Kanoon.ir

شما با دانلود این نمونه سوال، کد تخفیف خرید کتاب از سایت کانون بوک دریافت می کنید.

برای دریافت کد جایزه خود، عدد 33 را به سر شماره 90008451 ارسال کنید.



تمرین بیشتر نمونه سوالات امتحانی با کتاب های پرتکرار

همین حالا جایزه خود را دریافت کنید.

kanoonBook.ir

www.kanoon.ir

نام و نام‌خانوادگی

دبیرستان یاس

دی ماه 1403

زمان ۱۱۰ دقیقه

۱ گزارهٔ زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید: ۱/۵ نمره

(برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^۲ + y^۲ + ۱ \geq xy + x + y$)

۲ $A = \{۳, ۴\}$ یک زیرمجموعه از مجموعهٔ $S = \{۱, ۲, ..., ۶\}$ است و $n \in S$. اگر $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ یک عدد زوج باشد، ثابت کنید $n \in A$. ۱/۵ نمره

۳ تمام عددهای صحیح مانند a را بیابید که $۴a + ۱ | ۷a - ۳$. ۱/۵ نمره

۴ اگر a عددی طبیعی باشد، حاصل $(۵a + ۴, ۲a + ۳)$ را به دست آورید. ۱/۵ نمره

۵ اگر باقیماندهٔ تقسیم m و n بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد، در این صورت باقیماندهٔ تقسیم عدد $۵n - ۳m$ بر ۱۳ را به دست آورید. ۱/۵ نمره

۶ رقم یکان عدد $A = ۲! + ۴! + ۶! + ... + ۱۰۰!$ را به دست آورید. ۱/۵ نمره

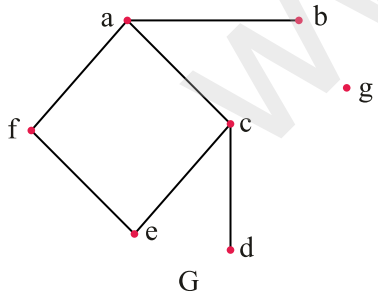
۷ اول فروردین سالی جمعه است. مشخص کنید ۲۰ دی در این سال چندشنبه است؟ ۱/۵ نمره

۸ معادلهٔ هم‌نهشتی $۳x \overset{۷}{\equiv} ۱۳$ را حل و جواب عمومی آن را به دست آورید. ۱نمره

۹ به چند طریق می‌توان یک کیسه برنج ۵۱ کیلویی را با وزنه‌های ۲ و ۵ کیلویی وزن کرد؟ ۲ نمره

۱۰ در معادلهٔ سیالهٔ $۱۵x + ۱۹y = ۷$، بزرگ‌ترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می‌توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می‌باشد؟ (با راه حل) ۱/۵ نمره

۱۱ گراف G به صورت زیر رسم شده است. باتوجه‌به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید. ۱/۵ نمره



الف مرتبه و اندازهٔ آن را بنویسید.

ب مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.

پ مجموعهٔ $N_G[c]$ را بنویسید.

www.kanoon.ir

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. ۲ نمره

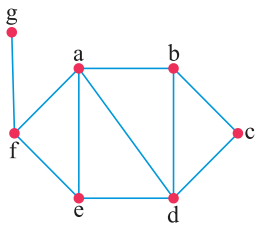
۱۲ مرتبه گراف نشان دهنده تعداد ..... گراف است.

۱۳ اگر یک یال، یک رأس را به خود آن رأس وصل کند، این یال را ..... می‌نامیم.

۱۴ دو یال را ..... می‌نامیم هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها را به هم متصل کند.

۱۵ تعداد رأس‌های فرد هر گراف عددی ..... است.

۱۶ گراف G به صورت زیر رسم شده است. باتوجه‌به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید. ۱/۵ نمره



الف مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید.

