Kanoon.ir

درخت تو گر بار دانش بگیرد

به زیر آوری چرخ نیلوفری را

شما با دانلود این نمونه سوال، کد تخفیف خرید کتاب از سایت کانون بوک دریافت می کنید

برای دریافت کد جایزه خود، عدد 33 را به سر شماره 90008451 ارسال کنید.

kanoonBook.ir

www.kanoon.ir

سؤالات امتحانی درس : **ریاضیات گسسته** پایه : **دوازدهم** رشته : **ریاضی** نام و نام خانوادگی :	باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان قم مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ **دبیرستان غیر دولتی ارمغان دانش** سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳ / ۱۰ / ۶ زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه نام دبیر:استاد **بهرامی** تعداد سوال: **۱۵** تعداد صفحه: **۴**

دبیرستان غیردولتی ارمغان دانش

تاریخ تصحیح:	نمره با عدد:	باحروف:	امضای دبیر

۱/۵	۱- گزاره درست را اثبات وبرای گزاره های غلط مثال نقض بیاوری الف) هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ به صورت $6k+1$ و $6k-1$ می باشد. ب) «برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، عدد 2^n-1 اول است» ج) هیچ عدد صحیحی مانند x و y وجود ندارند که رابطه $x^2+y^2=(x+y)^2$ برقرار باشد. د) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش‌پذیر است.
۱	۲- برای سه عدد حقیقی x,y,z ثابت کنید $x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx$ (اثبات بازگشتی)
۱	۳- عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) حاصل‌ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ / گویا) است. ب) اگر دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a\|b$، برای هر $m \in Z$ داریم: $(a\|mb \;/\; ma\|b)$. پ) اگر $a\|b$ آنگاه ب. م. م دو عدد a و b برابر با $(a \;/\; \|a\|)$ است. ت) اگر $ac \overset{m}{=} bc$ و $(c\,,\,m)=d$ آنگاه رابطه $\left(a \overset{m}{=} b \;/\; a \overset{\frac{m}{d}}{=} b\right)$ برقرار خواهد بود.
۱/۵	۴- باقی‌مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می‌باشد، باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه‌حل)
۱/۵	۵- دو منحنی $y=\frac{2x+4}{x-1}$ چند نقطه با مختصات صحیح داریم؟

www.kanoon.ir

۱	۶- اگر عدد $\overline{a۳۶b}$ بر ۹ بخش‌پذیر باشد، بیشترین مقدار $a + b$ چقدر است ؟
۱	۷- جواب معادله‌ی هم‌نهشتی $۱۳۳ \overset{۹۱}{=} ۱۰۵x$ را بیابید ؟
۱	۸- باقی‌مانده تقسیم عدد $۱! + ۲! + ۳! + ۴! + ۵! + \ldots + ۲۰۰!$ را بر ۱۵ به دست آورید. (! نماد فاکتوریل می‌باشد.)
۱	۹- باقی‌مانده تقسیم عدد $A = (۱۰۰۰)^{۲۵} \times ۹ + ۱۱$ را بر ۷ بیابید.
۱/۵	۱۰- اگر $۱۳a \overset{۲۱}{=} ۰$ باشد، باقیمانده‌ی $a^۳ - ۲a^۲ + ۵a - ۱۰۰$ به ۷ چقدر است؟

www-kanoon-ir

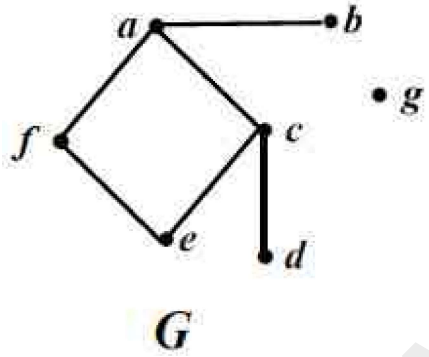
۱۱- اگر چهاردهم خردادماه سالی سه‌شنبه باشد، در این صورت بیست و دوم بهمن همان سال چه روزی خواهد بود؟

۱

۱۲- شخصی برای پست کردن نامه‌ای احتیاج به ۲۹۰۰۰ ریال تمبر دارد. اگر تمبرهای موجود، ۲۰۰۰ ریالی و ۵۰۰۰ ریالی باشند، به چند طریق این کار را انجام می دهد ؟

۲

۱۳- گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.



