نام و نام خانوادگی : رشته و پایه: دوازدهم ریاضی نام درس : ریاضیات گسسته نام دبیر : رضائی پور	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان البرز مدیریت ناحیه یک آموزش و پرورش دبیرستان غیردولتی دخترانه فرهنگ آموزش نوبت دی ماه سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	تاریخ امتحان : ۹ /۱۰/ ۴۰۲ ساعت شروع: ۰۹:۰۰ مدت امتحان: ۹۰دقیقه تعداد صفحات: ۳

	سوالات	
۱	**جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.** **الف) باقیمانده تقسیم عدد ۱۲۳۴۵۶۷۸۹۱۰ بر ۱۱ برابر .....است.** **ب) حاصل $([m^5, [m^3, m^4])$ برابر است با ..... .** **پ) حاصلضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی ..... است.** **ت) شرط لازم و کافی برای اینکه معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب باشد آن است که .....**	**۲**
۲	**درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید** **الف) حاصلضرب دو عدد گنگ همیشه عددی گنگ است.** **ب) مربع یک عدد فرد بصورت $8k + 1$ است.** **پ) برای هر دو عدد صحیح a و b که مخالف صفرند. اگر $a\|b$ را آنگاه عدد b شمارنده ی عدد a است.** **ت) اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b ، داشته باشیم که $(a, b) = 1$ است آنگاه دو عدد a و b نسبت بهم اول هستند .**	**۱**
۳	**گزاره های زیر را اثبات یا با ارائه مثال نقض رد کنید.** **الف) برای هر دو عدد حقیقی x , y داریم : $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{x + y}$** **ب)اگر x یک عدد گنگ باشد آنگاه $\frac{1}{x}$ نیز گنگ است.** **پ)مکعب هر عدد فرد عددی فرد است.** **ت) a_1 , a_2 و a_3 عدد هایی صحیح هستند و b_1 , b_2 و b_3 همان اعداد ولی با ترتیب دیگری قرار گرفته اند ثابت کنید $(a_3 - b_3)(a_2 - b_2)(a_1 - b_1)$ عددی زوج است.**	**۳**

www-kanoon-ir

	صفحه دوم	
۴	**به کمک اثبات بازگشتی ثابت کنید.** **الف)** $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$ **ب) ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.** $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$	**۲/۵**
۵	**اگر باقیمانده ی تقسیم a بر دو عدد ۶ و ۵ به ترتیب ۳ و ۲ باشد؛ باقیمانده ی تقسیم a را بر ۳۰ بیابید.**	**۱/۵**
۶	**باقیمانده تقسیم عدد** $A = (1000)^{25} \times 9 + 11$ **را بر ۷ بیابید.**	**۱/۵**
۷	**اگر اولین روز سالی چهارشنبه باشد ، ۵ آبان همان سال چند شنبه است؟**	**۱/۵**
۸	**اگر** $a > 1$ **و** $a \mid 11x + 2$ **و** $a \mid 3x - 1$**، ثابت کنید a عددی اول است .**	**۱/۵**
۹	**معادلات همنهشتی زیر را در صورت امکان حل کنید .** $۵۱x \overset{۶}{\equiv} ۱۱$ $۳x \overset{۷}{\equiv} ۱۳$	**۱/۵**
۱۰	**به کمک حل معادله سیاله تمام حالاتی که میتوانید یک کیسه ۱۹ کیلویی را وزنه های ۳ و ۴ کیلوگرمی وزن کنید را به دست آورید.**	**۱/۵**

www.kanoon.ir

	صفحه سوم	
۱۱	**عدد۱۳۹۸ به کدام دسته ی هم نهشتی به پیمانه ی ۹ تعلق دارد؟**	**۱**
۱۲	**همه ی اعداد صحیح چون a را بیابید که ۵ برابر آنها به علاوه ۹ بر ۱۱ بخش پذیر باشد .**	**۱/۵**

موفق باشید .

www-kanoon-ir

نام و نام خانوادگی : رشته و پایه: دوازدهم ریاضی نام درس : ریاضیات گسسته نام دبیر : رضائی پور	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان البرز مدیریت ناحیه یک آموزش و پرورش دبیرستان غیردولتی دخترانه فرهنگ آموزش نوبت دی ماه سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	تاریخ امتحان : ۴۰۲/۱۰/ ۹ ساعت شروع: ۰۹:۰۰ مدت امتحان: ۹۰دقیقه تعداد صفحات: ۳

