وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان بوشهر
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان بوشهر
دبیرستان دخترانه سرای دانش۲

نام و نام خانوادگی:

تاریخ امتحان: ۱۲/ ۱۰ /۱۴۰۲ | نام درس: **ریاضیات گسسته** پایه: **دوازدهم** رشته: **ریاضی و فیزیک** | سوالات

مدت امتحان: **۱۰۰ دقیقه** نوبت: **اول**

این آزمون مشتمل بر ۱۷ سوال و در ۳ صفحه می باشد.

ردیف		بار
۱	هریک از گزاره‌های زیر را با ارائه مثال نقض رد کنید: الف) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) برای هر دو عدد حقیقی و نامنفی x و y داریم: $\sqrt{x+y}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$ پ)به ازای هر عدد طبیعی بزرگتر از یک مانند n ، عدد 2^n-1 عددی اول است. ت) برای هر عدد حقیقی مثبت a داریم: $a^2>a$.	
۲	اگر باقی‌مانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۷ و ۸ به ترتیب ۵ و۷ باشد، باقیمانده تقسیم عدد a را بر ۵۶ بیابید.	۵
۳	اگر n عددی صحیح باشد، ثابت کنید: $3\mid n^3-n$.	۱
۴	فرض کنید a بر ۲۰ و b بر ۱۲ بخش‌پذیر باشد. ثابت کنید باقی‌مانده تقسیم a بر b، مضربی از ۴ است.	۱
۵	فرض کنید $a\mid b$ و $a\mid c$ و $m,n\in\mathbb{Z}$. ثابت کنید $a\mid mb+nc$.	۱
۶	فرض کنید n عددی طبیعی باشد. ثابت کنید: $(n,2n+1)=1$.	

www.kanoon.ir

۷ فرض کنید $a,b \in \mathbb{Z}$ و $m \in \mathbb{N}$ و $a \overset{m}{\equiv} b$ و k و t اعداد صحیح دلخواهی باشند، ثابت کنید: $a+km \overset{m}{\equiv} b+tm$.

۸ باقی‌مانده تقسیم عدد 3^{29} را بر ۴۱ بیابید.

۹ معادله $3x \overset{7}{\equiv} 5$ را حل کنید.

۱۰ اگر هشتم تیرماه سالی جمعه باشد، ۲۹ دی ماه همان سال، چه روزی از هفته خواهد بود؟

۱۱ معادله $4x - 3y = 47$ را حل کنید.

۱۲ گراف G با مجموعه رئوس $V = \{a,b,c,d,e,f\}$ و مجموعه یال‌های $E = \{ce, bd, af, bf, ac, ef, cd\}$ مفروض است.
نمودار این گراف را رسم کنید. مرتبه و اندازه این گراف را مشخص کنید. مقادیر Δ و δ را تعیین کنید. درجه هر رأس را بیابید.
اعضای همسایگی‌های $N_G(b)$ و $N_G[c]$ را بیابید.

۱۳ ثابت کنید در هر گراف ساده، تعداد رئوس درجه فرد، عددی زوج است.

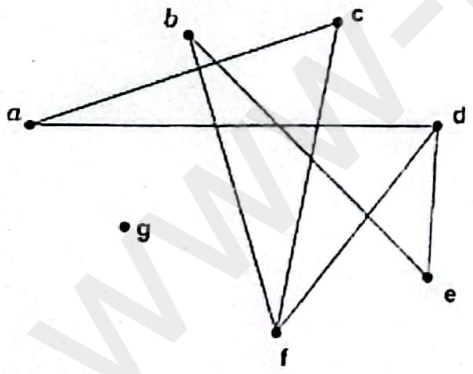
www.kanoon.ir

۱۴ گرافی دارای ۲۱ یال است و درجه هر رأس آن ۵ یا ۴ است. اگر تعداد رئوس درجه ۵ دو برابر تعداد رئوس درجه ۴ باشد، مرتبه گراف را بیابید.

۱۵ گراف کامل K_p دارای ۳۶ یال است. p را بیابید.

۱۶ تمام گرافهای منتظم از مرتبه ۷ را رسم کنید.

۱۷ در گراف شکل مقابل مقادیر Δ و δ، درجه رأس e و مجموعه $N(a)$ را بیابید.



موفق باشید

www.kanoon.ir

امتحانات
دبیرستان دخترانه سرای دانش

وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان بوشهر
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان بوشهر
دبیرستان دخترانه سرای دانش۲

پاسخنامه

نام و نام خانوادگی:
نام درس: **ریاضیات گسسته** پایه: **دوازدهم** رشته: **ریاضی و فیزیک**
تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/ ۱۰ /۱۲** مدت امتحان: **۱۰۰ دقیقه** نوبت: **اول**

این آزمون مشتمل بر ۱۷ سوال و در ۳ صفحه می باشد.