G

الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید.

ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.

ج) مجموعهٔ $N_G[c]$ را بنویسید.

د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید

.

هـ) حاصل عبارت $q(\overline{G}) + \deg_{\overline{G}}(g)$ را به دست آورید.

۲/۵

www-kanoon-ir

۱۴- گراف سادهٔ $G = (V , E)$ گرافی ۳- منتظم است. با افزودن ۶ یال به یال‌های این گراف، گرافی کامل به دست می‌آید.

الف) ویژگی گراف G را مشخص کنید. (مرتبه و اندازه)

ب) این گراف را رسم کنید.

۱/۵

۱۵- در یک گراف کامل تعداد رأس‌ها، $\frac{۱}{۳}$ تعداد یال‌هاست. مرتبه و اندازه‌ی این گراف را محاسبه کنید.

۱

سعی کنید موفق باشید

بهرامی

۲۰

جمع بارم

نمره

www-kanoon-ir

سؤالات امتحانی درس : ریاضیات گسسته
پایه : دوازدهم
رشته : ریاضی
نام و نام خانوادگی :

باسمه تعالی
اداره کل آموزش و پرورش استان قم
مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴
دبیرستان غیر دولتی ارمغان دانش
سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/ ۱۰ /۶
زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه
نام دبیر: استاد **نوایی**
تعداد سوال: **۱۵**
تعداد صفحه: **۴**

تاریخ تصحیح:
نمره با عدد:
باحروف:
امضای دبیر

۱- گزاره درست را اثبات و برای گزاره های غلط مثال نقض بیاوری

الف) هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ به صورت $6k+1$ و $6k+5$ می باشد.

$n=6k+5=6k+6-1=6(k+1)-1$ $n=6k+4=6k+3+1=3(2k+1)+1$ $n=6k+2=2(3k+1)$ $n=6k+3=3(2k+1)$ $n=6k$ $n=2k+1$ ✓

ب) برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، عدد 2^n-1 اول است. ✗

$n=4 \quad 2^4-1=15$

ح) هیچ عدد صحیحی مانند x و y وجود ندارند که رابطه $x^2+y^2=(x+y)^2$ برقرار باشد. ✗

$x=2 \quad y=0 \quad 2^2+0^2=2^2$

د) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش‌پذیر است.

$(2k+1)^2-1=4k^2+4k+1-1=4k(k+1)=4\times 2k'=8k'$ ✓

۲- برای سه عدد حقیقی x,y,z ثابت کنید $x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx$ (اثبات بازگشتی)

$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx \geq 0 \Leftrightarrow$

$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2zx+x^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2 \geq 0$ بدیهی

۳- عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

الف) حاصل‌ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ / گویا) است.

ب) اگر دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a|b$، برای هر $m \in Z$ داریم: $(a|mb \;/\; ma|b)$.

پ) اگر $a|b$ آن‌گاه ب. م. م دو عدد a و b برابر با $(|a| \;/\; a)$ است.

ت) اگر $ac \overset{m}{=} bc$ و $(c, m)=d$ آن‌گاه رابطه $\left(a \overset{m}{=} b \;/\; a \overset{\frac{m}{d}}{=} b\right)$ برقرار خواهد بود.

۴- باقی‌مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می‌باشد، باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه‌حل)

$\begin{cases} a=4q+3 \\ a=5q'+4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5a=20q+15 \\ -4a=-20q'-16 \end{cases} \Rightarrow a=20K-1 \Rightarrow a=20K'+20-1$

