درخت تو گر بار دانش بگیرد به زیر آوری چرخ نیلوفری را

نمونه سوالات امتحانی دی ماه

آیا با بسته جهش کانون آشنا هستید؟

یکی از ابتکارات امسال کانون فرهنگی آموزش(قلم چی) بسته جهش می‌باشد که در ۳ حوزه ، فرایند آموزش شما را تکمیل خواهد کرد و باعث پیشرفت نمرات شما در مدرسه میشود.



✓ **آزمون های تشریحی کانون از دوم دبستان تا دوازدهم: با هدف تمرین بیشتر و بهبود نمرات در مدرسه و امتحانات نیمسال اول و دوم**



✓ **فیلم های آموزشی آفلاین پیشرفت: تدریس توسط مجرب ترین دبیران پرمخاطب کشور، منطبق بر برنامه آموزش و پرورش و کتاب درسی با هدف پیشرفت در مدرسه**



✓ **نرم افزار پلکان یادگیری: شامل آزمون‌های تستی و تشریحی در سطوح مقدماتی و پیشرفته، با امکان ساخت آزمون در هر سطح دشواری**



kanoonBook.ir

برای دریافت جایزه ویژه از کانون بوک و یا آشنایی بیشتر با بسته جهش کانون، عدد ۳۳ را به سر شماره ۹۰۰۰۸۴۵۱ ارسال کنید.

www.kanoon.ir

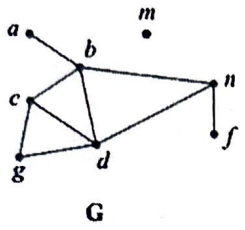
نام و نام خانوادگی :	باسمه تعالی	شماره صندلی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۲
نام درس : گسسته	اداره کل آموزش وپرورش استان البرز		ساعت امتحان : ۸:۳۰ صبح
نوبت و سال تحصیلی : اول- ۱۴۰۵-۱۴۰۴	مدیریت آموزش وپرورش ناحیه۳ کرج	جای مهرآموزشگاه	وقت امتحان : ۷۵ دقیقه
پایه : دوازدهم ریاضی	دبیرستان غیردولتی پژوهندگان علم (متوسطه دوم)		تعداد صفحه:۳ صفحه : ۱
نمره به عدد : نمره به حروف :	نام دبیر : استاد علالی نسب امضاء	نمره تجدید نظر به عدد و حروف :	امضاء

① درستی یا نادرستی گزاره زیر را تعیین کنید. (۰/۵)

در هر گراف کامل تمام یالها با هم مجاور هستند.

② با توجه به گراف G: (۰/۵)

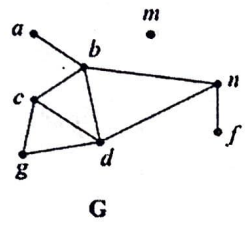
مقدارهای (ΔG) و (δG) را مشخص کنید.



G

③ با توجه به گراف G: (۰/۵)

مجموعه $N_G[d]$ را با نوشتن اعضا، مشخص کنید.



G

④ در هر گراف از مرتبه فرد ثابت کنید تعداد رأس‌های زوج عددی فرد است. (۰/۷۵)

⑤ اگر G یک گراف ۳- منتظم از مرتبه ۶ باشد مقدار $q(\bar{G})$ را محاسبه نمایید. (۰/۵)

⑥ با حذف ۴۲ یال از یک گراف کامل به گراف ۴- منتظم از همان مرتبه می‌رسیم.

گراف کامل چند منتظم است؟ (۰/۲۵)

⑦ مقدار یال‌های یک گراف کامل، چهار تا بیشتر از سه برابر مرتبه گراف است. (۰/۲۵)

این گراف چند منتظم است؟

⑧ آیا می‌توان گرافی ۳- منتظم از مرتبه ۹ رسم کرد؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید. (۰/۵)

⑨ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. (۰/۲۵)

تعداد رئوس فرد هر گراف عددی ..... است.

⑩ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. (۰/۲۵)

مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه p برابر ..... است.

www.kanoon.ir

(۱۱) جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید(۰/۲۵)

گرافی را که درجهٔ تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد، گرافِ ..... می‌گوییم.

