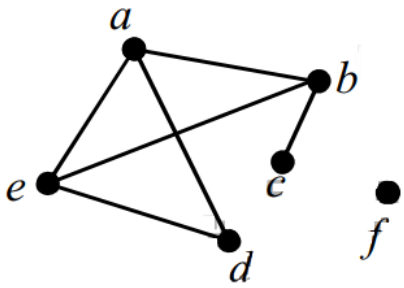
سوالات آزمون **ریاضی گسسته** پایه دوازدهم رشته : **ریاضی**	بسمه تعالی آموزش و پرورش شهرستان تایباد آموزشگاه نمونه دولتی شهید سلیمانی دوره دوم متوسطه نظری امتحانات نوبت اول	تاریخ آزمون : ۱۴۰۴/۱۰/۲
نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: **۸۰ دقیقه**
کلاس :		تعداد صفحه : **۲ صفحه**
شماره صندلی :		نام دبیر : **مصطفی فدائی**

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است – سوالات پاسخنامه دارد .	نمره
۱	**درستی و نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید .** **الف) گراف حاصل از مدل سازی پل کونیگسبرگ یک گراف چند گانه است .** **ب) راس v در گراف G را یک راس تنها می نامیم هرگاه $N_G[v]$ مجموعه ای تهی باشد .**	۰/۵
۲	**جاهای خالی را با کلمه مناسب پر کنید .** **الف) برای تعیین دو رقم سمت راست یک عدد کافی است همنهشتی آن عدد در پیمانه ..... را بررسی کنیم .** **ب) عدد ۴۰۰- به دسته همنهشتی ..... در پیمانه ۱۱ تعلق دارد .**	۱
	سوالات کوتاه پاسخ	
۳	**عبارتهای زیر را با ارائه مثال نقض رد کنید .** **الف) برای هر سه مجموعه A و B و C داریم : $A \cup B = A \cup C \rightarrow B = C$** **ب) اگر $a \mid bc$ آنگاه می توان نتیجه گرفت که a حداقل یکی از دو عدد b و c را عاد می کند .**	۱
	سوالات تشریحی	
۴	**فرض کنید a_1وa_2 وa_3 اعدادی صحیح و b_1و b_2و b_3 همان اعداد ولی به ترتیب دیگری باشند . ثابت کنید $(a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)$ عددی زوج است .**	۱/۵
۵	**برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x و y نشان دهید : $x^3+y^3 \geq x^2y+y^2x$**	۱/۵
۶	**ثابت کنید حاصل ضرب هر چهار عدد طبیعی متوالی بر ۲۴ بخش پذیر است .**	۱/۵
۷	**اگر دو عدد $n+2$ و n^2-1 همواره بر x بخش پذیر باشد و x عددی طبیعی و مخالف یک باشد و $n \in \mathbb{N}$ نشان دهید $x=3$**	۱/۲۵
۸	**اگر a عددی طبیعی باشد ، حاصل $(3a+1)$ و $(7a+4)$ را بدست آورید .**	۱
۹	**اگر باقیمانده تقسیم اعداد m وn بر ۱۳ به ترتیب ۷ و ۵ باشد ، در اینصورت باقیمانده تقسیم عدد $(4m-n)$ بر ۱۳ را بیابید .**	۱/۲۵
۱۰	**باقیمانده تقسیم عدد $A=(1000)^{23} \times 4-1$ بر ۱۱ را بدست آورید .**	۱
۱۱	**اگر در یک سال ۱۹ تیر، پنجشنبه باشد ، دوم دی در همان سال چه روزی از هفته است ؟**	۱
۱۲	**به چند طریق می توان ۸۵ تومان را به سکه های ۱۰ و ۲۵ تومانی تبدیل کرد ؟**	۲
۱۳	**بفرض عدد شش رقمی $\overline{a1608b}$ بر ۹۹ بخش پذیر باشد ، مقادیر a وb را بیابید .**	۱
۱۴	**در گراف کامل K_P با ۲۱ یال :** **الف) مرتبه گراف را بیابید .** **ب) حاصل $2\Delta(K_P)-3\delta(K_P)+P$ را بدست آورید .**	۱/۲۵
۱۵	**در گراف P_8 چند مسیر به طول ۳ وجود دارد ؟**	۱