ردیف		بار
۱	هریک از گزاره‌های زیر را با ارائه مثال نقض رد کنید: الف) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) برای هر دو عدد حقیقی و نامنفی x و y داریم: $\sqrt{x+y}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$ پ)به ازای هر عدد طبیعی بزرگتر از یک مانند n ، عدد 2^n-1 عددی اول است. ت) برای هر عدد حقیقی مثبت a داریم: $a^2>a$.	۴
۲	اگر باقی‌مانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۷ و ۸ به ترتیب ۵ و۷ باشد، باقیمانده تقسیم عدد a را بر ۵۶ بیابید.	۱/۵
۳	اگر n عددی صحیح باشد، ثابت کنید: $3\mid n^3-n$.	۱
۴	فرض کنید a بر ۲۰ و b بر ۱۲ بخش‌پذیر باشد. ثابت کنید باقی‌مانده تقسیم a بر b، مضربی از ۴ است.	۱
۵	فرض کنید $a\mid b$ و $a\mid c$ و $m,n\in\mathbb{Z}$. ثابت کنید $a\mid mb+nc$.	۱
۶	فرض کنید n عددی طبیعی باشد. ثابت کنید: $(n,2n+1)=1$.	۱

www.KanoonSchool.ir

۷ فرض کنید $a,b \in \mathbb{Z}$ و $m \in \mathbb{N}$ و $a \overset{m}{\equiv} b$ و k و t اعداد صحیح دلخواهی باشند، ثابت کنید: $a+km \overset{m}{\equiv} b+tm$.

$a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a-b=mq$

$(a+km)-(b+tm)=(a-b)+km-tm=mq+km-tm=m(q+k-t)$

$\Rightarrow m \mid (a+km)-(b+tm) \Rightarrow a+km \overset{m}{\equiv} b+tm$

۱

۸ باقی‌مانده تقسیم عدد $۳^{۲۹}$ را بر ۴۱ بیابید.

$۳^{۴}=۸۱ \overset{۴۱}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\text{توان}} ۳^{۲۸} \overset{۴۱}{\equiv} (-۱)^{۷}=-۱ \Rightarrow ۳^{۲۹} \overset{۴۱}{\equiv} -۳$

$\Rightarrow ۳^{۲۹} \overset{۴۱}{\equiv} ۳۸$

۱

۹ معادله $۳x \overset{۷}{\equiv} ۵$ را حل کنید.

$۳x \overset{۷}{\equiv} ۵ \Rightarrow ۳x \overset{۷}{\equiv} ۱۲ \Rightarrow x \overset{۷}{\equiv} ۴$

$\Rightarrow x=۷k+۴$

۱

۱۰ اگر هشتم تیرماه سالی جمعه باشد، ۲۹ دی ماه همان سال، چه روزی از هفته خواهد بود؟

$۲۳+۲(۳۱)+۳\times ۳۰+۲۹=۲۰۴ \overset{۷}{\equiv} ۱$

۲۹ دی ماه، شنبه است

جمعه	شنبه
۰	۱

۱/۵

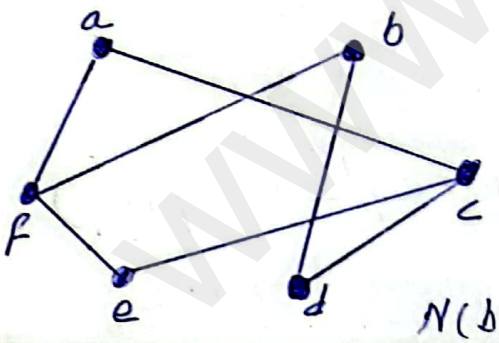
۱۱ معادله $۴x-۳y=۴۷$ را حل کنید.

$۴x \overset{۳}{\equiv} ۴۷ \Rightarrow x \overset{۳}{\equiv} ۲ \Rightarrow x=۳k+۲$

$۴(۳k+۲)-۳y=۴۷ \Rightarrow y=۴k-۱۳$

۱/۵

۱۲ گراف G با مجموعه رئوس $V=\{a,b,c,d,e,f\}$ و مجموعه یال‌های $E=\{ce,bd,af,bf,ac,ef,cd\}$ مفروض است. نمودار این گراف را رسم کنید. مرتبه و اندازه این گراف را مشخص کنید. مقادیر Δ و δ را تعیین کنید. درجه هر رأس را بیابید. اعضای همسایگی‌های $N_G(b)$ و $N_G[c]$ را بیابید.



