درخت تو گر بار دانش بگیرد به زیر آوری چرخ نیلوفری را

نمونه سوالات امتحانی دی ماه

آیا با بسته جهش کانون آشنا هستید؟

یکی از ابتکارات امسال کانون فرهنگی آموزش(قلم چی) بسته جهش می‌باشد که در ۳ حوزه ، فرایند آموزش شما را تکمیل خواهد کرد و باعث پیشرفت نمرات شما در مدرسه میشود.



✓ **آزمون های تشریحی کانون از دوم دبستان تا دوازدهم: با هدف تمرین بیشتر و بهبود نمرات در مدرسه و امتحانات نیمسال اول و دوم**



✓ **فیلم های آموزشی آفلاین پیشرفت: تدریس توسط مجرب ترین دبیران پرمخاطب کشور، منطبق بر برنامه آموزش و پرورش و کتاب درسی با هدف پیشرفت در مدرسه**



✓ **نرم افزار پلکان یادگیری: شامل آزمون‌های تستی و تشریحی در سطوح مقدماتی و پیشرفته، با امکان ساخت آزمون در هر سطح دشواری**



kanoonBook.ir

برای دریافت جایزه ویژه از کانون بوک و یا آشنایی بیشتر با بسته جهش کانون، عدد ۳۳ را به سر شماره ۹۰۰۰۸۴۵۱ ارسال کنید.

www.kanoon.ir

نام : نام خانوادگی : نام آموزشگاه : **یاس**	**آموزش و پرورش شهرستان لاهیجان** شعبه کلاس : نوبت : **اول سال تحصیلی ۱۴۰۵ـ ۱۴۰۴**	امتحان درس : **گسسته** مدت امتحان : **۸۰ دقیقه** امتحان : **۱۴۰۴/۱۰ /۰۸**	پایه : **دوازدهم** تعداد صفحات : نام دبیر:

۱ به ازای هر دو عدد حقیقی x و y ثابت کنید. ۱/۵ نمره

$$x^۲ + y^۲ + ۱ \geq xy + x + y$$

۲ ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n، عبارت $n^۲ - ۹n + ۱$ همواره عددی فرد است. ۱/۵ نمره

۳ اگر $a \neq ۰$ عددی صحیح و دو عدد $(۷m + ۶)$ و $(۶m + ۵)$ بر a بخش‌پذیر باشند، ثابت کنید $a = \pm ۱$. ۱/۵ نمره

۴ اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $b|a + ۲$، در این صورت باقیماندهٔ تقسیم عدد $a^۲ + b^۲ + ۳$ بر ۸ را بیابید. ۱/۵ نمره

۵ اگر اول مهرماه در یک سال روز یکشنبه باشد، ۷ اسفندماه در همان سال چه روزی از هفته است؟ ۱/۵ نمره

۶ باقیماندهٔ تقسیم عدد $A = ۱! + ۲! + ۳! + \ldots + ۵۰۰!$ را بر ۱۰ به دست آورید. (رقم یکان A را بیابید.) ۱/۵ نمره

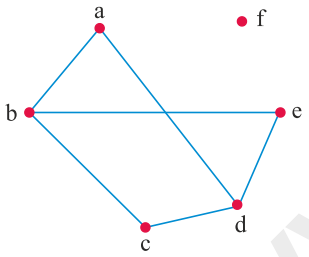
۷ باقیماندهٔ تقسیم عدد $A = (۱۰۰۰)^{۱۳} \times ۱۲ + ۱۰$ را بر ۷ بیابید. ۱/۵ نمره

۸ معادلهٔ $۹x - ۱ \overset{۱۳}{\equiv} ۲x + ۱$ را حل کنید و تعداد جواب‌های دورقمی طبیعی آن را به دست آورید. ۱/۵ نمره

۹ به چند طریق می‌توان یک کیسهٔ ۲۳ کیلویی را با وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد؟ ۱/۵ نمره

۱۰ اگر $۱۱x + ۱۹y = ۲۳$، حداقل مقدار طبیعی $x + y$ را به دست آورید. ۱/۵ نمره

۱۱ گراف رسم شده G را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید. ۱نمره



الف) $\deg_{\overline{G}}(a)$

ب) $\deg_G(f) + \deg_{\overline{G}}(f)$

پ) یک مسیر به طول ۴ از a به e بنویسید.