www.karnoon.ir

سوالات آزمون **ریاضی گسسته** پایه دوازدهم رشته : **ریاضی**	بسمه تعالی آموزش و پرورش شهرستان تایباد آموزشگاه نمونه دولتی شهید سلیمانی دوره دوم متوسطه نظری امتحانات نوبت اول	تاریخ آزمون : ۱۴۰۴/۱۰/۲
نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: **۸۰ دقیقه**
کلاس :		تعداد صفحه : **۲ صفحه**
شماره صندلی :		نام دبیر : **مصطفی فدائی**

۱۶	**چرا گراف $\overline{C_n}$ یک گراف (n-3)- منتظم است ؟**	۱
۱۷	**با توجه به گراف G مطابق شکل زیر به سوالات پاسخ دهید :**  **الف) یک دور به طول ۴ مشخص کنید .** **ب) گراف مکمل چند یال دارد ؟**	۱/۲۵
	جمع نمرات : ۲۰	

www-kanoon-ir

سجاد محمدنژاد - رتبه ۸۶ کنکور سراسری سال ۱۴۰۰ - فارغ التحصیل هندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف

استان ریاضیات گسسته مدرسه نمونه دولتی شهید سلیمانی

۱- الف) درست ب) نادرست

۲- الف) ۱۰۰ ب) ۷

۳- الف) $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1\}$, $C=\{2\}$

ب) $\begin{cases} a=4 \\ b=6 \\ c=2 \end{cases} \longrightarrow 4\,|\,2\times 2 \longrightarrow \begin{matrix} 4\nmid 6 \\ 4\nmid 2 \end{matrix}$

۴- عددی فرد است $\longrightarrow (a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)$: برهان خلف

می دانیم حاصلضرب تعدادی عدد صحیح فرد می شود که تک تک اعداد فرد باشند

پس هر کدام از (a_i-b_i) ها فرد هستند

همچنین می دانیم حاصل جمع سه عدد فرد عددی فرد می شود یعنی داریم:

$$(a_1-b_1)+(a_2-b_2)+(a_3-b_3) = 2k-1$$

$$\Rightarrow (a_1+a_2+a_3)-(b_1+b_2+b_3) = 0 \neq 2k-1$$ خلاف فرض

پس حکم درست است.

۵-

$$x^3+y^3 \geq x^2y+y^2x \iff x^3+y^3-x^2y-y^2x \geq 0 \iff$$

$$x^2(x-y)-y^2(x-y) \geq 0 \iff (x^2-y^2)(x-y) \geq 0 \iff (x-y)^2(x+y) \geq 0$$

بدیهیست ≥ 0 $\quad > 0$

۶- اگر کوچکترین عدد را n بگیریم ۴ عدد متوالی صحیح n ، $n+1$ ، $n+2$ ، $n+3$ خواهند بود که داریم

$$(n+3)(n+2)(n+1)n = \frac{(n+3)!}{(n-1)!}$$

حال برای اثبات بخش پذیری به ۲۴ کافی است عدد فوق را بر $4!$ تقسیم کنیم

$$\frac{(n+3)!}{(n-1)!} \div 4! = \frac{(n+3)!}{(n-1)!\times 4!} = \binom{n+3}{4} \in \mathbb{Z}$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۷- $x \mid n^2-1$ ①

$x \mid n+2 \xrightarrow{\times n} x \mid n^2+2n$ $\xrightarrow{②-①}$ $x \mid 2n+1$ ③

$4x \mid n+2 \xrightarrow{\times 2} x \mid 2n+4$ ④ $\xrightarrow{④-③}$ $x \mid 3$

$\Rightarrow x = \begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases}$ ✓ ، ✗

