نام و نام خانوادگی:	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ امتحانات **نیمسال اول** سال تحصیلی **۱۴۰۵-۱۴۰۴** www.sarayedanesh.com 021-2936	نام درس: گسسته نام دبیر: آقای احمدی تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/ ۰۴ ساعت امتحان: ۸ : ۰۰ صبح/ عصر مدت امتحان : ۹۰ دقیقه
مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی		
نام پدر:		
شماره داوطلب:		
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه		

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف: هر گراف زیر گراف خودش است. ب: دوری به طول صفر دوری شامل یک راس است. ج: مکمل هر گراف منتظم گرافی منتظم است. د: گرافی که جهت دار نباشد را ساده گوییم.	۲
۲	گزاره زیر رابه روش بازگشتی اثبات کنید. $x^2+y^2+1 \geq xy+x+y$	۱,۲۵
۳	ثابت کنید اگر $a\|b$ آنگاه $a^n\|b^n$.	۱
۴	اگر k عددی صحیح باشد و $5\|4k+1$ در اینصورت باقیمانده تقسیم عدد $16k^2+28k+6$ را بر عدد 25 بیابید.	۱,۲۵
۵	اگر a و b دو عدد طبیعی بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین a و $ab+1$ را بدست آورید.	۱
۶	باقیمانده تقسیم عدد 7^{35} بر ۴۳ را بیابید.	۱,۵
۷	معادله همنشتی زیر را در صورت امکان حل کرده و جواب عمومی آن را بدست آورید. $24a \equiv 15$ (پیمانه 9)	۱,۵
۸	معدله سیاله خطی $11x+9y=1000$ را حل کنید.	۱,۵
۹	اگر دو عدد $3a-5$ و $4a-7$ رقم یکان برابر داشته باشند رقم یکان عدد $9a+6$ را بدست آورید.	۱,۵

www.kanoon.ir

۱۰	در گرافی با ۱۴ یال، دو راس با درجه ۴، سه راس با درجه ۳ و چهار راس با درجه ۲ وجود دارد، اگر درجه سایر راس ها ۱ باشد مرتبه گراف را بدست آورید.	۱,۲۵
۱۱	در گراف ۳-منتظم از مرتبه p و اندازه q، تساوی $3q = 4(p+1)$ برقرار است، حاصل $p+q$ چند است؟	۱,۵
۱۲	در یک گراف کامل تعداد یال ها برابر ۶۶ است، در این گراف ماکزیمم درجه هر راس را بدست آورید.	۱
۱۳	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، ۱۲ بهمن همان سال چه روزی است ؟	۰,۷۵
۱۴	با ۵۰۰۰۰ تومان چند دفتر ۳۰۰۰ تومانی و چند دفتر ۵۰۰۰ تومانی میتوان خرید ؟	۲
۱۵	در گراف G درجه راس v برابر ۹ می باشد و درجه راس v در گراف مکمل آن ($\bar{G}$) برابر ۱۲ است مرتبه گراف G را مشخص کنید.	۱
صفحه‌ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره

www-kanoon-ir

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ
کلید سؤالات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴
021-2936

