بسمه تعالی

اداره کل اموزش و پرورش استان اردبیل

مدیریت آموزش و پرورش ناحیه (۲) اردبیل

دبیرستان شاهد دوره دوم

آزمون درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی پایه: دوازدهم	ساعت شروع:
نام و نام خانوادگی:	تعداد سوال: تعداد صفحه:	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
شماره صندلی:	نوبت دیماه ۱۴۰۲	تاریخ امتحان: ۰۲/۱۰/۰۵

ردیف	سوالات	بارم
۱	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ، ارائه دهید. الف) مربع هر عدد گنگ، عددی گویاست. ب) اگر از مربع عددی فرد، یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.	۱
۲	اگر β و α دو عدد گنگ و $\alpha+\beta$ گویا باشد، نشان دهید $\alpha-\beta$ گنگ است.	۱
۳	الف) نشان دهید $\sqrt{۳}$ عددی گنگ است. ب) به کمک الف، ثابت کنید $\sqrt[۴]{\sqrt{۳}-۱}$ گنگ است.	۱
۴	برای هر سه عدد حقیقی a و b و c ثابت کنید: $a^۲+b^۲+c^۲ \geq ab+ac+bc$	۱
۵	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. الف) اگر $a \overset{m}{\equiv} b$ آنگاه a و b در تقسیم بر m ، هم باقیمانده هستند. ب) اگر $a\|b$ و $c\|d$ آنگاه $a+c\|b+d$. پ) عدد $۱۰^{۱۳}$ به کلاس همنهشتی ۱ به پیمانه ۱۱ تعلق دارد. ت) اگر $ac \overset{m}{\equiv} bc$ آنگاه $a \overset{m}{\equiv} b$ خواهد بود.	۱
۶	اگر باقیمانده تقسیم عدد چهار رقمی $\overline{۳a۲۶}$ بر ۹ برابر ۳ باشد، آنگاه a را بدست آورید.	۱
۷	باقیمانده تقسیم عدد $۱۵+۳\times(۲۷)^{۱۰۰}$ را بر ۱۳ بدست آورید.	۱
۸	در تقسیم عدد طبیعی a بر ۲۷، باقیمانده تقسیم، ۴ واحد از مربع خارج قسمت کمتر است. بیشترین مقدار ممکن برای a را بیابید.	۱
۹	اگر باقیمانده تقسیم m و n بر عدد ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد، باقیمانده تقسیم عدد $۵n-۳m$ بر ۱۳ را بدست آورید.	۱
۱۰	باقیمانده تقسیم a بر دو عدد ۶ و ۵ به ترتیب ۳ و ۲ باشد، باقیمانده تقسیم a بر ۳۰ را بیابید.	۱
۱۱	اگر در یک سال، دوشنبه روز سوم آبان باشد، با استفاده از همنهشتی تعیین کنید سیزدهم اردیبهشت همان سال، چه روزی بوده است؟	۱

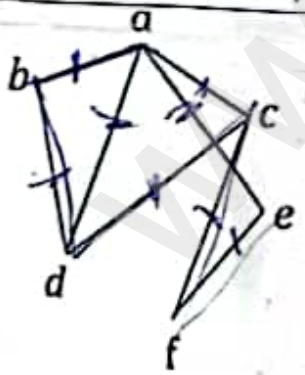
ادامه سوالات در صفحه دوم

www.kanoon.ir

CamScanner

آزمون درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	ساعت شروع:
نام و نام خانوادگی:	تعداد سوال:	تعداد صفحه:	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
شماره صندلی:	نوبت دیماه ۱۴۰۲		تاریخ امتحان:

۱۲	ثابت کنید برای هر سه عدد صحیح a و b و c ، عدد طبیعی m، اگر $a \overset{m}{\equiv} b$، آنگاه: $a+c \overset{m}{\equiv} b+c$	۱
۱۳	اگر $a-b=۳۶$ و $[a.b]=۱۲۰$ ، مقادیر $a.b$ را بدست آورید.	۱
۱۴	معادله همنهشتی $۵x \overset{۱۳}{\equiv} ۳$ را حل کنید.	۱
۱۵	با وزنه های ۴ و ۷ کیلوگرمی میخواهیم کیسه هایی به جرم ۴۳ کیلوگرم را وزن کنیم. این کار را به چند طریق میتوان انجام داد ؟	۱
۱۶	در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید. الف) اگر G یک گراف باشد و $\delta(G) \leq ۵$ آنگاه این گراف حتما مسیری به طول ..... دارد. ب) اگر ۸ رأس داشته باشیم میتوانیم به تع گراف ساده مختلف تعریف کنیم. ج) اگر در گراف G از مرتبه p ، درجه رأس v برابر ۹ و درجه همین رأس در گراف $\overline{G}$ برابر ۱۲ باشد، آنگاه مرتبه گراف G برابر ..... است. د) در گراف G از مرتبه p و اندازه ۷ ، تعداد زیر گراف های هم مرتبه با $\overline{G}$ برابر با ..... است.	۱
۱۷	مکمل گرافی از مرتبه p که $(۲p-۷)$ _ منتظم است، گراف ۲- منتظم است. p را حساب کنید.	۱
۱۸	گراف G بصورت زیر است: الف) دوری به طول ۳ و مسیری به طول ۵ در این گراف مشخص کنید. ب) $N_G[a]$ و $N_G[e]$ را مشخص کنید. پ) یک زیر گراف از مرتبه ۴ و اندازه ۳ برای این گراف رسم کنید. ت) اندازه گراف $\overline{G}$ (مکمل گراف G) را بدست آورید.	۳
۲۰	موفق باشید ..... زارعیان .	



www.kanoon.ir

سؤال ۱ -

الف) نادرست

$\sqrt{2}, -\sqrt{2} \in \mathbb{Q}' \rightarrow 2-\sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$

ب)

$(2k+1)^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k(k+1) = 4 \times 2q = 8q$

سؤال 2) از برهان خلف استفاده می‌کنیم

فرض خلف : $\alpha - \beta$ گویا است.

$$\left.\begin{array}{l} \alpha - \beta = m \in \mathbb{Q} \\ \alpha + \beta = n \in \mathbb{Q} \end{array}\right\} \Rightarrow 2\alpha = m + n \Rightarrow \alpha = \frac{m+n}{2} \Rightarrow \alpha \in \mathbb{Q}$$

تناقض با فرض

سؤال 3) فرض خلف می‌کنیم $\sqrt{3}$ یک عدد گویا است.

$\sqrt{3} = \frac{a}{b} \Rightarrow 3 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 3b^2$

a^2 مضرب 3 است پس خود a نیز مضرب 3 است یعنی $a = 3k$

$\Rightarrow (3k)^2 = 3b^2 \Rightarrow 9k^2 = 3b^2 \Rightarrow 3k^2 = b^2$

b^2 عدد 3 است پس b نیز مضرب 3 است لذا با ساده نشدن کسر متناقض است پس فرض خلف باطل

حکم ثابت می‌شود

ب) فرض خلف می‌کنیم a عددی گویا است

$\sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} = a \Rightarrow \sqrt{3} - 1 = a^3 \Rightarrow \sqrt{3} = a^3 + 1$

سمت راست مجموع دو عدد گویا همواره گویا است لذا فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود

سؤال 4) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc \Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab) + (b^2 + c^2 - 2bc) + (a^2 + c^2 - 2ac) \geq 0$

$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 \geq 0$

چون نابرابری آخری همواره درست است

پس با بازگشت روابط حکم برقرار است.

www.karnoon.ir

سؤال ۵ - الف) درست

ب) نادرست

ج) نادرست

د) نادرست

سؤال ۶ -

$\overline{3a16} \overset{9}{\equiv} 3 \Rightarrow 3+a+2+6 \overset{9}{\equiv} 3 \Rightarrow 11+a \overset{9}{\equiv} 3 \Rightarrow a \overset{9}{\equiv} -8 \overset{9}{\equiv} 1$

سؤال ۷ -

$27 \overset{13}{\equiv} 1 \Rightarrow (27)^{100} \times 3 + 13 \overset{7}{\equiv} (1)^{100} \times 3 + 13 \overset{7}{\equiv} +2 \Rightarrow r = +2$

$\underbrace{1 \times 3 + 13}_{14}$

سؤال ۸ - صفر فرض کنیم.

$a = 27q + q^2 - 4 \quad , \quad q^2 - 4 < 27$

$q^2 < 31 \quad , \quad q \leq 5$ بنابراین بیشترین مقدار q برابر

بنابراین

156 بدست می‌آید.

سؤال ۹ -

$m = 13q_1 + 2 \xrightarrow{\times 3} 3m = 13(3q_1) + 6$

$n = 13q_2 + 9 \xrightarrow{\times 5} 5n = 13(5q_2) + 45$

$\rightarrow 5n - 3m = 13q' + 39 \rightarrow$

$5n - 3m = 13q'' + 0 \rightarrow r = 0$

www-kanoon-ir

CamScanner

سوال ۱۰ -

$a = 4q_1 + 2 \xrightarrow{\times 5} 4a = 30q_1 + 10$

$a = 5q_2 + 2 \xrightarrow{\times 4} 5a = 30q_2 + 18$ $\Big) \xrightarrow{-} a = 30(q_1 - q_2) - 8$

$-8 \to -30 + 22$

$\to a = 30(q_1 - q_2 - 1) + 22 \quad \to r = 22$

سوال ۱۱ - ۲۷ روز از بان
۳۰ روز از ذر
۳۰ روز دی
۳۰ روز بهمن
۲۹ روز اسفند
۳۱ فروردین
۳۱ اردیبهشت

د	س	ج	ب	ج	س	ی
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

$27 + 30 + 30 + 30 + 29 + 31 + 13 = 190$

$190 \overset{7}{\equiv} 1$

- امتحان از جدول هفته سنبله می‌شود.

سوال ۱۲ -

$a \overset{m}{\equiv} b \longrightarrow a + c \overset{m}{\equiv} b + c$

$a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow m \mid a - b \Rightarrow m \mid (a + c) - (b + c) \Rightarrow a + c \overset{m}{\equiv} b + c$

سوال ۱۳

$(a,b) = d \Rightarrow (\underbrace{a|d}_{a'}, \underbrace{b|d}_{b'}) = 1 \qquad [a,b] = a'b'd$

$a - b = 24 \Rightarrow a'd - b'd = 24 \qquad [a,b] = 120 \Rightarrow da'b' = 120$

$\Rightarrow \frac{d(a'-b')}{d(a'b')} = \frac{24}{120} = \begin{cases} \to a' - b' = 4 \\ \to a'b' = 10 \end{cases} \Rightarrow a' = 5, b' = 2$

$d = 12$

$\begin{cases} a = a'd = 5 \times 12 = 60 \\ b = b'd = 2 \times 12 = 24 \end{cases}$

سوال ۱۴ -

$5x \overset{13}{\equiv} 3 \qquad (5,13) = 1 \qquad 1 \mid 3$

$5x \overset{12}{\equiv} 3 \xrightarrow{13 \times 4 = 4} 5x \overset{13}{\equiv} 5 \cdot 5 \xrightarrow{(5,13)} x \overset{13}{\equiv} 11 \Rightarrow x = 13k + 1$

سوال ۱۵ -

$4x - 7y = 43 \Rightarrow 7y \overset{4}{\equiv} 43 = y \overset{4}{\equiv} 3 \Rightarrow y = 4k + 3$

$4x + 7(k+4) = 43 \Rightarrow x = \frac{43 - 7k}{4}$

$y \geq 0 \Rightarrow 4k + 3 \geq 0 \Rightarrow k \geq \frac{-3}{4}$

$x \geq 0 \Rightarrow \frac{22 - 7k}{4} \geq 0 \quad k \leq \frac{22}{7}$

$\Rightarrow k = 0, 3$

$k = 0 \begin{cases} x = \frac{22}{4} \\ y = 3 \end{cases} \qquad k = 3 \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = 24 \end{cases}$

www.kanoon.ir

CamScanner

۱۶ - الف) ۵

ب) $2^{\frac{p(p-1)}{2}} = 2^{28}$

ج) $p-1 = 6+q \Rightarrow p = 22$ د) $2^q = 2^7$

۱۷- $r + r' = p-1 \Rightarrow 2p - 7 + 2 = p-1$

$\Rightarrow 2p - 5 = p-1 \Rightarrow p = 4$

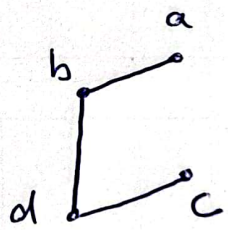
۱۸- الف) مسیری بطول ۳ acda

ب) مسیری بطول ۵ abdcfe

$\mu \in [a] = \{a, b, d, c, e\}$

$\mu \in [e] = \{e, a, f\}$

پ)



ت) $q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$

$A + q(\bar{G}) = \frac{4 \times 5}{2} \Rightarrow q(\bar{G}) = 7$