نام :	باسمه تعالی	نام درس: ریاضی گسسته
نام خانوادگی :	وزارت آموزش و پرورش	پایه : دوازدهم
نام پدر:	اداره کل آموزش و پرورش استان یزد	تاریخ امتحان : 2 / 10 / 1402
نام آموزشگاه :	دبیرستان تیزهوشان شهید رحیمی فر	زمان شروع : 8 صبح
تعداد صفحه : 4	تعداد سؤال : 14	وقت: 120 دقیقه

عادل حسینی - رتبه ۵۴ کنکور سال ۹۰ - دانشجوی برق دانشگاه امیرکبیر - سرگروه حسابان آزمون‌های کانون

نمره با عدد | نمره با حروف: حسینی

نام و نام خانوادگی وامضاء دبیر :

ردیف	سؤالات	نمره
1	**جاهای خالی را با اعداد یا کلمات مناسب پر کنید.** الف) اگر $a\|1$ آنگاه a برابر است با ..... ± 1 ..... . ب) حاصل $\left[m^{12} \text{ و } \left(m^4 \text{ و } m^6\right)\right]$ برابر..... m^{12} .....است . پ) اگر $a\|b$ و $b\|a$ آن‌گاه : ..... $a=\pm b$ ..... . ت) مثال نقض "حاصلضرب عدد گویا در عدد گنگ عددی گنگ است " ..... عدد گویای صفر ..... است.	1
2	**درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.** **الف) اگر n یک عدد طبیعی باشد، آن گاه زوج بودن n و زوج بودن n^2 هم ارزند.** درست **ب) اگر $a\|b$ و $c\|d$ در این صورت $a+c\|b+d$.** نادرست **پ) از رابطه ی هم نهشتی $۲۴\equiv ۱۵ \pmod ۳$ می توان رابطه ی $۸\equiv ۵ \pmod ۳$ را نتیجه گرفت.** درست **ت) اگر $a\|bc$ می‌توان نتیجه گرفت a حداقل یکی از دو عدد b و c را عاد می‌کند.** نادرست	1
3	**گزینهٔ صحیح را مشخص کنید.** الف) معادلهٔ $ax\equiv b \pmod m$ دارای جواب است اگر ..... . 1) $(a,m)\|b$ 2) $(a \text{ و } b)=1$ 3) $(a \text{ و } m)=1$ 4) $(a,b)\|m$ ب) عدد 1367 به کدام دستهٔ هم نهشتی به پیمانهٔ 7 تعلق دارد؟ 1) $[3]_7$ 2) $[5]_7$ 3) $[0]_7$ 4) $[2]_7$ پ) اگر $a\|۱۶$ و $a\|۱۲$ کدام گزینه صحیح نیست؟ 1) $a\|۴$ 2) $a\|۲۸$ 3) $a\|۳۲$ 4) $a\|۱۴$	0/75

1/5	اگر x، y و z سه عدد حقیقی باشند با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید: $x^2+y^2+z^2 \geq 2(x+y+z)-3$	4
2/5	گزاره الف را به روش مستقیم ، گزاره ی ب را به روش برهان خلف اثبات کنید و برای گزاره ی پ مثال نقض ارائه دهید. الف) مکعب هر عدد فرد منهای یک , عددی زوج است. ب) اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha+\beta$ گویا باشد ثابت کنید $\alpha+3\beta$ عددی گنگ است. پ) برای هر عدد طبیعی بزرگتر از یک عدد 2^n-1 اول است.	5
3	موارد زیر را ثابت کنید. الف) اگر p عددی اول باشد ، $a \in Z$ و $p \nmid a$ آنگاه ثابت کنید $(p,a)=1$. ب) با توجه به تعریف ک م م ثابت کنید $a \mid b \Rightarrow [a,b]=\lvert b \rvert$. پ) ثابت کنید اگر $a \overset{m}{\equiv} b$ و $n \mid m$ آن گاه $a \overset{n}{\equiv} b$.	6