نام درس: گسسته
نام دبیر: آقای احمدی
تاریخ امتحان: ۰۴ / ۱۴۰۴/۱۰
ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف: درست---ب: نادرست---ج: درست---د: نادرست.	
۲	$x^۲+y^۲+۱\geq xy+x+y \Leftrightarrow ۲(x^۲+y^۲+۱)\geq ۲(xy+x+y)$ $\Leftrightarrow ۲x^۲+۲y^۲+۲\geq ۲xy+۲x+۲y$ $\Leftrightarrow (x^۲-۲x+۱)+(y^۲-۲y+۱)+(x^۲+y^۲-۲xy)\geq ۰$ $\Leftrightarrow (x-۱)^۲+(y-۱)^۲+(x-y)^۲\geq ۰$	
۳	$a\mid b\Rightarrow b=aq \Rightarrow b^n=a^n q^n \xrightarrow{q^n=q'} b^n=a^n q' \Rightarrow a^n \mid b^n$	
۴	$\begin{cases}۵\mid ۴k+۱ \xrightarrow{\times ۵} ۲۵\mid ۲۰k+۵\\ ۵\mid ۴k+۱ \rightarrow ۲۵\mid (۴k+۱)^۲ \rightarrow ۲۵\mid ۱۶k^۲+۸k+۱\end{cases}$ $\begin{cases}۲۵\mid ۱۶k^۲+۸k+۱\\ ۲۵\mid ۲۰k+۵\end{cases} \rightarrow ۲۵\mid ۱۶k^۲+۲۵k+۶$	
۵	$(a,ab+۱)=(a,ab+۱-ab)=(a,۱)=۱$	
۶	$۷^۲\overset{۴۳}{\equiv}۶ \xrightarrow{\times ۷} ۷^۳\overset{۴۳}{\equiv}۴۲\overset{۴۳}{\equiv}-۱$ $۷^{۳۳}\overset{۴۳}{\equiv}-۱ \rightarrow ۷^{۳۵}\overset{۴۳}{\equiv}-۴۹\overset{۴۳}{\equiv}-۶\overset{۴۳}{\equiv}۳۷$	
۷	$۲۴a\overset{۹}{\equiv}۱۵+۹ \Rightarrow ۲۴a\overset{۹}{\equiv}۲۴ \xrightarrow[(۹,۲۴)=۳]{\div ۲۴} a\overset{\frac{۹}{۳}}{\equiv}۱ \Rightarrow a\overset{۳}{\equiv}۱$ $۳\mid a-۱ \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} a-۱=۳k \Rightarrow a=۳k+۱$	
۸	$۱۱x+۹y=۱۰۰۰ \rightarrow ۱۱x\overset{۹}{\equiv}۱۰۰۰ \xrightarrow{۱۰۰۰\overset{۹}{\equiv}۱} ۱۱x\overset{۹}{\equiv}۱ \rightarrow ۱۱x\overset{۹}{\equiv}۱+۶\times ۹$ $\rightarrow ۱۱x\overset{۹}{\equiv}۵۵ \xrightarrow{(۹,۱۱)=۱} x\overset{۹}{\equiv}۵ \rightarrow x=۹k+۵ \quad , y=-۱۱k+۱۰۵$	
۹	$۴a-۷\overset{۱۰}{\equiv}۳a-۵ \Rightarrow ۴a-۳a\overset{۱۰}{\equiv}۷-۵ \Rightarrow a\overset{۱۰}{\equiv}۲ \xrightarrow{\times ۹} ۹a\overset{۱۰}{\equiv}۱۸\overset{۱۰}{\equiv}۸ \xrightarrow{+۶} ۹a+۶\overset{۱۰}{\equiv}۱۴\overset{۱۰}{\equiv}۴$	

www.kanoon.ir

۱۰	$۲q = ۴+۴+۳+۳+۳+۲+۲+۲+۲+\underbrace{۱+\ldots+۱}_{x} = ۲\times ۱۴$ $\Rightarrow ۲۵ + x\times ۱ = ۲۸ \Rightarrow x = ۳$ (۰/۲۵) $p = ۲+۳+۴+۳ = ۱۲$ (۰/۲۰)
۱۱	$p\times ۳ = ۲q \Rightarrow q = \frac{۳p}{۲}(*)$ (۰/۲۵) $۳q = ۴(p+۱) \xrightarrow{*} ۳\left(\frac{۳p}{۲}\right) = ۴p+۴ \Rightarrow \frac{۹p}{۲} - ۴p = ۴$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{۱}{۲}p = ۴ \Rightarrow p = ۸ \xrightarrow{*} q = \frac{۳\times ۸}{۲} = ۱۲ \Rightarrow p+q = ۲۰$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۱۲	$q = \binom{p}{۲} \rightarrow ۶۶ = \binom{p}{۲} \Rightarrow ۶۶ = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow p(p-۱) = ۱۳۲$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow p = ۱۲ \Rightarrow \Delta = \delta = ۱۲-۱ = ۱۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۱۳	$۲۹+۳\times ۳۰+۱۲ = ۱۳۱$ (۰/۲۵) $\quad ۱۳۱ \overset{۷}{\equiv} ۵$ (۰/۲۵) پنجشنبه است (۰/۲۵) ش ۰ ; ی ۱ ; د ۲ ; س ۳ ; چ ۴ ; پ ۵ ; ج ۶
۱۴	$۳۰۰۰x + ۵۰۰۰y = ۵۰۰۰۰ \rightarrow ۳x + ۵y = ۵۰$ (۰/۲۵) $۳x \overset{۵}{\equiv} ۵۰ \rightarrow ۳x \overset{۵}{\equiv} ۵۰ - ۱۰\times ۵ \overset{۵}{\equiv} ۰$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = ۵k$ (۰/۲۵) $۳(۵k) + ۵y = ۵۰ \rightarrow y = ۱۰ - ۳k$ (۰/۲۵) $\quad k = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ y = ۱۰ \end{cases}$ (۰/۲۵) $k = ۳ \rightarrow \begin{cases} x = ۱۵ \\ y = ۱ \end{cases}$ (۰/۲۵) $\quad k = ۱ \rightarrow \begin{cases} x = ۵ \\ y = ۷ \end{cases}$ (۰/۲۵) $\quad k = ۲ \rightarrow \begin{cases} x = ۱۰ \\ y = ۴ \end{cases}$ (۰/۲۵)
۱۵	$deg_G^{(v)} + deg_{\bar{G}}^{(v)} = P-۱ \Rightarrow ۹+۱۲ = P-۱ \Rightarrow P = ۲۲$

جمع بارم : ۲۰ نمره	نام و نام خانوادگی مصحح :	امضاء: