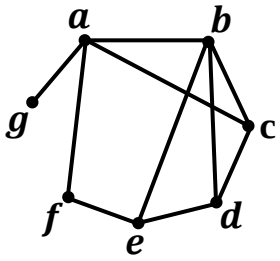
نام دانش‌آموز:	**ای نام تو بهترین سرآغاز**	سؤال امتحانی درس: **گسسته**
نام خانوادگی:	وزارت آموزش و پرورش	نوبت: **اول**
نام آموزشگاه: غیردولتی پسرانه **الغدیر** بابل	اداره‌کل آموزش و پرورش شهرستان بابل	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۱۰/۲۳**
ساعت شروع: **۱۲ ظهر**		مدت امتحان: **۱۱۰** دقیقه
پایه: **دوازدهم** رشته: **ریاضی** شماره کلاس:		تعداد صفحات: **۲** صفحه

ردیف	شـــرح ســـؤال **صفحهٔ ۱**	بارم
۱	**درستی احکام درست را ثابت کنید، برای احکام نادرست مثال نقض ارائه نمائید.** الف) حاصل‌ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) اگر a و b دو عدد صحیح فرد باشند عدد $a^۲ + b^۲$ یک عدد زوج است. ج) برای هر سه مجموعه A ، B و C اگر $A \cap B = A \cap C$ آنگاه $B = C$	۱
۲	**اگر α و β دو عدد گنگ بطوریکه $\alpha + \beta$ عددی گویا باشد ثابت کنید عدد $\alpha - \beta$ گنگ است.** **(برهان خلف)**	۱
۳	**با استفاده از روش هم‌ارزی‌ها (بازگشتی) ثابت کنید** $a^۲ + b^۲ + c^۲ \geq ab + ac + bc$	۱
۴	**اگر** $a \mid ۱۱n - ۱$ **و** $a \mid ۷n + ۲$ **آنگاه a کدام اعداد می‌تواند باشد؟** $(a \in \mathbb{Z})$	۱
۵	**ثابت کنید دو عدد صحیح متوالی نسبت به هم اولند.**	۱
۶	**اگر** $a \mid b$ **ثابت کنید** $(a \text{ و } b) = \lvert a \rvert$	۱
۷	**باقیمانده تقسیم عدد a بر اعداد ۹ و ۱۰ به ترتیب اعداد ۵ و ۷ است. باقیمانده تقسیم عدد a بر عدد ۹۰ را بدست آورید.**	۱
۸	**معادله همنهشتی** $۹۳ \overset{۹}{\equiv} ۴۷x$ **را حل کنید.**	۱
۹	**ثابت کنید** $۸^{۹۱} - ۹^{۹۱} - ۱۷^{۹۱} \mid ۷۲$	۱
۱۰	**باقیمانده تقسیم عدد** $a = ۴۱^{۶۷} + ۷$ **بر عدد ۱۳ را بدست آورید.**	۱
۱۱	**اگر دو عدد طبیعی $۲a + ۹$ و $۶a + ۶$ رقم یکان برابر داشته باشند رقم یکان عدد $۵a^۲ + ۳$ را بدست آورید.**	۱
۱۲	**در یک سال، سوم آبان روز شنبه است. در همین سال دهم بهمن کدام روز هفته است؟**	۱
۱۳	**اگر عدد پنج‌رقمی** $\overline{۳۲a۳b}$ **بر عدد ۳۶ بخش‌پذیر باشد ارقام a و b را بدست آورید.**	۱
۱۴	**معادله سیاله خطی** $۳۰x + ۷۰y = ۳۱۰$ **را حل کنید و جوابهای کلی آن را بدست آورید.**	۱
۱۵	**گرافی که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر باشد یک گراف ------ نام دارد.**	۰/۵
۱۶	**ثابت کنید تعداد رأس‌های فرد هر گراف زوج است.**	۱

