بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی

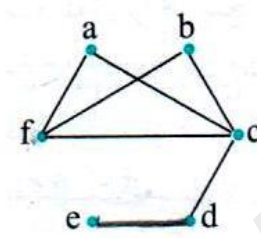
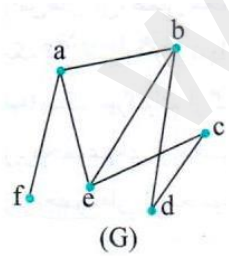
دبیرستان امام حسین (ع) نیشابور

وقت 90 دقیقه

گسسته

دی 1402

مهدوی پور

ردیف	سؤالات	بارم
۱	هر یک از گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض رد کنید. الف) برای هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱ ، عدد $۲^n + ۱$ اول است. ب) اگر از مربع یک عدد فرد یک واحد کم کنیم، یک عدد زوج حاصل می‌شود.	۱/۵
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n ، $n^۲ + ۷n - ۵$ عددی فرد است . (اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها)	۱/۵
۳	ثابت کنید حاصلضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است (برهان خلف)	۱/۵
۴	اگر a و b و c سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید $a^۲ + b^۲ + c^۲ + ۳ \geq ۲(a + b + c)$. (اثبات بازگشتی)	۲
۵	ثابت کنید هر دو عدد صحیح و فرد متوالی نسبت به هم اول‌اند.	۱/۵
۶	اگر باقیماندهٔ تقسیم اعداد mوn بر ۱۴ به ترتیب ۶ و۴ باشند، در این صورت باقی ماندهٔ تقسیم عدد $۳m - ۵n$ را بر ۱۴ بدست آورید.	۱/۵
۷	اگر اول اردیبهشت در یک سال، روز شنبه باشد، ۱۴ آذرماه در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱/۵
۸	به چند طریق می‌توان ۲۷۰۰۰ تومان را توسط اسکناس‌های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی خرد کرد؟	۲
۹	باقی ماندهٔ تقسیم عدد $A = (۲^{۱۷} - ۵) \times ۳$ بر ۳۳ را بیابید.	۲
۱۰	گراف G مطابق شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) این گراف چند رأس زوج و چند رأس فرد دارد؟ ب) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص نمایید. پ) مجموعه‌های همسایگی‌های باز رأس‌های a وc وe را مشخص کنید. ت) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید. 	۲
۱۱	گراف G مطابق شکل مقابل رسم شده است. مجموع درجه‌های رأس‌های گراف $\overline{G}$ را مشخص کنید و هم چنین درجات رئوس b و d در گراف $\overline{G}$ را تعیین نمایید.  (G)	۱/۵
۱۲	یک گراف۷ رأسی غیرتهی K- منتظم رسم کنید که : الف) K بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) K کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱/۵
	جمع نمرات	۲۰

www-karnoon-ir

۱ـ الف) $n=3$ که $2^3+1=9$ اول نیست

ب) زوج: $n=2k \Rightarrow n^2=4k^2 \Rightarrow n^2-1=4k^2-1$

فرد: $n=2k+1 \Rightarrow n^2=4k^2+4k+1 \Rightarrow n^2-1=4k^2+4k$

۲ـ n زوج $\Rightarrow 4k^2+4k-6+1=2(2k^2+2k-3)+1=2m+1$

n فرد $\Rightarrow 4k^2+4k+1+12k+7=4k^2+16k+8=2(2k^2+8k+4)+1=2t+1$

۳ـ قرینه‌ی (برداری) ب

۴ـ $a^2+b^2+c^2+3 \geq 2(a+b+c) \Leftrightarrow a^2-2a+1+b^2-2b+1+c^2-2c+1 \geq 0 \Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2 \geq 0$

۵ـ فرض $d=(2a+1,2a+3)$

$$\begin{matrix} d \mid 2a+3 \\ d \mid 2a+1 \end{matrix} \Rightarrow d \mid 2 \Rightarrow d=1 \text{ یا } d=2 \xrightarrow{2a+1 \text{ فرد}} d=1$$

۶ـ $m \equiv 4 \pmod 3 \Rightarrow m^3 \equiv 1 \pmod 3$

$n \equiv 4 \pmod 5 \Rightarrow n^3 \equiv 4^3 \equiv -2 \pmod 5$

$\Rightarrow m^3-n^3 \equiv 3 \pmod 5$

۷ـ $4^{30}+3^{30}+3^{21}+3^{21}+3^{21}+3^{10}+3^{10}+1 \equiv 4^4 \equiv 256 \equiv 4 \pmod 7$

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۸ـ $2x+5y=37 \xrightarrow{\div 100} 2x+5y=37 \cdots$

$5y \equiv 37 \pmod 2 \Rightarrow y \equiv 1 \pmod 2 \Rightarrow y=2k+1$

$\Rightarrow 2x+10k+5=37 \Rightarrow 2x \equiv -10k+32$

$\Rightarrow x=-5k+11$ $\begin{cases} x=-5k+11 \geq 0 \Rightarrow k \leq 11/5 \\ y=2k+1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -1/2 \end{cases}$

$\Rightarrow k \in \{0,1,2\}$ سه حالت

www.kanoon.ir

۹- $2^{5} \equiv -1 \pmod{33} \Rightarrow 2^{15} \equiv -1 \pmod{33} \xrightarrow{\times 2^2} 2^{17} \equiv -4 \pmod{33}$

$\Rightarrow 2^{17} - 6 \equiv -9 \pmod{33} \Rightarrow 3(2^{17} - 5) \equiv -27 \pmod{33}$

$2 \equiv 27 \pmod{33}$

۱۰- الف: ۳ زوج ، ۲ فرد

ب: $\delta = 1$ ، $\Delta = 4$

پ: $N(a) = \{f, c\}$

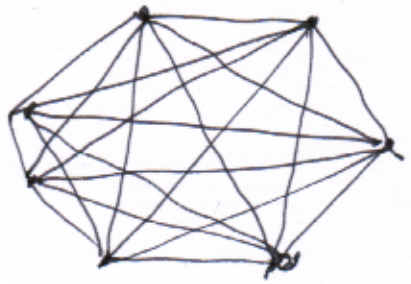
ت: a f b c a

۱۱- $\sum_{G} \deg v_i = 2q - 2(p-1)$

$= 14 - 10 = 4$

$\deg_{G} b = 5 - 3 = 2$

۱۲- الف



ب