$a=20K'+19$

۵- دو منحنی $y=\frac{2x+4}{x-1}$ چند نقطه با مختصات صحیح داریم؟

$x-1 \mid 2x+4$

$x-1 \mid x-1$

$\Rightarrow x-1 \mid 6$

$\Rightarrow x-1 \mid 2x+4-2(x-1) \Rightarrow x-1 \mid 2x+4-2x+2$

$x-1=6 \quad x-1=3 \quad x-1=2 \quad x-1=1$

$x-1=-6 \quad x-1=-3 \quad x-1=-2 \quad x-1=-1$

$x=7 \quad x=4 \quad x=3 \quad x=2$

$x=-5 \quad x=-2 \quad x=-1 \quad x=0$

۸ نقطه

www.konoon.ir

۶- اگر عدد $\overline{a۳۶b}$ بر ۹ بخش‌پذیر باشد، بیشترین مقدار $a + b$ چقدر است؟

$a+۳+۶+b \overset{۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow a+b \overset{۹}{\equiv} ۰$ $\quad a+b=۹$

$a+b=۱۸ \leftarrow$

۱

۷- جواب معادله‌ی هم‌نهشتی $۱۳۳^{x} \overset{۹۱}{\equiv} ۱۰۵$ را بیابید؟

$۱۰۵ \overset{۹۱}{\equiv} ۱۴ \;/\; ۱۳۳ \overset{۹۱}{\equiv} ۴۲$

$۱۴x \overset{۹۱}{\equiv} ۴۲ \xrightarrow{\div ۱۴} x \overset{۱۳}{\equiv} ۳ \rightarrow x = ۱۳q+۳$

۱

۸- باقی‌مانده تقسیم عدد $۱! + ۲! + ۳! + ۴! + ۵! + \ldots + ۲۰۰!$ را بر ۱۵ به دست آورید. (! نماد فاکتوریل می‌باشد.)

از $۱۵!$ به بعد همگی مضرب ۱۵ هستند

$۱+۲+۶+۲۴+۵ \overset{۱۵}{\equiv} ۳$ ③

۱

۹- باقی‌مانده تقسیم عدد $A = (۱۰۰۰)^{۲۵} \times ۹ + ۱۱$ را بر ۷ بیابید.

$۱۰۰۰ \overset{۷}{\equiv} ۶ \overset{۷}{\equiv} -۱$

$۹ \overset{۷}{\equiv} ۲$ $\quad ۱۱ \overset{۷}{\equiv} ۴$

$(-۱)^{۲۵} \times ۲ + ۴ = -۲ + ۴ \overset{۷}{\equiv} ۲$ ②

۱

۱۰- اگر $۱۳ \overset{۲۱}{=\!=} a$ باشد، باقیمانده‌ی $a^۳ - ۲a^۲ + ۵a - ۱۰۰$ به ۷ چقدر است؟

$a \overset{۲۱}{\equiv} ۱۳ \Rightarrow a \overset{۷}{\equiv} ۱۳ \Rightarrow a \overset{۷}{\equiv} ۱۲ \overset{۷}{\equiv} -۱ \Rightarrow a \overset{۷}{\equiv} -۱$

$a^۳ - ۲a^۲ + ۵a - ۱۰۰ \overset{۷}{\equiv} (-۱)^۳ - ۲(-۱)^۲ + ۵(-۱) + ۱۰۰$

$\overset{۷}{\equiv} -۱ - ۲ - ۵ - ۱۰۰ \overset{۷}{\equiv} -۱۰۸ \overset{۷}{\equiv} -۱۰۸ + ۷ \times ۱۶ \overset{۷}{\equiv} ۴$ ④

۱/۵

۱۱- اگر چهاردهم خردادماه سالی سه‌شنبه باشد، در این صورت بیست و دوم بهمن همان سال چه روزی خواهد بود؟

۱

$$\text{خرداد } ۱۷ + ۳\times۳۱ + ۴\times۳۰ + \text{بهمن } ۲۲ \overset{۷}{\equiv} ۳+۹+۸+۱ \overset{۷}{\equiv} ۲۱ \overset{۷}{\equiv} ۰$$

↵ ۲۲ بهمن دقیقاً سه‌شنبه است.

