^2+y^2+1\geq xy+y+x$$

حل:ابتدا طرفین نامساوی را درعدد 2 ضرب می‌کنیم:

$$x^2+y^2+1\geq xy+y+x \overset{\times 2}{\Leftrightarrow} 2x^2+2y^2+2\geq 2xy+2y+2x$$
$$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+1+1-2xy-2y-2x\geq 0$$
$$\Leftrightarrow (x^2-2xy+y^2)+(x^2-2x+1)+(y^2-2y+1)\geq 0$$
$$\Leftrightarrow (x-y)^2+(x-1)^2+(y-1)^2\geq 0$$

۲. اگرعدد طبیعی a دو عدد $(9k+7)$ و $(7k+6)$ را عاد کند، ثابت کنید $a=1$ یا $a=5$. (2)

حل:

$$\left.\begin{array}{l} a|7k+6\Rightarrow a|9\times(7k+6)\Rightarrow a|63k+54 \\ a|9k+7\Rightarrow a|7\times(9k+7)\Rightarrow a|63k+49 \end{array}\right\}\Rightarrow a|(63k+54)-(63k+49)$$
$$\Rightarrow a|(63k+54-63k-49)\Rightarrow a|5\Rightarrow a=1\vee a=5$$

۳. اگرباقیمانده تقسیم اعداد m و n بر 17 به ترتیب 5 و 3 باشد، دراین صورت باقیمانده تقسیم عدد $2m-5n$ بر 17 را بدست آورید؟ (2)

حل:

$$\left.\begin{array}{l} m=17q_1+5\Rightarrow 2m=2(17q_1)+10 \\ n=17q_1+3\Rightarrow 5n=5(17q_1)+15 \end{array}\right\}\Rightarrow 2m-5n=17(2q_1-5q_2)-5$$
$$\Rightarrow 2m-5n=17(2q_1-5q_2)-17+17-5$$
$$\Rightarrow 2m-5n=17(2q_1-5q_2-1)+12$$
$$\Rightarrow 2m-5n=17q_3+12\Rightarrow r=12$$

۴.اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $b|a+2$ دراین صورت باقیمانده تقسیم عدد a^2+b^2+3 بر 8 را بدست آورید؟ (2)

حل:

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

$$b|a+2 \overset{a=2k-1}{\Rightarrow} b|2k-1+2 \Rightarrow b|2k+1 \Rightarrow b=2k'-1$$

$$a^2+b^2+3=(2k-1)^2+(2k'-1)^2+3=4k^2-4k+1+4k'^2-4k'+1+3$$
$$=\underbrace{4k(k-1)}_{2m}+\underbrace{4k(k-1)}_{2n}+4=8m+8n+4$$
$$=8(m+n)+4=8q+4 \Rightarrow r=4$$

۵. باقیمانده تقسیم عدد $A=1!+2!+3!+\ldots+1000!$ را بر 10 بیابید؟ (1.5)

حل:

$$1!\overset{10}{\equiv}1,\ 2!\overset{10}{\equiv}2,\ 3!\overset{10}{\equiv}6,\ 4!\overset{10}{\equiv}24,\ 5!\overset{10}{\equiv}0,\ \ldots,\ 1000!\overset{10}{\equiv}0$$

$$A=1!+2!+3!+\ldots+1000!\overset{10}{\equiv}1+2+6+24+0+\ldots+0=32$$
$$\Rightarrow A\overset{10}{\equiv}2$$

۶. باقیمانده تقسیم عدد $A=(1000)^{13}\times 12+11$ را بر 7 بیابید؟ (2)

حل:

$$1000\overset{7}{\equiv}-1\Rightarrow(1000)^{13}\overset{7}{\equiv}(-1)^{13}\Rightarrow(1000)^{13}\times 12\overset{7}{\equiv}-1\times 12$$
$$\Rightarrow(1000)^{13}\times 12+10\overset{7}{\equiv}-12+10$$
$$\Rightarrow(1000)^{13}\times 12+10\overset{7}{\equiv}-2\overset{7}{\equiv}5\Rightarrow r=5$$