ب درجه رأس c در گراف $\bar{G}$ (مکمل گراف G) را مشخص کنید.

www-kanoon-ir

۱

$$۲x^۲ + ۲y^۲ + ۲ \geq ۲xy + ۲x + ۲y \quad (۰/۲۵)$$

$$\Leftrightarrow (x^۲ - ۲x + ۱) + (y^۲ - ۲y + ۱) + (x^۲ - ۲xy + y^۲) \geq ۰ \quad (۰/۲۵)$$

$$\Leftrightarrow (x-۱)^۲ + (y-۱)^۲ + (x-y)^۲ \geq ۰ \quad (۰/۵)$$

$$\Leftrightarrow (x-۱)^۲ \geq ۰\ ,\ (y-۱)^۲ \geq ۰\ ,\ (x-y)^۲ \geq ۰ \quad (۰/۵)$$

۲ می‌دانیم $n \in S$ است؛ یعنی n، ۶ حالت دارد. تمام حالات را بررسی می‌کنیم:

$$n = ۱ \Rightarrow \frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴} = \frac{۱ \times ۴}{۴} = ۱ \Rightarrow \text{زوج نیست} \quad (۰/۲۵)$$

$$n = ۲ \Rightarrow \frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴} = \frac{۴ \times ۹}{۴} = ۹ \Rightarrow \text{زوج نیست} \quad (۰/۲۵)$$

$$n = ۳ \Rightarrow \frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴} = \frac{۹ \times ۱۶}{۴} = ۳۶ \Rightarrow \text{زوج است} \quad (۰/۲۵)$$

$$n = ۴ \Rightarrow \frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴} = \frac{۱۶ \times ۲۵}{۴} = ۱۰۰ \Rightarrow \text{زوج است} \quad (۰/۲۵)$$

$$n = ۵ \Rightarrow \frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴} = \frac{۲۵ \times ۳۶}{۴} = ۲۲۵ \Rightarrow \text{زوج نیست} \quad (۰/۲۵)$$

$$n = ۶ \Rightarrow \frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴} = \frac{۳۶ \times ۴۹}{۴} = ۴۴۱ \Rightarrow \text{زوج نیست} \quad (۰/۲۵)$$

بنابراین فقط به ازای $n = ۳, ۴$ عدد $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ زوج خواهد بود و چون $A = \{۳, ۴\}$، به ازای $n \in A$ این عدد زوج می‌شود.

www.kanoon.ir

۳ می‌دانیم هر عدد خودش را عاد می‌کند، پس $۴a+۱ | ۴a+۱$. اکنون می‌توان نوشت:

$$۴a+۱ | ۴a+۱ \;,\; ۴a+۱ | ۷a-۳ \Rightarrow ۴a+۱ | ۷(۴a+۱)-۴(۷a-۳) \Rightarrow ۴a+۱ | ۱۹ \quad (۰/۵)$$

درنتیجه:

$$\begin{cases} ۴a+۱=۱ \Rightarrow a=۰ & (۰/۲۵) \\ ۴a+۱=۱۹ \Rightarrow a=\frac{۹}{۲} \text{ (غ‌ق‌ق)} & (۰/۲۵) \\ ۴a+۱=-۱ \Rightarrow a=-\frac{۱}{۲} \text{ (غ‌ق‌ق)} & (۰/۲۵) \\ ۴a+۱=-۱۹ \Rightarrow a=-۵ & (۰/۲۵) \end{cases}$$

پس فقط به ازای $a=۰$ و $a=-۵$ رابطه $۴a+۱ | ۷a-۳$ برقرار است.

۴

$$(۵a+۴, ۲a+۳)=d \Rightarrow \begin{cases} d | ۲a+۳ \\ d | ۵a+۴ \end{cases} \quad (۰/۵)$$

$$\Rightarrow d | -۲(۵a+۴)+۵(۲a+۳) \quad (۰/۵)$$

$$d | ۷ \Rightarrow d=۱ \text{یا} ۷ \quad (۰/۵)$$

۵

$$\begin{matrix} m=۱۳q_۱+۲ \\ n=۱۳q_۲+۹ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} ۳m=۱۳(۳q_۱)+۶ \\ ۵n=۱۳(۵q_۲)+۴۵ \end{matrix} \Rightarrow ۵n-۳m=۱۳q'+۳۹ \quad (۰/۵) \quad (۰/۵)$$

