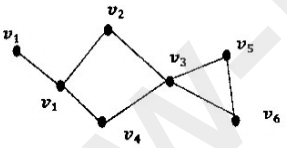
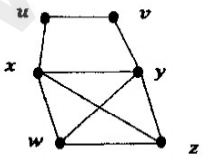
نام و نام خانوادگی:	وزارت آموزش و پرورش اداره کل آموزش و پرورش استان هرمزگان مدیریت آموزش و پرورش شهرستان بندرلنگه دبیرستان متوسطه دوم نمونه دولتی شهید بهشتی آزمون نوبت اول ۱۴۰۴-۱۴۰۵	تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۱ مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه ساعت شروع: ۱۰ صبح تعداد صفحات: ۲ صفحه تعداد سوالات: ۱۴ سوال
نام پدر:		
نام درس: ریاضیات گسسته		
رشته تحصیلی و پایه: دوازدهم ریاضی		
نام دبیر: عبدالله نظامی		

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد اول، عددی مرکب است. ب) اگر از مربع یک عدد فرد یک واحد کم کنیم، یک عدد زوج حاصل می شود. پ) از اینکه $a\|b+c$ همواره می توان نتیجه گرفت که $a\|b$ یا $a\|c$. ت) گراف کامل k_{10} دارای 55 یال است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) در گراف G یالی که از یک راس به خودش متصل می شود را ..... می گویند. ب) مکمل گراف کامل، گراف ..... است. پ) گراف کامل مرتبه 9 دارای ..... یال است. ت) گراف 3-منتظم مرتبه ی 6 دارای اندازه ..... است.	۱
۳	برای هر دو عدد حقیقی a و b ثابت کنید: $a^2+b^2+1 \geq ab+a+b$	۱,۵
۴	گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض آنها را رد کنید. الف) مربع هر عدد فرد، عددی فرد است. ب) برای هر دو عدد حقیقی x و y : $\sqrt{x+y}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$	۱,۲۵
۵	اگر α و β دو عدد گنگ و $\alpha+\beta$ عددی گویا باشد، به کمک برهان خلف ثابت کنید $\alpha+2\beta$ عددی گنگ است.	۱,۵
۶	اگر $a>1$ و $a\|7k+4$ و $a\|2k+3$ مقدار a را بدست آورید.	۱,۵
۷	ثابت کنید اگر $a\|b$ آنگاه $a^n\|b^n$	۱

www-kanoon.ir

۸	اگر $a \equiv b \pmod m$ و $n \mid m$ ثابت کنید: $a \equiv b \pmod n$	۱
۹	باقی مانده تقسیم عدد $A = (2^{42} + 5) \times 9$ را بر 33 بیابید.	۲
۱۰	معادله هم نهشتی زیر را در صورت امکان حل کرده و جواب عمومی آن را بدست آورید. $24a \equiv 15 \pmod 9$	۱,۵
۱۱	اگر اول مهر ماه در یک سال روز یکشنبه باشد، 7اسفند ماه در همان سال چه روزا از هفته است.	۱
۱۲	جواب های عمومی معادله سیاله $21x + 28y = 35$ را بیابید.	۲
۱۳	گراف زیر را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید: الف) مجموعه راس ها و یال های گراف را مشخص کنید. ب) اندازه و مرتبه گراف را بدست آورید. پ) δ و Δ چقدر است؟ ت) $N_{(G)}(v_3)$ و $N_{(G)}[v_1]$ را مشخص کنید. 	۲
۱۴	گراف مقابل را درنظر بگیرید: الف) دو مسیر از u به z بنویسید. ب) دو دور به طول 4 بنویسید. پ) یک مسیر از x به v به طول 2 بنویسید. 	۱,۷۵
	نمره به عدد: نمره به حروف: نام مصحح: محل مهر مدرسه	۲۰

www.kanoon.ir

اوا نیک خواه
رتبه ۴۹ کنکور ۱۴۰۴
دانشجوی هندسی کامپیوتر دانشگاه تهران

۱- الف) نادرست X (مثال نقض $۵=۲+۳$) ب) صحیح ✓ پ) نادرست X (مثال نقض: ۲۱۹ و ۲۱۸)

ت) نادرست X (تعداد یال‌ها $= \frac{n(n-1)}{۲} \xrightarrow{n=۱۰} \frac{۱۰\times۹}{۲} = ۴۵$)

۲- الف) ۵ ب) ۱۵ پ) ۳۶ (نکته: تعداد یال‌های یک گراف کامل با n رأس: $\frac{n(n-1)}{۲}$)

ت) ۹ (نکته: اندازه گراف = همان تعداد یال است.)