(۱۲) به گراف ۸ رأسی ۳- منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل) (۰/۷۵)

(۱۳) برای هر عدد طبیعی n، ثابت کنید $n^۲ - ۷n + ۳$ عددی فرد است. (۰/۵)

(۱۴) درستی یا نادرسی عبارت زیر را مشخص کنید.(۰/۲۵)

$[(۳m+۱\ ,\ ۳m+۲)\ ,\ m^۲] = m^۲$

(۱۵) اگر a عددی طبیعی و دو عدد $۶m+۵$ و $m^۲ - m + ۱$ بر a بخش‌پذیر باشد، a را به دست آورید.(۰/۷۵)

(۱۶) ثابت کنید مجموع مربعات هر دو عدد حقیقی همواره از قرینه حاصلضرب آنها کمتر نیست.(۰/۵)

(۱۷) در هر یک از موارد زیر، گزاره درست را اثبات و گزاره نادرست را با ارائه مثال نقض ، رد کنید.(۰/۵)

الف) با اضافه کردن یک واحد به حاصلضرب دو عدد زوج متوالی ، حاصل، مربع کامل است.

ب) حاصل ضرب هر عدد گویا در عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.

(۱۸) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.(۰/۲۵)

$[(۷۲\ ,\ ۶۰)\ ,\ ۸۴] =$ .....

(۱۹) درستی گزاره‌ی زیر را ثابت کنید(۰/۷۵)

اگر $P > ۳$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $P = ۶k+۱$ یا $P = ۶k+۵$ است $(k \in \mathbb{Z})$.

(۲۰) به کمک شرط بَخش پذیری بر ۱۱، استدلال کنید که آیا عدد ۷۶۵۹۴۲۱ بر ۱۱ بخش پذیر است یا نه. (۰/۵)

(۲۱) اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد به‌طوری که $۷ \mid ۲k+۱$ ، ثابت کنید: (۰/۷۵)

$۴۹ \mid ۴k^۲ - ۱۰k - ۶$

(۲۲) باقی مانده تقسیم عدد $۲۰۰! + ... + ۵! + ۴! + ۳! + ۲! + ۱!$ را بر ۵ بدست آورید.(! نماد فاکتوریل می‌باشد) (۰/۵)

(۲۳) اگر باقیمانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۶ و ۷ به ترتیب ۳ و ۵ باشد، باقیمانده تقسیم عدد a را بر ۴۲ بیابید.(۰/۵)

(۲۴) اگر عددی مانند k در Z باشد، به طوری که $۵ \mid ۴k+۱$ ، ثابت کنید $۲۵ \mid ۱۶k^۲ + ۲۸k + ۶$ (۰/۵)

www-kanoon-ir

۲۵) اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha+\beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha-\beta$ گنگ است. (۱)

۲۶) اگر n عدد صحیح و $d=(n^{۲}-۴n, ۵n+۶)$ عددی اول باشد، آنگاه بزرگ‌ترین مقدار d کدام است؟ (۱/۵)

۲۷) اگر a عددی طبیعی باشد، حاصل عبارت $[(۴a^{۴}, ۲a^{۳}), a^{۲}]$ کدام است؟ (۱/۵)

۲۸) اگر دو عدد $(۳a-۵)$ و $(۴a-۷)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(۹a+۶)$ را به‌دست آورید. (۱)

۲۹) اگر معادله‌ی $۲۷x+۶۳y=۵a+۱$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح دارای جواب باشد، چند عدد طبیعی دو رقمی به جای a می‌توان قرار داد؟ (۱/۵)

۳۰) به چند طریق می‌توان با ۳۷۰۰ ریال تمبرهای ۱۵۰ و ۲۵۰ ریالی خرید؟ (۲)

www-kanoon-ir

۱) خادرست ۲) $\delta G=0$ و $\Delta G=۴$ ۳) $N_G[d]=\{d,n,b,c,g\}$

۴) درهر گراف می دانیم تعداد رأس های فرد زوج است بنابراین درگراف مرتبه فرد باید تعداد رأس زوج عددی فرد باشد.

عددی فرد = عددی زوج - عدد فرد

تعداد رئوس زوج = تعداد رئوس فرد - تعداد رئوس

۵) $۲۹=P۲ \leftarrow q(G)=\frac{P۲}{۲}=\frac{۶\times۳}{۲}=۹$

$q(G)+q(\bar{G})=۱۵ \rightarrow ۹+q(\bar{G})=۱۵ \rightarrow q(\bar{G})=۶$

تعداد یال های گراف کامل از مرتبه ۶ برابر $\binom{۶}{۲}=۱۵$ است.