ادامه سؤالات در صفحهٔ ۲

ردیف	گسسته دوازدهم ریاضی (دی ۱۴۰۲)	شـــــرح ســـؤال	صفحهٔ ۲	بارم
۱۷	**در گراف k – منتظم از مرتبه ۹ :** **الف) k کدام اعداد می‌تواند باشد.** **ب) برای $k = ۲$ این گراف را یک بار همبند و بار دیگر ناهمبند رسم کنید.**			۱/۵
۱۸	**با توجه به گراف مقابل به سؤال‌ها پاسخ دهید:** **الف) مجموعه رأس‌های همسایگی باز رأس b را بنویسید.** **ب) جمع درجات رئوس مکمل این گراف را بدست آورید.** **ج) بین دو رأس b و f دو مسیر دلخواه بنویسید.** **د) دو دور بطول ۵ و سه دور بطول ۴ بنویسید.**			۳
	موفق و سربلند باشید		**جمع نمره**	**۲۰**

www.kanoon.ir

راهنمای تصحیح نوبت اول درس: **گسسته**	**ای نام تو بهترین سرآغاز**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۱۰/۲۳**
پایه: **دوازدهم** رشته: **ریاضی**	اداره آموزش و پرورش **شهرستان بابل**	ساعت شروع: **۱۲**
مدت امتحان: **۱۱۰** دقیقه	نام آموزشگاه: غیردولتی پسرانه **الغدیر** بابل	تعداد صفحات: **۳ صفحه**

ردیف	شـــرح ســـؤال	صفحهٔ ۱
۱	الف) نادرست $\sqrt{۲} \times ۰ = ۰$ (۰/۲۵) ب) درست اثبات: فرض کنید $a = ۲n + ۱$ و $b = ۲k + ۱$ باشند $a^۲ + b^۲ = ۴n^۲ + ۴n + ۱ + ۴k^۲ + ۴k + ۱ = ۲(۲n^۲ + ۲n + ۲k^۲ + ۲k + ۱) = ۲k'$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) ج) نادرست $\{۱، ۴\} \cap \{۱، ۲\} = \{۱\} \cap \{۱، ۲\}$ (۰/۲۵)	
۲	فرض می‌کنیم $\alpha - \beta$ (۰/۲۵) گویا باشد پس $(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)$ (۰/۲۵) هم گویاست یعنی 2α گویاست یا α گویاست این خلاف فرض است (۰/۲۵) – فرض خلف باطل و حکم ثابت است. (۰/۲۵)	
۳	$a^۲ + b^۲ + c^۲ \geq ab + bc + ac \Leftrightarrow ۲a^۲ + ۲b^۲ + ۲c^۲ \geq ۲ab + ۲bc + ۲ac$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (a-b)^۲ + (b-c)^۲ + (a-c)^۲ \geq ۰$ (۰/۵)	
۴	$\begin{cases} a \mid ۱۱n - ۱ \Rightarrow a \mid ۷(۱۱n - ۱) \\ a \mid ۷n + ۲ \Rightarrow a \mid ۱۱(۷n + ۲) \end{cases} \Rightarrow a \mid$ تفاضل $\Rightarrow a \mid ۲۹ \Rightarrow a = \pm ۱$ و ± ۲۹ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
۵	فرض کنید $(n$ و $n+۱) = d$ باشد (۰/۲۵) $\begin{cases} d \mid n+۱ \\ d \mid n \end{cases} \Rightarrow d \mid (n+۱) - n \Rightarrow d \mid ۱ \xrightarrow[(۰/۲۵)]{d>۰} d = ۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
۶	الف) $a \mid \lvert a \rvert$ و $\lvert a \rvert \mid b$ (۰/۲۵) ب) فرض کنید $d' \mid a$ و $d' \mid b$ (۰/۲۵) بنابراین $d' \mid \lvert a \rvert$ (۰/۲۵) یا $d' \leq \lvert \lvert a \rvert \rvert$ (۰/۲۵)	
۷	$\begin{cases} a = ۹q + ۵ \\ a = ۱۰q' + ۷ \end{cases} \Rightarrow$ (۰/۲۵) $\begin{cases} ۱۰a = ۹۰q + ۵۰ \\ ۹a = ۹۰q' + ۶۳ \end{cases}$ تفاضل $a = ۹۰(q - q') - ۱۳ \Rightarrow r = -۱۳ + ۵۰ = ۳۷$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
۸	$۴۷x \overset{۹}{\equiv} ۹۳ \Rightarrow \begin{matrix} ۴۷ \overset{۹}{\equiv} ۲ \\ ۹۳ \overset{۹}{\equiv} ۳ \end{matrix}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲x \overset{۹}{\equiv} ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲x \overset{۹}{\equiv} ۳ + ۹$ $x \overset{۹}{\equiv} ۶ \Rightarrow x = ۹k + ۶$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	

www.kanoon.ir

۹ می‌دانیم $(a+b)^n \overset{ab}{\equiv} a^n + b^n$ (۰/۲۵)