	سوالات	
۱	**جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.** **الف)** باقیمانده تقسیم عدد ۱۲۳۴۵۶۷۸۹۱۰ بر ۱۱ برابر .....۴.....است. **ب)** حاصل $(m^5, [m^3, m^4])$ برابر است با .....m^3..... . **پ)** حاصلضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی ...گنگ... است. گویای غیرصفر **ت)** شرط لازم و کافی برای اینکه معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب باشد آن است که .....$(a,b) \mid c$.....	۲
۲	**درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید** **الف)** حاصلضرب دو عدد گنگ همیشه عددی گنگ است. نادرست **ب)** مربع یک عدد فرد بصورت $8k+1$ است. درست **پ)** برای هر دو عدد صحیح a و b که مخالف صفرند. اگر $a \mid b$ را آنگاه عدد b شمارنده ی عدد a است. نادرست **ت)** اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b ، داشته باشیم که $(a, b) = 1$ است آنگاه دو عدد a و b نسبت بهم اول هستند . درست	۱
۳	**گزاره های زیر را اثبات یا با ارائه مثال نقض رد کنید.** **الف)** برای هر دو عدد حقیقی x, y داریم : $\sqrt{x}+\sqrt{y} = \sqrt{x+y}$ مثال نقض : $\sqrt{1}+\sqrt{4} \neq \sqrt{5}$ **ب)** اگر x یک عدد گنگ باشد آنگاه $\frac{1}{x}$ نیز گنگ است. فرض می‌کنیم $\frac{1}{x}$ عددی گویا است پس معکوس آن نیز عددی گویا است چون معکوس هر عدد گویای غیر صفر عددی گویا است درحالی که x عددی گنگ است پس با فرض سوال در تناقض است و حکم اثبات می‌شود. **پ)** مکعب هر عدد فرد عددی فرد است. $(2k+1)^3$ $8k^3+12k^2+6k+1$ $2(4k^3+6k^2+3k)+1 = 2S+1$ **ت)** a_1, a_2, a_3 و b_1, b_2, b_3 عدد هایی صحیح هستند و b_1, b_2, b_3 همان اعداد ولی با ترتیب دیگری قرار گرفته اند ثابت کنید $(a_3-b_3)(a_2-b_2)(a_1-b_1)$ عددی زوج است. اگر $(a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)$ زوج نباشد پس عددی فرد است پس هر ۳ عامل فرد هستند درنتیجه مجموع آنها نیز باید عددی فرد باشد یعنی $(a_1-b_1)+(a_2-b_2)+(a_3-b_3)$ باید فرد باشد درحالی که مجموع آنها صفر است و با فرض سوال در تناقض است .	۳

www.karnoon.ir

۴ به کمک اثبات بازگشتی ثابت کنید. (۲/۵)

الف)

$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$

ب) ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

۵ اگر باقیمانده‌ی تقسیم a بر دو عدد ۶ و ۵ به ترتیب ۳ و ۲ باشد؛ باقیمانده‌ی تقسیم a را بر ۳۰ بیابید. (۱/۵)

۶ باقیمانده تقسیم عدد $A = (1000)^{25} \times 9 + 11$ را بر ۷ بیابید. (۱/۵)

۷ اگر اولین روز سالی چهارشنبه باشد، ۵ آبان همان سال چند شنبه است؟ (۱/۵)

۴	۳	۲	۱	۰
	شنبه	جمعه	پنج‌شنبه	چهارشنبه

۸ اگر $a > 1$ و $a|11x+2$ و $a|3x-1$، ثابت کنید a عددی اول است. (۱/۵)

۹ معادلات همنهشتی زیر را در صورت امکان حل کنید. (۱/۵)

$51x \equiv 11 \pmod 6$

$3x \equiv 13 \pmod 7$

۱۰ به کمک حل معادله سیاله تمام حالاتی که میتوانید یک کیسه ۱۹ کیلویی را وزنه های ۳ و ۴ کیلوگرمی وزن کنید را به دست آورید. (۱/۵)

	صفحه سوم	
۱	۱۱ عدد۱۳۹۸ به کدام دسته ی هم نهشتی به پیمانه ی ۹ تعلق دارد؟ $۱۳۹۸ \overset{۹}{\equiv}$ $۱۰^۳ \overset{۹}{\equiv} ۱$ $۱۰^۳+۳\times۱۰^۲+۹\times۱۰+۸ \overset{۹}{\equiv} ۳$ ب) $\{x\in Z \mid x=۹k+۴\}$ تعلق دارد $x\in ۹k+۳$	
۱/۵	۱۲ همه ی اعداد صحیح چون a را بیابید که ۵ برابر آنها به علاوه ۹ بر ۱۱ بخش پذیر باشد . $۵a+۹ \overset{۱۱}{\equiv} ۰$ $۵a \overset{۱۱}{\equiv} -۹$ $۵a \overset{۱۱}{\equiv} -۹+۴\times۱۱$ $(۵,۱۱)=۱$ $a \overset{۱۱}{\equiv} ۷$ $a=۱۱k+۷$ $k\in Z$	

موفق باشید .