۶) تعداد یال های گراف کامل از مرتبه n برابر $\frac{n(n-۱)}{۲}=\binom{n}{۲}$ است. تعداد یال های گراف ۴-منتظم از مرتبه n برابر $۲۹=P۲$

$\leftarrow ۹=\frac{۴n}{۲}=۲n \leftarrow$

$\frac{n^۲-n}{۲}-۴۲=۲n \rightarrow n^۲-۵n-۱۸۴=۰ \rightarrow (n+۷)(n-۱۲)=۰ \rightarrow \boxed{n=۱۲}$ $\quad n=-۷$ ✗

مرتبه گراف ۱۲ است بنابراین گراف کامل آن ۱۱ منتظم است.

۷) $\frac{n(n-۱)}{۲}=۳n۹۴ \longrightarrow n^۲-۷n-۸=۰ \rightarrow (n+۱)(n-۸)=۰ \rightarrow n=۸$

بنابراین گراف ۷ منتظم است.

۸) خیر چون $۲۹=P۲ \leftarrow q=\frac{P۲}{۲}=\frac{۹\times۳}{۲}=\frac{۲۷}{۲}$ یعنی تعداد یال های آن ۱۳/۵ است که چنین چیزی امکان ندارد.

۹) زوج ۱۰) $(P-۱)$ ۱۱) ۴ منتظم

۱۲) $\frac{P(P-۱)}{۲}=\frac{P۲}{۲}+X \leftarrow \frac{۸\times۷}{۲}=\frac{۸\times۳}{۲}+X \longrightarrow ۲۸=۱۲+X \rightarrow X=۱۶$

۱۶ یال باید اضافه کنیم.

۱۳) $n=۲K \rightarrow$ اگر زوج باشد $\quad ۲K(۲K-۷)+۳+۱ \leftarrow (۲K)^۲+۷(۲K)+۳$

$\rightarrow ۲(۴K^۲-۷K+۱)+۱ \rightarrow ۲۹+۱$ عددی فرد.

$n=۲K+۱ \rightarrow$ اگر عدد فرد باشد $\quad (۲K+۱)^۲-۷(۲K+۱)+۳=۴K^۲+۴K+۱-۱۴K-۷+۳$

عدد فرد $۲۹-۱ \Leftarrow ۲(۲K^۲-۵K-۱)-۱ \quad ۴K^۲-۱۰K-۳=۴K^۲-۱۰K-۲-۱$

۱۴) درست

۱۵) $a \mid m^2 - m + 1 \xrightarrow{\times -4} a \mid -4m^2 + 4m - 4$
$a \mid 4m + 5 \xrightarrow{\times m} a \mid 4m^2 + 5m$
$\xrightarrow{+} a \mid 11m - 4 \xrightarrow{\times 4} a \mid 44m - 36$
$a \mid 4m + 5 \xrightarrow{\times -11} a \mid -44m - 55$
$\xrightarrow{+} a \mid -91$

$a = 91$

۱۶) $a^2 + b^2 \geq -ab \xleftrightarrow{\times 2} 2a^2 + 2b^2 \geq -2ab \xleftrightarrow{} 2a^2 + 2b^2 + 2ab \geq 0 \xleftrightarrow{} a^2 + b^2 + a^2 + b^2 + 2ab \geq 0$

$\xleftrightarrow{} a^2 + b^2 + (a+b)^2 \geq 0$. این رابطه همواره برقرار است.

۱۷) الف) درست بنابراین همواره مربع کامل است. $(29)(49+2)+1 = 49^2 + 49 + 1 = (49+1)^2$

ب) نادرست $0 \times \sqrt{2} = 0$

۱۸) ۱۴

۱۹) هر عدد صحیح را می‌توان به یکی از شش صورت زیر نوشت:
$6K, 6K+1, 6K+2, 6K+3, 6K+4, 6K+5$

مربع هر عدد صحیح به صورت $6K$ یا $6K+1$ خواهد بود.

$6K+2 = 2(3K+1) = 29$ مربع ۲ بخش‌پذیر اول نیست

$6K+3 = 3(2K+1) = 29$ مربع ۳ بخش‌پذیر اول نیست

$6K+4 = 2(3K+2) = 29$ مربع ۲ بخش‌پذیر اول نیست

بنابراین هیچ عدد اولی نمی‌تواند در ۴ حالت بالا باشد بنابراین به صورت $6K+1$ خواهد بود.

۲۰) $V\,4\,5\,9\,1\,4\,2\,1 \equiv V - 4 + 5 - 9 + 1 - 4 + 2 - 1 \equiv -8 \equiv 6 \pmod{11}$

با جمع اعداد آن بر ۱۱ برابر ۶ خواهد بود و بر ۱۱ بخش‌پذیر نیست.

