نام و نام خانوادگی :	باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان گیلان مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۲ رشت دبیرستان غیردولتی اندیشه های شریف	نوبت اول دی ماه ۱۴۰۲	محل مهر آموزشگاه
پایه تحصیلی : دوازدهم رشته : ریاضی		تاریخ امتحان : ۱۴۰۲ / ۱۰ /۹	
سوالات درس : ریاضیات گسسته		مدت امتحان : ۸۰ دقیقه	

نام ونام خانوادگی دبیر و امضا : علی حنیفه پور نمره با عدد : نمره با حروف : نمره پس از تجدید نظر :

ردیف	سوالات	بارم
۱	اگر x و y دو عدد حقیقی هم علامت باشند آنگاه ثابت کنید: $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq ۲$	۲
۲	اگر a عددی طبیعی و $a \mid ۹k+۷$ و $a \mid ۷k+۶$ ثابت کنید $a=۱$ یا $a=۵$.	۱/۵
۳	اگر $(a^۴,b^۴)=(۲۷a,۲۷b)$ آنگاه حاصل $[۲a,-۲b]$ را به دست آورید.	۱/۵

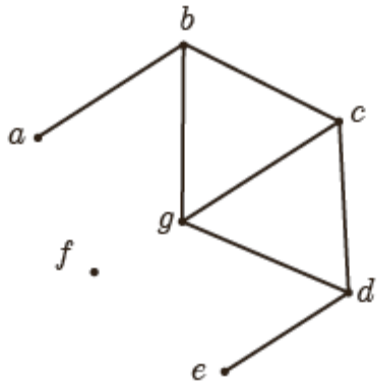
www-kanoon-ir

۴	اگر باقی ماندهٔ تقسیم عدد a بر دو عدد ۶ و ۵ به ترتیب ۳ و ۲ باشد، باقی ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۳۰ را بیابید.	۱/۵
۵	برای هر عدد اول $p > ۳$ ثابت کنید که $p = ۶k + ۱$ یا $p = ۶k + ۵$.	۲
۶	باقی ماندهٔ تقسیم عدد $۷^{۳۰}$ بر ۱۵ را به دست آورید.	۱/۵

www-kanoon.ir

۷	اگر در یک سال، اول مهر یکشنبه باشد، آنگاه ۷ اسفند در همان سال چه روزی است؟	۱
۸	اگر عدد $\overline{۱۲۳۴x}$ بر ۱۱ بخش پذیر باشد، با قی مانده تقسیم آن بر ۴ را حساب کنید.	۱/۵
۹	جواب های عمومی معادله های زیر را بدست آورید. $۸x \overset{۱۲}{\equiv} ۲۰$ $۵x + ۲y = ۱۹$	۲/۵

www-kanoon-ir

۱۰	نمودار گراف G داده شده است:  الف) مقدار $\Delta + \delta + q$ را حساب کنید. ب) $N_G[c]$ را مشخص کنید. پ) یک دور به طول ۴ بنویسید. ت) اندازهٔ گراف $\overline{G}$ را تعیین کنید.	۲
۱۱	در یک گراف کامل $q(G) = \Delta^2(G) - 2\delta(G)$ است. مقدار $p(G)$ را بیابید.	۱/۵
۱۲	دنباله درجات رئوس یک گراف به صورت ۳،۳،۳،۲،۱ می باشد. مسیرهای متمایز بین دو رأس درجه ۱ و ۲ را بنویسید. موفق باشید.	۱/۵

www-kanoon-ir

① چون x و y هم‌علامت‌اند $\Leftarrow xy>0$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2 \overset{\times xy}{\Leftrightarrow} x^2+y^2\geq 2xy$$
$$\Leftrightarrow x^2+y^2-2xy\geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2\geq 0$$ بدیهی است.

② $$\begin{matrix} a\mid 9k+7 \\ a\mid 7k+4 \end{matrix} \rightarrow a\mid 7(9k+7)-9(7k+4)=63k+49-63k-54$$
$$\rightarrow a\mid -5 \overset{a\in\mathbb{N}}{\rightarrow} a=1 \text{ یا } a=5$$

③ $$(12a,12b)=(a^4,b^4) \rightarrow 12(a,b)=(a,b)^4 \rightarrow (a,b)^3=12 \rightarrow (a,b)=2$$
$$[2a,-2b]=2[a,b]=2\frac{|ab|}{(a,b)}=\frac{2}{3}|ab|$$