نام :	باسمه تعالی	نام درس: ریاضی گسسته
نام خانوادگی :	وزارت آموزش و پرورش	پایه : دوازدهم
نام پدر:	اداره کل آموزش و پرورش استان یزد	تاریخ امتحان : 2 / 10 / 1402
نام آموزشگاه :	مدیریت آموزش وپرورش شهرستان میبد	زمان شروع : 8 صبح
تعداد صفحه : 4	تعداد سؤال : 14	وقت: 120 دقیقه

7	اگر $a>1$ و $a \mid 9k+4$ و $a \mid 5k+3$ ثابت کنید a عددی اول است.	1/5
8	الف) با قیمانده تقسیم $2^{1402}+3^{2023}$ بر عدد 13 را تعیین کنید.	2
	ب) رقم یکان عدد $7^{73}+3^{25}$ را تعیین کنید.	
9	اگر باقیمانده ی تقسیم a و b بر 14 به ترتیب 6 و 4 باشد، در این صورت باقیمانده تقسیم $3a-5b$ را بر 14 به دست آورید.	1/5

10	عدد $\overline{a\,6\,3\,b\,29}$ بر 99 بخش پذیر است مقدار a و b را تعیین کنید. یعنی بر ۹ و ۱۱ بخش‌پذیر است.	1

$a+6+3+b+2+9 \overset{9}{\equiv} 0 \Rightarrow a+b \overset{9}{\equiv} -2 \Rightarrow a+b \overset{9}{\equiv} 7$

پس $a+b$ یا برابر ۷ و یا برابر ۱۶ است.

$9-2+b-3+6-a \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow b-a \overset{11}{\equiv} -10 \Rightarrow b-a \overset{11}{\equiv} 1$

پس قطعاً $b-a=1$ است. از آنجایی که a و b صحیح هستند. نتیجه‌ها زیر امکان‌پذیر است:

$\begin{cases} b+a=7 \\ b-a=1 \end{cases} \Rightarrow b=4, a=3$

11	اگر دو عدد $3a+4$ و $2a+6$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $7a+5$ را بدست آورید.	1

$3a+4 \overset{10}{\equiv} 2a+6 \Rightarrow a \overset{10}{\equiv} 2$

$\Rightarrow 7a \overset{10}{\equiv} 14 \overset{10}{\equiv} 4 \Rightarrow 7a+5 \overset{10}{\equiv} 9$

رقم یکان $7a+5$ برابر ۹ است.

12	اگر 9 آذر در یک سال، روز پنجشنبه باشد، 8 شهریور ماه درهمان سال چه روزی از هفته است؟	0/75

۹ آذر → آبان → هر → ۳۱ شهریور → ۸ شهریور

۹۲ ← ۸۳ ← ۵۳ ← ۲۳ ← ۰

چون $92 \overset{7}{\equiv} 1$ ۹ آذر، روز بعد از ۸ شهریور است، پس ۸ شهریور چهارشنبه است.

13	همه ی اعداد صحیح را بیابید که 4 برابر آن ها منهای 16 بر 6 بخش پذیر باشد.	1

$4n-16 \overset{6}{\equiv} 0 \Rightarrow 4n \overset{6}{\equiv} 16 \xrightarrow{\div 4} n \overset{3}{\equiv} 1$

$\Rightarrow n = 3k+1 \quad ; k \in \mathbb{Z}$

14	به چند طریق می توان 27000 تومان را به اسکناسهای 2000 تومانی و 5000 تومانی تقسیم کرد؟	1/5

(x: 2000 تومانی، y: 5000 تومانی)

$2x+5y=27$

$5y \overset{2}{\equiv} 27 \Rightarrow y \overset{2}{\equiv} 1 \Rightarrow y = 2k+1 \; ; k \in \mathbb{Z}$

جای‌گذاری ← $x = 11-5k$

$x, y \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{11}{5} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, 1, 2$

۳ طریق

حسینی