۷. اگردر یک سال شنبه روز اول مهر باشد، درهمان سال 12 بهمن‌ماه چه روزی از هفته است؟ (1.5)

حل: 12 روز مهرماه و سه ماه آبان، آذر و دی و 12 روز تا 12 بهمن، فاصله یک مهر است تا دوازده بهمن، یعنی:

$$d=19+3\times 30+12=131\overset{7}{\equiv}5$$

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

ازاینرو با توجه به جدول فوق روز متناظر با عدد 5، پنجشنبه است، یعنی 12 بهمن درآن سال پنجشنبه است.

۸. اگر x,y هردو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی $12x+11y=759$ چند جواب دارد؟ (2)

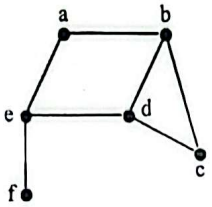
حل: $(12,11)=1|759$ ، پس معادله جواب دارد، حال معادله را با توجه به ضریب کمتربه فرم معادله همنهشتی تبدیل نموده و سپس حل می‌کنیم :

$$12x\overset{11}{\equiv}759\overset{759\overset{11}{\equiv}0}{\Rightarrow}12x\overset{11}{\equiv}0\xrightarrow{(12,11)=1}x\overset{11}{\equiv}0\Rightarrow x=11k$$
$$12x+11y=759\Rightarrow 12(11k)+11y=759\Rightarrow y=-12k+69$$
$$\left.\begin{array}{l} x\in N\Rightarrow x\geq 1\Rightarrow 11k\geq 1\xrightarrow{k\in Z}k\geq 1 \\ y\in N\Rightarrow y\geq 1\Rightarrow -12k+69\geq 1\xrightarrow{k\in Z}k\leq 5 \end{array}\right\}\overset{\cap}{\Rightarrow}1\leq k\leq 5\Rightarrow k=1,2,3,4,5$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۹. شکل مقابل نمودار گراف G می‌باشد:



الف) مرتبه و اندازه گراف G را بیابید؟

$$p=|V(G)|=6 \quad , \quad q=|E(G)|=7$$

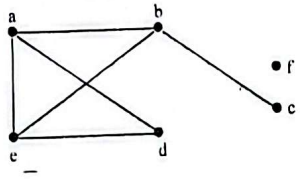
ب)مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید؟

$$N_G(b)=\{a,c,d\}$$

ج)مجموع درجه‌های راس‌های گراف G رامشخص کنید؟

$$\sum_i \deg_G(v_i)=2q=2\times 7=14$$

۱۰. شکل مقابل نمودار گراف G می‌باشد: (2)



الف) در گراف G مقادیر $\delta(G)$ و $\Delta(G)$ را بیابید؟

$$\delta(G)=0 \quad , \quad \Delta(G)=3$$

ب)یک دور به طول 4 در گراف G بنویسید؟

$$badeb$$

ج)یک مسیر به طول 3 و یک مسیر به طول 4 در این گراف از a به c بنویسید؟

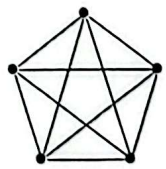
$$aebc \quad , \quad adebc$$

۱۱. گراف کامل K_p دارای 10 یال است: (1.5)

الف) ابتدا p را بدست آورید و سپس نمودار گراف را رسم نمایید؟

$$\frac{p(p-1)}{2}=10 \Rightarrow p^2-p=20 \Rightarrow p^2-p-20=0$$

$$\Rightarrow (p-5)(p+4)=0 \Rightarrow \begin{cases} p=5 & \bullet \\ p=-4 & \times \end{cases}$$



ب)مکمل گراف K_p چه نوع گرافی است؟گراف تهی

Scanned with CamScanner