نام :	❊ به نام خدا ❊	نام درس : ریاضیات گسسته
نام خانوادگی :	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ اصفهان	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام پدر :	کارشناسی سنجش	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۱۶
نام کلاس : دوازدهم ریاضی	دبیرستان غیردولتی خرد متوسطه دوم	تعداد صفحه : ۳ صفحه
نام دبیر : امید نورانی – دکتر زهرا غفارزاد قویدل	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲	تعداد سوالات : ۱۴ سوال

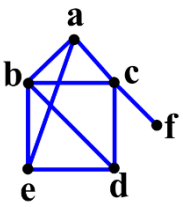
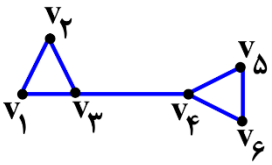
❊ دانش، نابود کننده‌ی نادانی است. امام علی (ع) ❊

ردیف	سوالات صفحه : ۱	بارم
۱	اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد به‌طوری‌که $۵ \mid ۴k+۱$، ثابت کنید : $۲۵ \mid ۱۶k^۲ + ۲۸k + ۶$	۱/۵
۲	اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم عددa بر دو عدد ۷ و ۸ به‌ترتیب ۵ و ۷ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد a را بر ۵۶ بیابید.	۱/۵
۳	ثابت کنید حاصل‌جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۴	باقی‌مانده‌ی تقسیم $۳۸^{۳۶} + ۱۹$ را بر ۴ به‌دست آورید.	۱/۵
۵	در یک تقسیم مقسوم ۸۴ واحد بیشتر از مقسوم‌علیه است. اگر باقیمانده برابر ۷ باشد، تمام مقادیر ممکن برای خارج‌قسمت را بیابید.	۱/۵
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

www-kanoon-ir

ردیف	نوبت اول – ریاضیات گسسته	ادامه سوالات	صفحه : ۲	بارم
۶	صورت کلی جواب‌های معادله‌ی هم‌نهشتی $۷۳x \overset{۲۳}{\equiv} ۱$ را بیابید.			۱/۵
۷	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha+\beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha+۲\beta$ و $\alpha-\beta$ گنگ هستند.			۱/۵
۸	اگر $p \neq q$ و p و q هر دو عدد اول باشند، ثابت کنید : $(p,q)=۱$.			۱
۹	ثابت کنید عدد $۱۲^{۵۱}-۱۱^{۵۱}-۲۳^{۵۱}$ بر عدد ۱۳۲ بخش‌پذیر است.			۱/۵
۱۰	جواب‌های عمومی معادله‌ی سیاله‌ی خطی $۷x+۵y=۱۱$ را به‌دست آورید.			۱/۱۵
۱۱	برای هر سه عدد حقیقی x و y و z ثابت کنید : $x^۲+y^۲+z^۲ \geq xy+yz+xz$			۱/۵
	ادامه سوالات در صفحه سوم			

www-kanoon-ir

ردیف	نوبت اول – ریاضیات گسسته	ادامه سوالات	صفحه : ۳	بارم
۱۲	رقم یکان عدد $(۷ + ۲^{۱۱})$ را به‌دست آورید.			۱/۵
۱۳	گراف $G = (V, E)$ به‌صورت مقابل رسم شده است. الف) مجموعه‌های E و V را مشخص کنید. ب) درجه‌ی رأس‌ها و بیشترین و کمترین درجه‌ی رأس‌ها را بنویسید. ج) مجموعه‌ی همسایگی باز ردأس‌ها را بنویسید. 			۲
۱۴	چند یال به گراف مقابل اضافه کنیم تا یک گراف کامل به‌دست آید؟ 			۱
جمع	* خدایا چنان کن سرانجام کار تو خشنود باشی و ما رستگار *			۲۰

www-kanoon-ir

راهنمای تصحیح	* به نام خدا *	نام درس : ریاضیات گسسته
نام کلاس : دوازدهم ریاضی	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ اصفهان	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام دبیر : امید نورانی – دکتر زهرا غفارزاد قویدل	کارشناسی سنجش	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۱۶
	دبیرستان غیردولتی خرد متوسطه دوم	تعداد صفحه : ۳ صفحه
	آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲	تعداد سوالات : ۱۴ سوال