ت) یک دور به طول ۴ با شروع از رأس e بنویسید.

به سؤالات زیر پاسخ دهید.

www-kanoon-ir

انمره

انمره

انمره

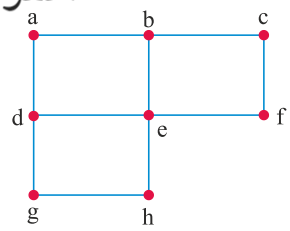
انمره

۱۲ گراف همبند را تعریف کنید.

۱۳ گرافی $۳-$ منتظم و ناهمبند از مرتبه ۸ رسم کنید.

۱۴ گراف کامل K_p دارای ۲۱ یال است. در این گراف Δ و δ را به‌دست آورید.(با راه حل)

۱۵ گراف G به‌صورت زیر رسم شده است. باتوجه‌به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف مرتبه و اندازه گراف را تعیین کنید.

ب بیشترین درجه (Δ) و کمترین درجه (δ) رئوس گراف را به‌دست آورید.

پ مجموعه $N_G(d)$ را بنویسید.

ت درجه رأس b را بنویسید.

www-kanoon-ir

نام : نام خانوادگی : نام آموزشگاه : **یاس**	**آموزش و پرورش شهرستان لاهیجان** شعبه کلاس : نوبت : **اول سال تحصیلی ۱۴۰۵ـ۱۴۰۴**	امتحان درس : **گسسته** مدت امتحان : **۸۰ دقیقه** امتحان : **۱۴۰۴/۱۰ /۰۸**	پایه : **دوازدهم** تعداد صفحات : نام دبیر:

۱ می‌توان نوشت:

$$x^۲+y^۲+۱\geq xy+x+y$$
$$\Leftrightarrow ۲x^۲+۲y^۲+۲\geq ۲xy+۲x+۲y$$
$$\Leftrightarrow (x^۲-۲xy+y^۲)+(x^۲-۲x+۱)+(y^۲-۲y+۱)\geq ۰$$
$$\Leftrightarrow (x-y)^۲+(x-۱)^۲+(y-۱)^۲\geq ۰$$ همواره درست است.

۲

$$\begin{cases} n=۲k\Rightarrow n^۲-۹n+۱=(۲k)^۲-۹(۲k)+۱=۲(۲k^۲-۹k)+۱=۲t+۱ \\ n=۲k+۱\Rightarrow n^۲-۹n+۱=(۲k+۱)^۲-۹(۲k+۱)+۱=۲(۲k^۲-۷k-۴)+۱=۲q+۱ \end{cases}$$

۳

$$\left.\begin{matrix} a|۷m+۶\Rightarrow a|۴۲m+۳۶ \\ a|۶m+۵\Rightarrow a|۴۲m+۳۵ \end{matrix}\right\}\Rightarrow a|(۴۲m+۳۶)-(۴۲m+۳۵)\Rightarrow a|۱\Rightarrow a=\pm ۱$$

۴

$$a=۲n+۱\xrightarrow{b|a+۲} b|۲n+۳\Rightarrow b \text{ فرد است}$$

می‌دانیم مربع هر عدد فرد را به‌صورت $۸k+۱$ می‌توان نوشت؛ یعنی :

$$\begin{cases} a^۲=۸k+۱ \\ b^۲=۸k'+۱ \end{cases}$$
$$a^۲+b^۲+۳=(۸k+۱)+(۸k'+۱)+۳=۸\underbrace{(k+k')}_{q}+۵=۸q+۵\Rightarrow r=۵$$

