وزارت آموزش و پرورش جمهوری اسلامی ایران
اداره آموزش و پرورش شهرستان آمل
دبیرستان دخترانه نمونه

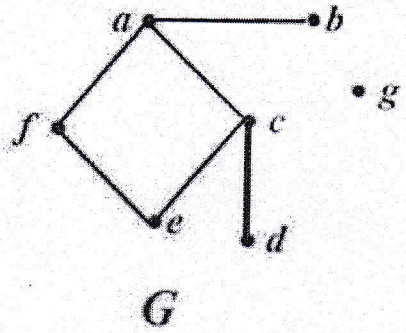
نام درس: گسسته
تاریخ امتحان: ۶ / ۱۰ / ۱۴۰۴
مدت امتحان: ۸۰ دقیقه

نوبت اول
نام و نام خانوادگی:.....
نام دبیر :.....

نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:
نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:

ردیف		بارم
۱	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n، عبارت $n^۲ - ۹n + ۱$ همواره عددی فرد است.	۱
۲	با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی a, b داریم: $a^۲ + b^۲ \geq (a-۱)(b+۱)$	۱
۳	اگر $d = (a+۵, a^۲ + ۳a - ۳)$ ثابت کنید $d = ۱$ یا $d = ۷$.	۱.۵
۴	ثابت کنید تفاضل مکعب‌های دو عدد صحیح متوالی عددی فرد است.	۱.۵
۵	اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد a بر دو عدد ۷ و ۸ به‌ترتیب ۵ و ۷ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد a را بر ۵۶ بیابید.	۱.۵
۶	اگر m, n دو عدد طبیعی و a, b دو عدد صحیح باشند و $a \overset{m}{\equiv} b$ نشان دهید، $a^n \overset{m}{\equiv} b^n$.	۱.۵
۷	باقی‌ماندهٔ تقسیم $۲^{۵۰۰}$ بر ۱۳ را به دست آورید.	۱.۵
۸	اگر ۱۲ بهمن در یک سال جمعه باشد، ۳۱ مرداد ماه در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱.۵
۹	شخصی در یک مسابقه‌ی علمی شرکت کرده است. او به سؤالات ۷ امتیازی و ۹ امتیازی پاسخ داده و مجموعاً ۷۳ امتیاز کسب کرده است. این شخص به چه صورت‌هایی توانسته این امتیاز را به دست آورد؟ (پاسخ به هر سؤال یا امتیاز کامل دارد و یا امتیازی ندارد)	۲
۱۰	در هر گراف از مرتبهٔ فرد، ثابت کنید تعداد رأس‌های زوج، عددی فرد است.	۱
۱۱	در گراف $P_۱$. چند مسیر به طول ۳ وجود دارد؟	۱

www.kanoon.ir

۱۲	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید. ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید. ج) مجموعهٔ $N_G[c]$ را بنویسید. د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید. هـ) حاصل عبارت $q(\overline{G}) + \deg_{\overline{G}}(g)$ را به دست آورید.  G	۲
۱۳	به گراف ۸ رأسی ۳- منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه‌حل)	۱
۱۴	در گراف G، درجه رأس ۷ برابر با ۹ است و درجه رأس ۷ در گراف $\overline{G}$ برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف G را مشخص کنید.	۱
۱۵	هفت نفر در یک اتاق هستند و برخی از آن‌ها با یک‌دیگر دست می‌دهند. ۶ نفر از آن‌ها هر کدام دقیقاً با ۲ نفر دست داده‌اند. نشان دهید نفر هفتم نمی‌تواند دقیقاً با ۵ نفر دست داده باشد.	۱