۳-

اثبات: $\xrightarrow{\times۲} ۲a^۲+۲b^۲+۲ \geq ۲ab+۲a+۲b$

$\xrightarrow{\text{مرتب‌سازی}} (a^۲+b^۲-۲ab)+(a^۲-۲a+۱)+(b^۲-۲b+۱) \geq ۰$

$\longrightarrow (a-b)^۲+(a-۱)^۲+(b-۱)^۲ \geq ۰$

چون مربع هر عدد، یک عدد نامنفی است، پس حاصل جمع عبارت مربع کامل نیز عددی نامنفی است. ▨

۴- الف) اثبات: "اگر n عددی فرد باشد" می‌توان نوشت: $n=۲K+۱ \quad K\in\mathbb{Z}$

$n^۲=(۲K+۱)^۲=۴K^۲+۴K+۱=۲(\underbrace{۲K^۲+۲K}_{q})+۱=۲q+۱$

↳ به عبارتی فرد، رسیدیم. ▨

ب) مثال نقض: $x=۱$ و $y=۲$: $\sqrt{۳} \neq \sqrt{۱}+\sqrt{۲}$

۵- فرض خلف: $۲\beta+\alpha$ عددی "زوج" است.

طبق صورت سوال: $(\alpha+\beta)$ "زوج"

می‌دانیم حاصل تفریق دو عدد زوج، عددی زوج است:

$(۲\beta+\alpha)-(\alpha+\beta)=\beta$ "زوج" ⁂

به تناقض رسیدیم، پس فرض خلف نادرست است.

۶-

$a \mid ۲K+۳ \xrightarrow{\times۷} a \mid ۱۴K+۲۱$

$a \mid ۷K+۴ \xrightarrow{\times۲} a \mid ۱۴K+۸$

$\Rightarrow a \mid \underbrace{(۱۴K+۲۱)-(۱۴K+۸)}_{۱۳}$

$\Rightarrow a \mid ۱۳ \begin{cases} \rightarrow a=۱ \\ \rightarrow a=۱۳ \checkmark \end{cases}$

www.kanoon.ir

۷- $a|b \longrightarrow b = aq \longrightarrow b^n = a^n q^n \longrightarrow a^n | b^n$ ■

۸- $b \overset{m}{\equiv} a$ طبق تعریف هم‌نهشتی $\xrightarrow{}$ $m|b-a \xrightarrow{n|m} n|b-a \longrightarrow b-a \overset{n}{\equiv} 0 \longrightarrow b \overset{n}{\equiv} a$ ■

۹- $2^5 \underbrace{\equiv}_{\text{به توان ۸}} -1 \xrightarrow{\text{به توان ۸}} 2^{40} \equiv (-1)^8 \longrightarrow 2^{40} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2^2} 2^{42} \equiv 4$

$\xrightarrow{+5} (2^{42}+5) \equiv 9 \xrightarrow{\times 9} 9(2^{42}+5) \equiv 81 - 2(33) \Rightarrow 9(2^{42}+5) \equiv 15$

نکته: اضافه یا کم کردن مضارب مبناء معادله هم‌نهشتی را برهم نمی‌زند

۱۰- $24a \overset{9}{\equiv} 15 \xrightarrow[(3,9)=3]{\div 3} 8a \overset{\frac{9}{3}=3}{\equiv} 5 \longrightarrow 8a \overset{3}{\equiv} 5 \longrightarrow 18a - 99 \overset{3}{\equiv} 5$

$\longrightarrow -a \overset{3}{\equiv} 5 \xrightarrow{\times -1} a \overset{3}{\equiv} -5 \longrightarrow a \overset{3}{\equiv} \underbrace{-5+7}_{2} \longrightarrow \boxed{a = 3K+1}$

۱۱- از ۱ مهر تا ۷ آبان، ۱۵۶ روز فاصله است:

$156 \overset{7}{\equiv} 2 \rightarrow$ 2

یعنی دو روز بعد از شنبه،

پس ۷ آبان، سه‌شنبه است.

(در واقع عدم تقسیم‌پذیری از هم نهشتی به مبنای ۷ است:)

۱۲- $21x + 28y = 35 \xrightarrow{\div 7} 3x + 4y = 5 \xrightarrow{\text{مبنای } 3} 4y \overset{3}{\equiv} 5 \longrightarrow \underbrace{4y - 3y}_{y} \overset{3}{\equiv} 5 - 3$

$y \overset{3}{\equiv} 2$

$\longrightarrow \boxed{y = 3K+2}$

جایگذاری: $3x + (4)(3K+2) = 5 \longrightarrow 3x = -12K - 3 \xrightarrow{\div 3} \boxed{x = -4K - 1}$

۱۳- الف) $T = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{10}\}$

در صورت سوال اشتباها به جای $\sqrt{10}$، دو $\sqrt{1}$ نوشته شده

$E = \{\sqrt{10}\sqrt{1}, \sqrt{1}\sqrt{2}, \sqrt{1}\sqrt{4}, \sqrt{4}\sqrt{3}, \sqrt{2}\sqrt{30}, \sqrt{3}\sqrt{5}, \sqrt{3}\sqrt{24}, \sqrt{5}\sqrt{24}\}$

مدسبز راس: ۷

ب) اندازه‌ی راس: ۸

پ) $\delta = 1$ $\Delta = 4$

ت) $N_{(G)}(\sqrt{3}) = 4$ و $N_{(G)}(\sqrt{1}) = 2$