$۱۷ \overset{۹۱}{=} (۹+۸) \overset{۹۱}{\equiv} ۹+۸ \overset{۹۱}{\equiv} ۷۲ \overset{۹۱}{\Longrightarrow} ۹۱ \mid ۱۷-۹-۸$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰ $۴۱ \overset{۱۳}{\equiv} ۲ \Longrightarrow ۴۱^{۱۲} \overset{۱۳}{\equiv} ۲^{۱۲} \overset{۱۳}{\equiv} ۱ \Longrightarrow ۲^{۶۰} \overset{۱۳}{\equiv} ۱$ (۰/۲۵)

$۴۱^{۶۷} = ۴۱^{۶۰} \times ۴۱^{۷} \overset{۱۳}{\equiv} ۲^{۶۰} \times ۲^{۷} \overset{۱۳}{\equiv} ۲^{۷} \overset{۱۳}{\equiv} ۱۲۸ \overset{۱۳}{\equiv} ۱۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۱ $۹a+۲ \overset{۱۰}{\equiv} ۶a+۶ \Longrightarrow ۳a \overset{۱۰}{\equiv} ۴ \Longrightarrow ۳a \overset{۱۰}{\equiv} -۶ \Longrightarrow a \overset{۱۰}{\equiv} -۲$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$۳a^۲ + ۵ \overset{۱۰}{\equiv} ۳ \times ۴ + ۵ \overset{۱۰}{\equiv} ۷$ (۰/۲۵)

۱۲ $۲۷ + ۳۰ + ۳۰ + ۱۰ \overset{۷}{\equiv} ۶ + ۲ + ۲ + ۳ \overset{۷}{\equiv} ۶$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

جواب = روز ۶ + دوشنبه = یکشنبه (۰/۲۵)

۱۳ این عدد بر ۴ و ۹ بخش‌پذیر است.

$\overline{۳b} \overset{۴}{\equiv} ۰ \Longrightarrow b = ۲$ و ۶ (۰/۲۵)

$۳ + ۲ + a + ۳ + b \overset{۹}{\equiv} ۰ \Longrightarrow a + b = ۹k - ۸ \Longrightarrow a + b = ۱$ و ۱۰ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$a+b = ۱$ غیر ممکن $\quad a+b = ۱۰ \Longrightarrow \begin{vmatrix} b = ۲ & b = ۶ \\ a = ۸ & a = ۴ \end{vmatrix}$ (۰/۲۵)

۱۴ $۳x + ۷y = ۳۱ \Longrightarrow ۳x + ۷y \overset{۳}{\equiv} ۳۱ \longrightarrow y \overset{۳}{\equiv} ۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$y = ۳k + ۱ \Longrightarrow ۳x + ۷(۳k+۱) = ۳۱ \Longrightarrow x = ۸ - ۷k$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

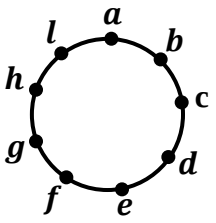
۱۵ گراف همبند (۰/۵)

۱۶ فرض کنید A جمع درجات رأس‌های فرد و B درجات رأس زوج یک گراف باشند (۰/۲۵)

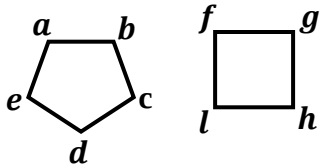
$A + B = ۲q \Longrightarrow A = ۲q - B \Longrightarrow A$ زوج است (۰/۲۵) (۰/۲۵)

وقتی جمع چند عدد فرد، زوج است پس تعداد آنها زوج است. (۰/۲۵)

۱۷ الف) ۸ و ۶ و ۴ و ۲ و $k = ۰$ (۰/۵) ب)



(۱) (۰/۵)



(۲) (۰/۵)

www.kanoon.ir

۱۸	الف) (۰/۵) $N_G(b) = \{a \text{ و } c \text{ و } d \text{ و } e\}$ ب) این گراف ۱۰ یال دارد پس مکمل آن ۱۱ یال دارد. $q = ۲۲ = ۲ \times$ جمع درجات رئوس مکمل (۰/۷۵) ج) (۰/۵) bef و baf د) $abdca$ و $abefa$ و $bcdeb$ و $acdefa$ و $abdefa$ (هر کدام ۰/۲۵)	