$p=۶$ ، $q=۷$

$\Delta=۳$ ، $\delta=۲$

$deg(a)=۲$ ، $deg(b)=۲$ ، $deg(c)=۳$

$deg(d)=۲$ ، $deg(e)=۲$ ، $deg(f)=۳$

$N(b)=\{f,d\}$ $N[c]=\{c,a,e,d,f\}$

۱

۱۳ ثابت کنید در هر گراف ساده، تعداد رئوس درجه فرد، عددی زوج است.

مجموع درجات تمام رئوس برابر ۲q و زوج است. مجموع درجات رئوس درجه زوج قطعاً عددی زوج است. اگر تعداد رئوس درجه فرد، عددی فرد باشد، مجموع درجات این رئوس نیز فرد خواهد بود و لذا مجموع درجات تمام رئوس زوج نخواهد شد.

www.kanoon.ir

۱۴ | گرافی دارای ۲۱ یال است و درجه هر رأس آن ۵ یا ۴ است. اگر تعداد رئوس درجه ۵ دو برابر تعداد رئوس درجه ۴ باشد، مرتبه گراف را بیابید. | ۱

تعداد رئوس درجه ۴ = x ⟸ تعداد رئوس درجه ۵ = $۲x$

مجموع درجه‌ها $= ۲q \Rightarrow ۲x + ۵(۲x) = ۲(۲۱) \Rightarrow ۱۲x = ۴۲ \Rightarrow x = ۳$

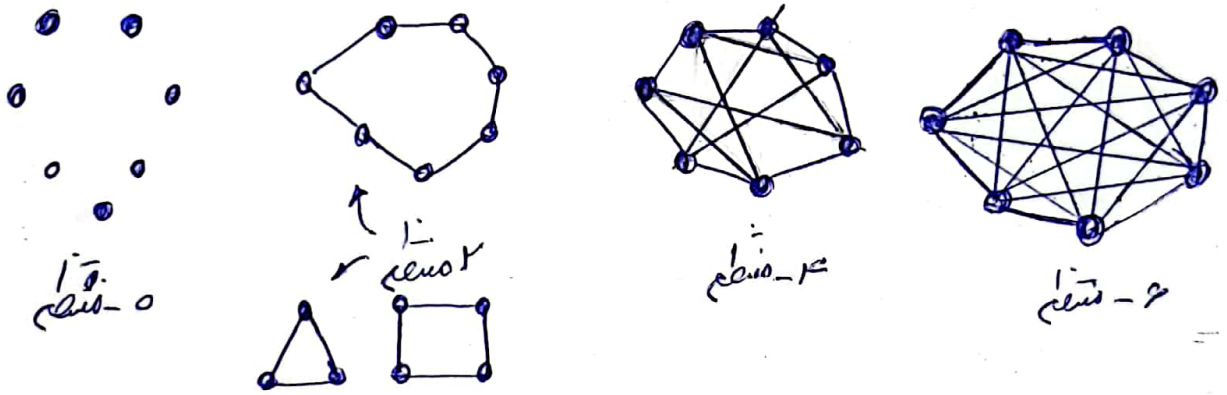
$p = x + ۲x = ۳x = ۹$

۱۵ | گراف کامل K_p دارای ۳۶ یال است. p را بیابید. | ۱

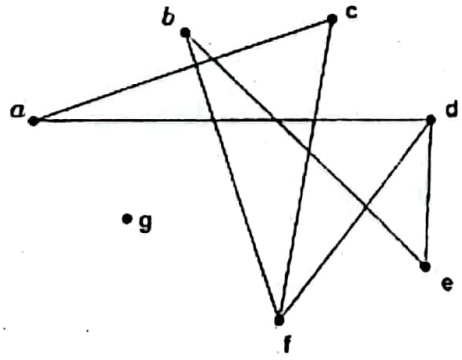
$$\frac{p(p-۱)}{۲} = ۳۶ \Rightarrow p(p-۱) = ۷۲ \Rightarrow p^۲ - p - ۷۲ = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p = ۹ \checkmark \\ p = -۸ \times \end{cases}$$

۱۶ | تمام گرافهای منتظم از مرتبه ۷ را رسم کنید. | ۱/۵



۱۷ | در گراف شکل مقابل مقادیر Δ و δ، درجه رأس e و مجموعه $N(a)$ را بیابید. | ۱



$\deg(e) = ۲$

$N(a) = \{c, d\}$

موفق باشید