برگه سوال

جمهوری اسلامی ایران
اداره آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه ۱۰ تهران

محل درج مهر

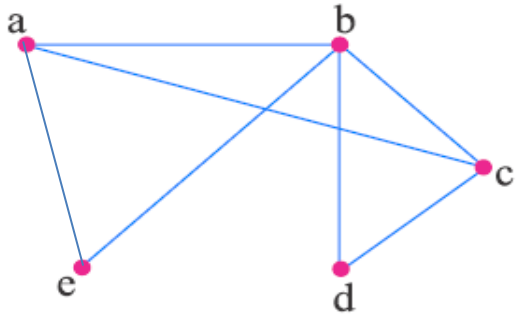
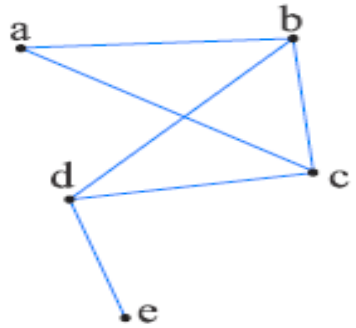
۱۴۰۴/۱۰

دبیرستان دکتر ترابی

سوالات آزمون نوبت اول درس: **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: ۲	رشته: **ریاضی**	ساعت شروع آزمون:**۰۸:۰۰**
دوره دوم متوسطه/ پایه : **دوازدهم**	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۱۰۰ دقیقه**

ردیف	سخن نبوی: «**اگر دانش به ستاره ثریا بسته باشد و در آسمان‌ها آرام گیرد، مردانی از سرزمین پارس بدان دست می‌یابند.**»	بارم
۱	**درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را مشخص کنید.** **الف)** معادله سیاله $۲۸x + ۷۵y = a$ به ازای هر عدد صحیح a، در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است. **ب)** دو عدد ۱۴۰۴ و ۲۰۲۴ در یک مجموعه(دسته) هم نهشتی به پیمانه ۱۱قرار دارند. **ج)** گرافی همبند از مرتبه ۵ و اندازه ۳ وجود ندارد. **د)** گراف $P_{۴۷}$ گرافی ۲-منتظم است.	۱
۲	**جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.** **الف)** اگر a و b دو عدد صحیح باشند و $a\|b$ آنگاه حاصل $((a^۵, a^۴), [b^۳, b^۴])$ برابر است با..... **ب)** در یک گراف، یالی که یک راس را به خودش وصل می کند.....گفته می شود. **ج)** در گراف $C_{۱۷}$، مجموعه همسایگی بسته هر راس دارای.....عضو است. **د)** در یک گراف، دو یال را..... می نامیم هر گاه راسی وجود داشته باشد که هر دوی آنها به آن متصل باشند.	۱
۳	**گزاره های درست را اثبات کنید و برای گزاره های نادرست، مثال نقض ارائه نمایید.** **الف)** مربع هر عدد صحیح بر ۳ بخش پذیر است یا در تقسیم بر ۳ باقیمانده ای برابر ۱ دارد. **ب)** اگر به حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی یک واحد اضافه کنیم، آنگاه عدد حاصل مربع کامل می شود. **ج)** اگر $a\|b + c$، آنگاه $a\|b$ یا $a\|c$. **د)** اگر در گرافی مانند G داشته باشیم، $\Delta(G) = \delta(G)$، آنگاه G یک گراف کامل است.	۲/۵
۴	اگر α و β دو عدد گنگ باشند به طوری که $\alpha + \beta$ عددی گویا باشد، آنگاه ثابت کنید $\alpha + ۲\beta$ عددی گنگ است.	۰/۷۵
۵	با استفاده از روش **گزاره های هم ارز(استدلال بازگشتی)**، به ازای هر سه عدد حقیقی x، y و z نشان دهید: $۵x^۲ + \frac{۵}{۲}y^۲ + z^۲ \geq ۲xy + ۳xz - yz$	۱
۶	اگر $۷\|۴k + ۱$، آنگاه ثابت کنید $۴۹\|۱۶k^۲ + ۳۶k + ۸$	۱
۷	همه اعداد دو رقمی n، را به دست آورید که دو عدد $(۷n - ۲)$ و $(۵n + ۳)$ تسبت به هم اول نباشند.	۱/۵
۸	باقیمانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۱۰ و ۱۲ به ترتیب برابر ۴ و ۹ است، باقیمانده تقسیم عدد a بر ۶۰ را بیابید.	۱
۹	باقیمانده تقسیم عدد $A = ۷^{۲۰۱} + ۳^{۱۰۱}$ بر ۱۷ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۰	اگر a عددی زوج و b عددی صحیح باشد به طوری که $b\|a + ۲۳$ ، آنگاه باقیمانده تقسیم عدد $a^۳ + b^۲ + ۳$ بر	۱

www.kanoon.ir

	۸ را بیابید.	
۱۱	جواب عمومی معادله هم نهشتی $۱۳۲۴x \overset{۱۱}{\equiv} ۹۱$ را به دست آورید.	۱
۱۲	می خواهیم یک جعبه ۸۳ کیلوگرمی را با وزنه های ۳ کیلوگرمی و ۵ کیلوگرمی وزن کنیم به طوری که اختلاف تعداد وزنه های ۳ و ۵ کیلوگرمی کمترین مقدار ممکن را داشته باشد از هر کدام از این وزنه ها چند وزنه نیاز داریم؟	۱/۲۵
۱۳	اگر ۲۷ تیر در یک سال روز دوشنبه باشد، آنگاه ۲۴ دی در همان سال چه روزی از هفته است؟	۰/۷۵
۱۴	گراف G به شکل زیر را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.  **الف)** $q(G)$ و $\Delta(G)$ را مشخص کنید. **ب)** مسیری در گراف G را بنویسید که از همه رئوس آن بگذرد. **ج)** دوری به طول ۵ در گراف G را بنوبسید. **د)** درجه راس e در گراف $\bar{G}$ را به دست آورید. **ه)** $N_G(b) \cap N_G(c)$ را به دست آورید. **و)** آیا گراف H به شکل مقابل زیرگراف G است؟چرا؟  	۲
۱۵	اگر G یک گراف از مرتبه ۱۰ باشد. به طوری که تعداد یال های گراف G، ۴ برابر تعداد یال های گراف $\bar{G}$ باشد، آنگاه تعداد یال های گراف G را به دست آورید.	۱
۱۶	نشان دهید تعداد راس های فرد هر گراف عددی زوج است.	۱
۱۷	اگر بین مرتبه و اندازه گرافی ۳-منتظم رابطه $p + ۳q = ۴۴$ برقرار باشد، آنگاه مرتبه این گراف را به دست آورید.	۱