④ $$\begin{matrix} a=9q+3 \\ a=5q'+2 \end{matrix} \begin{matrix} \xrightarrow{\times 5} \\ \xrightarrow{\times 9} \end{matrix} \begin{matrix} 5a=30q+15 \\ 9a=30q'+18 \end{matrix} \rightarrow a=30\overbrace{(q'-q)}^{t}-3$$
$$\rightarrow a=30(t-1)+27$$ ← باقی‌مانده

⑤ $p=4k+r$ $\quad 0\leq r<4$ $\rightarrow$ $r=0\rightarrow p=4k$ غ‌ق

$r=1\rightarrow \boxed{p=4k+1}$ $\quad r=2\rightarrow p=4k+2$ غ‌ق $\quad r=3\rightarrow p=4k+3$ غ‌ق

(زیرا $p>3$ مضرب ۳ نیست)

$r=4\rightarrow p=4k+4$ غ‌ق $\quad r=5\rightarrow \boxed{p=4k+5}$

⑥ $7^{30}\overset{15}{\equiv}$ ⑱ ؟ $\quad 0\leq 18<15$

$$7^2=49\overset{15}{\equiv}4 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 7^4\overset{15}{\equiv}16\overset{15}{\equiv}1 \xrightarrow{\text{توان ۷}} 7^{28}\overset{15}{\equiv}1 \xrightarrow{\times 7^2} 7^{30}\overset{15}{\equiv}49\overset{15}{\equiv}4$$
← باقی‌مانده

⑦ فاصله بین دو روز $=29+4\times 30+7=154\overset{7}{\equiv}2$

از یکشنبه ۲ روز به جلو حرکت می‌کنیم، پس ۲ اسفند سه‌شنبه است.

⑧ $$12345x\overset{11}{\equiv}0\rightarrow x-4+3-2+1\overset{11}{\equiv}0\rightarrow x-2\overset{11}{\equiv}0\rightarrow x\overset{11}{\equiv}2$$
$$12342\overset{4}{\equiv}42\overset{4}{\equiv}2\rightarrow$$ باقی‌مانده

www.kanoon.ir

(۹) الف)

$$۸x \overset{۱۲}{\equiv} ۲۰ - ۱۲ = ۸ \xrightarrow[(۸,۱۲)=۴]{\div ۸} x \overset{۳}{\equiv} ۱ \rightarrow \boxed{x = ۳k+۱} \quad k \in \mathbb{Z}$$

ب)

$$۵x + ۲y = ۱۹$$

$$۵x \overset{۲}{\equiv} ۱۹ - ۲\times ۲ = ۱۵ \xrightarrow[(۲,۵)=۱]{\div ۵} x \overset{۲}{\equiv} ۳ \rightarrow \boxed{x = ۲k+۳}$$

$$۵(۲k+۳) + ۲y = ۱۹ \longrightarrow ۲y = -۱۰k + ۴ \rightarrow \boxed{y = -۵k+۲}$$

(۱۰)

الف) $\Delta + \delta + ۹ = ۳ + ۰ + ۷ = ۱۰$

ب) $N_G[c] = \{b, c, d, g\}$

ج) b, c, d, g, b

د) $q_G + q_{\bar{G}} = \frac{P(P-۱)}{۲} \rightarrow ۷ + q_{\bar{G}} = \frac{۷\times ۶}{۲} = ۲۱ \rightarrow \boxed{q_{\bar{G}} = ۱۴}$

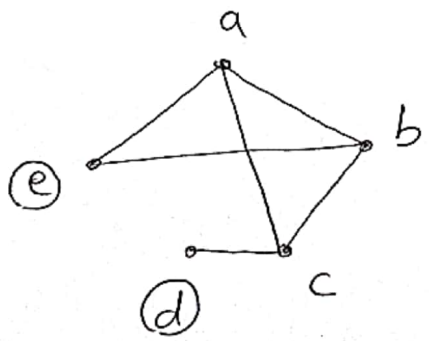
(۱۱)

$$\Delta = \delta = P - ۱ \ , \ q = \frac{P(P-۱)}{۲}$$

$$q = \Delta^۲ - ۲\delta \rightarrow \frac{P(P-۱)}{۲} = (P-۱)^۲ - ۲(P-۱)$$

$$\rightarrow (P-۱)\left[\frac{P}{۲} = (P-۱) - ۲\right] \longrightarrow \begin{cases} P = ۱ \\ \frac{P}{۲} = P - ۳ \rightarrow P = ۶ \end{cases}$$

(۱۲)



d, c, a, e

d, c, b, e

d, c, b, a, e

d, c, a, b, e