۸- $d \mid 7a+4 \xrightarrow{\times 3} d \mid 21a+12$

$d \mid 5a+1 \xrightarrow{\times 7} d \mid 21a+7$

$\Rightarrow d \mid 5$ که یکبیش $\Rightarrow d = 1$ یا 5

۹- $m \overset{13}{\equiv} 7 \xrightarrow{\times 4} 4m \overset{13}{\equiv} 28$

$n \overset{13}{\equiv} 5 \longrightarrow n \overset{13}{\equiv} 5$

$\Rightarrow 4m-n \overset{13}{\equiv} 23 \overset{13}{\equiv} 10$

۱۰- $(1000)^{23} \times 4 - 1 \overset{11}{\equiv} ?$

$1000 \overset{11}{\equiv} -1 \xrightarrow{\uparrow 23} (1000)^{23} \overset{11}{\equiv} (-1)^{23} \overset{11}{\equiv} -1$

$(1000)^{23} \times 4 - 1 \overset{11}{\equiv} -1 \times 4 - 1 \overset{11}{\equiv} -5 \overset{11}{\equiv} 6$

۱۱- فاصله ۲ تاریخ ۱۹ تیر تا ۲ دی، ۱۷۲ روز، یافته و پس باقیمانده آنها بر ۷ می‌شود

$172 \overset{7}{\equiv} 5$

$12 + 2 \times 31 + 3 \times 30 + 2 = 172$

دی آبان مرداد و سپتامبر باقیمانده

پس کافی است ۵ روز از پنج شنبه جلو برویم که جمعه می‌شود صد شنبه

۱۲- $10x + 25y = 85 \xrightarrow{\div 5} 2x + 5y = 17 \longrightarrow 5y \overset{2}{\equiv} 17 \overset{2}{\equiv} 15 \xrightarrow[(2,5)=1]{\div 5} y \overset{2}{\equiv} 3$

$y = 2k+3 \mid k \geq -1 \longrightarrow y \geq 1$

$2x + 5(2k+3) = 17 \longrightarrow 2x + 10k + 15 = 17 \longrightarrow 2x = -10k + 2$

$x = -5k + 1 \quad k \leq 0$

k	-1	0
x	6	1
y	1	3

$k \leq 0 \longrightarrow$ ۲ طریق

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۳-

$\overline{a14.8b} \equiv_{99} 0 \longrightarrow \begin{cases} a14.8b \equiv_9 0 \\ a14.8b \equiv_{11} 0 \end{cases}$

$\overline{a14.8b} \equiv_9 0 \quad a+b+15 \equiv_9 0 \longrightarrow a+b \equiv_9 -15 \equiv_9 3$

$\overline{a14.8b} \equiv_{11} 0 \quad b-a-13 \equiv_{11} 0 \longrightarrow b-a \equiv_{11} 13 \equiv_{11} 4$

۱۴- الف) $\binom{p}{2} = 21 \longrightarrow \frac{p(p-1)}{2} = 21 \longrightarrow p(p-1) = 42$

$p^2 - p - 42 = 0 \longrightarrow (p-7)(p+6) = 0 \longrightarrow p = 7$ ✓

ب) در درخت های کامل kp داریم $\Delta_{kp} = S_{kp} = p-1$

$2(p-1) - 3(p-1) + p = 2p - 2 - 3p + 3 + p = 1$

۱۵- ابتدا مدرسه انتخاب می‌کنیم تا سیب‌ها را بین آنها تقسیم کنیم

می‌دانیم سیب ۲ مدل ۳ تا ۴ تایی نیاز دارد که با مدرسه ابتدا دو انتهای را مشخص کردیم

حال از بین ۶ دانش‌آموز باقیمانده ۲ دانش‌آموز دیگر نیاز داریم تا انتخاب کنیم و آنها را بین دو دانش‌آموز ابتدایی بچینیم

پس داریم $\binom{6}{2} \times \binom{4}{2} \times 2! = 15 \times 6 \times 2 = 180$

۱۶- گراف‌های C_n گراف‌های ۲-منتظم مرتبه n هستند و با توجه به مفهوم درجات در گراف‌ها می‌دانیم

$deg_{C_n}(a) + deg_{\bar{C}_n}(a) = n-1 \Rightarrow 2 + deg_{\bar{C}_n}(a) = n-1$

$\Rightarrow deg_{\bar{C}_n}(a) = n-3$

۱۷- الف) adeba

ب) $q_G + q_{\bar{G}} = \binom{6}{2} \Rightarrow 6 + q_{\bar{G}} = \binom{6}{2} = 15 \Rightarrow q_{\bar{G}} = 9$

Scanned with CamScanner