۲۱) $V \mid 2K+1 \longrightarrow 29 \mid (2K+1)^2 \longrightarrow 29 \mid 4K^2 + 4K + 1$
$\longrightarrow 29 \mid 4K^2 + 4K + 1$
$V \mid 2K+1 \xrightarrow{\times 7} 29 \mid 14K + 7 \longrightarrow 29 \mid 4K^2 - 10K - 6$

۲۲) $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \underbrace{\ldots + 200!}_{0} \overset{15}{\equiv} 1 + 2 + 6 + 24 \overset{15}{\equiv} 33 \overset{15}{\equiv} 3$

۲۳) $a^9 \equiv 3 \rightarrow a \overset{6}{\equiv} 3^{(6 \times 5)} \overset{6}{\equiv} 3^4$
$a^7 \equiv 5 \rightarrow a \overset{7}{\equiv} 5^{(7 \times 4)} \overset{7}{\equiv} 3^4$
$\Longrightarrow a \overset{42}{\equiv} 3^4$

۲۴) $5 \mid 2K+1 \xrightarrow{\text{توان } 2} 25 \mid (2K+1)^2 \rightarrow 25 \mid 4K^2 + 4K + 1 \rightarrow 25 \mid 196K^2 + 28K + 1$
$\Longrightarrow 25 \mid 196K^2 + 28K + 1$
$5 \mid 2K+1 \xrightarrow{\times 5} 25 \mid 10K + 5$

۲۵) فرض می‌کنیم $\alpha - \beta$ نیز گویا است. پس حاصل جمع ۲ عدد گویا باید عددی گویا باشد.
$(\alpha - \beta) + (\alpha + \beta) = 2\alpha$
و چون α عددی گنگ است حتما 2α نیز عددی گنگ است و این تناقض است پس فرض اشتباه بوده و $\alpha - \beta$ عددی گنگ است.

www.karnoon.ir

۲۶) $d \mid 4n^2-4 \xrightarrow{\times -5} d \mid -5n^2+20 \xrightarrow{\oplus} d \mid 4n+20 \xrightarrow{\times 5} d \mid 20n+100 \xrightarrow{\oplus} d \mid 4$

$d \mid 5n-4 \xrightarrow{\times n} d \mid 5n^2+4n \qquad d \mid 5n+4 \xrightarrow{\times -4} d \mid -20n-16$

$4^2 = 16 \rightarrow$ تنها عدد اول که ۱۶ را عاد می کند عدد ۲ است

۲۷) $[(2a^4, 2a^3), a^2] = [2a^3, a^2] = 2a^3$

۲۸) $2a-7 \overset{10}{\equiv} 3a-5 \rightarrow a \overset{10}{\equiv} 2 \xrightarrow{\times 9} 9a \overset{10}{\equiv} 18-10 \overset{10}{\equiv} 8 \xrightarrow{+4} 9a+4 \overset{10}{\equiv} 12$

$9a+4 \overset{10}{\equiv} 4$

رقم یکان آن ۴ است.

۲۹) $(27,43) \mid 5a+1 \rightarrow 9 \mid 5a+1 \rightarrow 5a+1 \overset{9}{\equiv} 0 \rightarrow 5a \overset{9}{\equiv} -1 \rightarrow 5a \overset{9}{\equiv} 35$

$a \overset{\frac{9}{(5,9)}}{\equiv} 7 \rightarrow a \overset{9}{\equiv} 7 \rightarrow a = 9q+7 \rightarrow \quad 10 < 9q+7 < 100$

$3 < 9q < 93 \rightarrow \frac{3}{9} < q < \frac{93}{9} \rightarrow 0/\sim < q < 10/\sim \quad q = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$

a می تواند ۱۰ مقدار مختلف داشته باشد

۳۰) $150x+250y = 3700 \rightarrow 3x+5y = 74 \rightarrow 3x \overset{5}{\equiv} 74 \rightarrow 3x \overset{5}{\equiv} 4$

$\rightarrow 3x \overset{5}{\equiv} 9 \rightarrow x \overset{\frac{5}{(5,3)}}{\equiv} 3 \rightarrow x \overset{5}{\equiv} 3 \rightarrow x = 5q+3 \geq 0 \rightarrow q \geq 0 - \frac{3}{5}$

$3(5q+3)+5y = 74 \rightarrow 5y = -15q+65 \rightarrow y = -3q+13 \geq 0 \rightarrow q \leq \frac{13}{3}$

$q = 0,1,2,3,4$

۵ حالت