* دانش، نابود کننده‌ی نادانی است. امام علی (ع) *

ردیف	پاسخنامه صفحه : ۱	بارم
۱	$5\mid 4k+1 \to 5^2 \mid (4k+1)^2 \to 25 \mid 16k^2+8k+1 \quad (I)$ $\left.\begin{matrix} 5\mid 4k+1 \\ 5\mid 5 \end{matrix}\right\} \to 25 \mid 20k+5 \quad (II)$ $\xrightarrow{(I),(II)} \begin{cases} 25\mid 20k+5 \\ 25\mid 16k^2+8k+1 \end{cases} \to 25 \mid 16k^2+28k+6$	۱/۵
۲	$\left.\begin{matrix} a=7k+5 \quad (k\in\mathbb{Z}) \xrightarrow{\times 8} 8a=56k+40 \\ a=8k'+7 \quad (k\in\mathbb{Z}) \xrightarrow{\times 7} 7a=56k'+49 \end{matrix}\right\} \to a=56k-56k'-9 \to a=56(k-k')-9 \to a=56k''-9$ $\to a=56k''-56+56-9 \to a=56\underbrace{(k''-1)}_{q}+56-9 \to a=56q+47$	۱/۵
۳	فرض کنید r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. نشان می‌دهیم که $r+x$ یک عدد گنگ است. فرض خلف : فرض کنیم $r+x$ گویا باشد. می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا، عددی گویا است. پس $x\in\mathbb{Q}$ یعنی $r+x-r\in\mathbb{Q}$ و این با فرض گنگ بودن x تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود.	۱
۴	$38 \overset{4}{\equiv} 2 \to 38^{36} \overset{4}{\equiv} 2^{36} \overset{4}{\equiv} 0$ $\to 2^{36}+19 \overset{4}{\equiv} 19 \overset{4}{\equiv} 3 \to$ باقیمانده $= 3$	۱/۵
۵	$b+84=bq+7 \;,\; b>7 \to b(q-1)=77=77\times 1$ $b=11 \to q-1=7 \to q=8$ $b=11\times 7 \to q-1=1 \to q=2$	۱/۵
۶	$73x \overset{23}{\equiv} 1 \to 4x \overset{23}{\equiv} 1 \overset{23}{\equiv} 1+23 \overset{23}{\equiv} 24 \xrightarrow{(4,23)=1} x \overset{23}{\equiv} 6 \to x=23k+6$	۱/۵
۷	فرض کنیم بنابر برهان خلف $\alpha-\beta$ گویا باشد (فرض خلف) از طرفی $\alpha+\beta$ گویا است، پس مجموع آن‌ها یعنی $\alpha+\beta+\alpha-\beta=2\alpha$ گویاست در نتیجه α گویا است که با فرض در تناقض است، پس $\alpha-\beta$ گنگ است. فرض کنیم بنابر برهان خلف $\alpha+2\beta$ گویا باشد (فرض خلف) از طرفی چون $\alpha+\beta$ گویا است، پس تفاضل آن‌ها یعنی $\alpha+2\beta-(\alpha+\beta)=\beta$ گویا است که با فرض در تناقض است، پس $\alpha+2\beta$ گنگ است.	۱/۵
۸	فرض کنیم $(p,q)=d$ و $d\neq 1$ بنابراین داریم : $d\mid p \;,\; d\mid q \xrightarrow{p,q,d\neq 1} d=p \;,\; d=q \to p=q$ حال با توجه به این که $p=q$ با فرض مسئله در تناقض است نتیجه می‌گیریم که : $d=1$.	۱
	ادامه پاسخنامه در صفحه دوم	

www-kanoon-ir

ردیف	نوبت اول – ریاضیات گسسته	ادامه پاسخنامه	صفحه : ۲	بارم
۹	می‌توان نوشت $۱۲+۱۱=۲۳$ بنابراین : $۲۳^{۵۱}-۱۱^{۵۱}-۱۲^{۵۱}=(۱۱+۱۲)^{۵۱}-(۱۱^{۵۱}+۱۲^{۵۱})$ $(۱۱+۱۲)^{۵۱}-(۱۱^{۵۱}+۱۲^{۵۱})\mid ۱۱\times ۱۲$ بنابراین $۱۳۲ \mid ۲۳^{۵۱}-(۱۱^{۵۱}+۱۲^{۵۱})$			۱/۵
۱۰	$۷x+۵y=۱۱\to ۷x\overset{۵}{\equiv}۱۱\overset{۵}{\equiv}۱۱+۱۰\overset{۵}{\equiv}۲۱\xrightarrow{(۷,۵)=۱}x\overset{۵}{\equiv}۳\to x=۵k+۳$ $۷(۵k+۳)+۵y=۱۱\to ۵y=۱۱-۷\sim ۵k-۲۱\to ۵y=-۱۰-۷\times ۵ky=-۲-۷k$ $\begin{cases}x=۵k+۳\\y=-۲-۷k\end{cases}\quad (k\in\mathbb{Z})$			۱/۵
۱۱	$x^۲+y^۲+z^۲\geq xy+yz+xz\Leftrightarrow ۲x^۲+۲y^۲+۲z^۲\geq ۲xy+۲yz+۲xz$ $\Leftrightarrow (x^۲+y^۲-۲xy)+(y^۲+z^۲-۲yz)+(x^۲+z^۲-۲xz)\geq ۰$ $\Leftrightarrow (x-y)^۲+(y-z)^۲+(x-z)^۲\geq ۰$			۱/۵
۱۲	$۲^۵\overset{۱۰}{\equiv}۲\to ۲^{۱۰}\overset{۱۰}{\equiv}۲^۲\to ۲^{۱۱}\overset{۱۰}{\equiv}۸\to ۲^{۱۱}+۷\overset{۱۰}{\equiv}۱۵\overset{۱۰}{\equiv}۵$			۱/۵
۱۳	$V=\{a,b,c,d,e,f\}\ ,\ E=\{ab,ac,ae,bc,bd,cd,cf,de\}$ $\deg a=۳$ $\deg b=۴$ $\deg c=۴$ $\deg d=۳$ $\deg e=۳$ $\deg f=۱$ $\Delta=۴\ ,\ \delta=۱$ $N_G(a)=\{b,c,e\}\ ,\ N_G(b)=\{a,c,d,e\}$ $N_G(c)=\{a,b,d,f\}\ ,\ N_G(d)=\{b,c,e\}$ $N_G(e)=\{a,b,d\}\ ,\ N_G(f)=\{c\}$			۲
۱۴	تعداد یال‌های این گراف $q=۷$ می‌باشد. در گراف $K_۶$ داریم : $q=\frac{۶\times ۵}{۲}=۱۵$ پس کافی است $۸=۷-۱۵$ یال به این گراف اضافه کنیم.			۱
جمع	* خسته نباشید *			۲۰