۱۲- شخصی برای پست کردن نامه‌ای احتیاج به ۲۹۰۰۰ ریال تمبر دارد. اگر تمبرهای موجود، ۲۰۰۰ ریالی و ۵۰۰۰ ریالی باشند، به چند طریق این کار را انجام می دهد ؟

۲

$$۲۰۰۰x + ۵۰۰۰y = ۲۹۰۰۰$$

$$۲x + ۵y = ۲۹ \Rightarrow ۲x \overset{۵}{\equiv} ۲۹ \Rightarrow y \overset{۲}{\equiv} ۱ \Rightarrow y = ۱ + ۲k$$

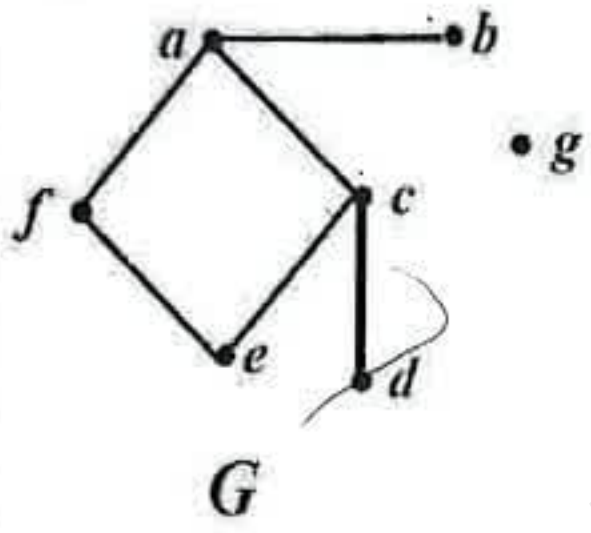
$$۲x + ۵ + ۱۰k = ۲۹ \Rightarrow ۲x = ۲۴ - ۱۰k \Rightarrow x = ۱۲ - ۵k$$

$$x \geq ۰ \Rightarrow ۱۲ - ۵k \geq ۰ \rightarrow k \leq \frac{۱۲}{۵} \qquad -۱ \leq \frac{۱۲}{۵} \leq ۲$$

$$y \geq ۰ \Rightarrow ۱ + ۲k \geq ۰ \Rightarrow k \geq -۱/۲$$

$k = ۰$ و ۲ ⟵ ۳ طریق

۱۳- گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.



G

الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید. $p = ۷$ $q = ۶$

ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.

$$\sum deg v_i = ۲q = ۲ \times ۶ = ۱۲$$

ج) مجموعهٔ $N_G[c]$ را بنویسید.

$$N[c] = \{a, e, d, c\}$$

د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید

acefa

۲/۵

هـ) حاصل عبارت $q(\overline{G}) + deg_{\overline{G}}(g)$ را به دست آورید.

$$p = ۷ \rightarrow p - ۱ = ۶ \qquad deg_G g + deg_{\overline{G}} g = ۶ \Rightarrow ۵ + deg_{\overline{G}} g = ۶$$

$$q_G + q_{\overline{G}} = \frac{۷ \times ۶}{۲} \rightarrow ۶ + q_{\overline{G}} = ۲۱ \rightarrow q_{\overline{G}} = ۱۵$$

$$۱۵ + ۶ = ۲۱$$

www.kanoon.ir

۱۴- گراف سادهٔ $G = (V, E)$ گرافی ۳- منتظم است. با افزودن ۶ یال به یال‌های این گراف، گرافی کامل به دست می‌آید.

الف) ویژگی گراف G را مشخص کنید. (مرتبه و اندازه)

ب) این گراف را رسم کند.

$$۳p = ۲q \rightarrow q = \frac{۳}{۲}p$$

$$\frac{۳}{۲}p + ۶ = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow ۳p + ۱۲ = p(p-۱) \Rightarrow p^۲ - ۴p - ۱۲ = ۰$$

$$(p-۶)(p+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} p = ۶ \\ p = -۲ \end{cases} \rightarrow q = \frac{۳}{۲} \times ۶ = ۹$$

۱۵

ب)



۱۵- در یک گراف کامل تعداد راس‌ها، $\frac{۱}{۳}$ تعداد یال‌هاست. مرتبه و اندازه‌ی این گراف را محاسبه کنید.

$$p = \frac{۱}{۳}q \rightarrow p = \frac{۱}{۳}\frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow ۱ = \frac{p-۱}{۶} \Rightarrow p - ۱ = ۶$$

$$p = ۷$$

۱

$$q = \frac{۷ \times ۶}{۲} = ۲۱$$