$$\Rightarrow ۵n-۳m=۱۳q''+۰ \Rightarrow r=۰ \quad (۰/۵)$$

۶

$$A=۲!+۴!+\underbrace{۶!+\ldots+۱۰۰!}_{\text{مضرب ۲ و ۵}} \Rightarrow A=۲!+۴!+۱۰k \;,\; k \in \mathbb{Z} \quad (۰/۵) \quad (۰/۵)$$

$$\Rightarrow A \overset{۱۰}{\equiv} ۲+۲۴+۰ \Rightarrow A \overset{۱۰}{\equiv} ۲۶ \overset{۱۰}{\equiv} ۶ \quad (۰/۵)$$

www.kanoon.ir

۷ اگر اول فروردین جمعه باشد، جدول روزهای هفته و باقی‌ماندهٔ تقسیم بر ۷ به شرح زیر است:

پنج‌شنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	جمعه
۰	۶	۵	۴	۳	۲	۱

مشخص می‌کنیم ۲۰ دی چندمین روز سال است:

(۰/۵)

$$۲۰\ \text{دی} = ۶ \times ۳۱ + ۳ \times ۳۰ + ۲۰ = ۱۸۶ + ۹۰ + ۲۰ = ۲۹۶ \quad (۰/۵)$$

باقی‌ماندهٔ تقسیم ۲۹۶ بر ۷ برابر است با ۲، پس ۲۰ دی در این سال شنبه است. (۰/۵)

۸

$$۳x \overset{۷}{\equiv} ۱۳ \Rightarrow ۳x \overset{۷}{\equiv} ۶ \xrightarrow[(۳,۷)=۱]{} x \overset{۷}{\equiv} ۲ \Rightarrow x = ۷k + ۲ \quad (۰/۵)$$

(۰/۵)

۹ معادلهٔ سیاله زیر را حل می‌کنیم:

$$۲x + ۵y = ۵۱ \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

$$۲x \overset{۵}{\equiv} ۵۱ \Rightarrow ۲x \overset{۵}{\equiv} ۵۱ \overset{۵}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۲x \overset{۵}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۲x \overset{۵}{\equiv} ۱ + ۵ \Rightarrow ۲x \overset{۵}{\equiv} ۶ \quad (۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow[(۲,۵)=۱]{\div ۲} x \overset{۵}{\equiv} ۳ \Rightarrow x = ۵k + ۳ \quad (۰/۲۵)$$

در معادلهٔ سیاله قرار می‌دهیم:

$$۲(۵k + ۳) + ۵y = ۵۱ \quad (۰/۲۵)$$

$$۱۰k + ۶ + ۵y = ۵۱ \Rightarrow ۵y = -۱۰k + ۴۵ \Rightarrow y = -۲k + ۹ \quad (۰/۲۵)$$

پنج جواب داریم:

k	۰	۱	۲	۳	۴
x	۳	۸	۱۳	۱۸	۲۳
y	۹	۷	۵	۳	۱

(۰/۵)

www-kanoon-ir

۱۰ $۱۵x \overset{۱۹}{\equiv} ۷ \Rightarrow ۱۵x \overset{۱۹}{\equiv} ۴۵ \xrightarrow{(۱۵,۱۹)=۱} x \overset{۱۹}{\equiv} ۳ \Rightarrow x = ۱۹k + ۳ \xrightarrow{k=۵} x = ۹۸$ (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵)

۱۱ الف (۰/۵)

$p = ۷$ اندازه، $q = ۶$ مرتبه

ب (۰/۵)

$$\sum \deg(v_i) = ۲q = ۱۲$$

پ (۰/۵)

$$N_G[c] = \{a, c, d, e\}$$

پاسخ سؤالات ۱۲ تا ۱۵

۱۲ رئوس (۰/۵)

۱۳ طوقه (۰/۵)

۱۴ مجاور (۰/۵)

۱۵ زوج (۰/۵)

۱۶ الف $\{f\}$ (۰/۵)

ب ۴ (۱)

www-kanoon-ir