۵ گام اول: ابتدا فاصلهٔ بین یک مهر تا ۷ اسفند را پیدا می‌کنیم:

$$۲۹+۳۰\times ۴+۷$$

گام دوم: همنهشتی به پیمانهٔ ۷ را بررسی می‌کنیم:

$$۲۹+۳۰\times ۴+۷\overset{۷}{\equiv}۱+۲\times ۴+۰\overset{۷}{\equiv}۱+۱\overset{۷}{\equiv}۲$$

گام سوم: باید از روز یکشنبه دو روز جلوتر برویم. یعنی ۷ اسفند همان سال سه‌شنبه است.

www-kanoon-ir

۶ در این نوع مسائل به دنبال نقطه‌ای می‌گردیم که از آن به بعد تمامی اعداد بر پیمانه بخش‌پذیر باشند.
می‌دانیم $۵!, ۶!, \ldots, ۵۰۰!$ همگی مضارب ۱۰ هستند، بنابراین در همنهشتی به پیمانهٔ ۱۰ به‌جای همهٔ آن‌ها صفر قرار می‌دهیم، ولی قبل از $۵!$ را باید حساب کنیم.

$$۱! \overset{۱۰}{\equiv} ۱,\ ۲! \overset{۱۰}{\equiv} ۲,\ ۳! \overset{۱۰}{\equiv} ۶,\ ۴! \overset{۱۰}{\equiv} ۲۴ \overset{۱۰}{\equiv} ۴ \Rightarrow A \overset{۱۰}{\equiv} ۱+۲+۶+۴ \overset{۱۰}{\equiv} ۱۳ \Rightarrow A \overset{۱۰}{\equiv} ۳$$

بنابراین رقم یکان A، برابر ۳ است.

۷

$$۱۰۰۰ = ۷ \times ۱۴۲ + ۶ \Rightarrow ۱۰۰۰ \overset{۷}{\equiv} ۶ \text{ و } ۶ \overset{۷}{\equiv} -۱ \Rightarrow ۱۰۰۰ \overset{۷}{\equiv} -۱ \Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \overset{۷}{\equiv} (-۱)^{۱۳} = -۱$$
$$\Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \times ۱۲ \overset{۷}{\equiv} (-۱) \times ۱۲ = -۱۲ \Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \times ۱۲ + ۱۰ \overset{۷}{\equiv} (-۱۲) + ۱۰ = -۲ \text{ و } -۲ \overset{۷}{\equiv} ۵$$
$$\Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \times ۱۲ + ۱۰ \overset{۷}{\equiv} ۵ \Rightarrow r = ۵$$

۸

$$۹x - ۱ \overset{۱۳}{\equiv} ۲x + ۱ \Rightarrow ۷x \overset{۱۳}{\equiv} ۲ \Rightarrow ۷x \overset{۱۳}{\equiv} ۲ + ۲ \times ۱۳ = ۲۸ \xrightarrow{\div ۷} x \overset{۱۳}{\equiv} ۴$$
$$\Rightarrow x = ۱۳k + ۴ \Rightarrow ۱۰ \le ۱۳k + ۴ \le ۹۹ \Rightarrow \frac{۶}{۱۳} \le k \le \frac{۹۵}{۱۳}$$
$$k = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷$$

لذا معادله ۷ جواب دورقمی دارد.

۹ گام اول: تعداد وزنه‌های ۳ کیلویی را x و تعداد وزنه‌های ۵ کیلویی را y در نظر گرفته و معادلهٔ سیالهٔ زیر را می‌نویسیم:

$$۳x + ۵y = ۲۳$$

گام دوم: معادلهٔ سیاله را به معادلهٔ همنهشتی تبدیل کرده و داریم:

$$۳x \overset{۵}{\equiv} ۲۳ \Rightarrow ۳x \overset{۵}{\equiv} ۳ \xrightarrow[(۳,۵)=۱]{\div ۳} x \overset{۵}{\equiv} ۱ \Rightarrow x = ۵k + ۱ \ ,\ (k \in \mathbb{Z})$$

گام سوم: $x = ۵k + ۱$ را در معادلهٔ اصلی جایگذاری می‌کنیم:

$$۳(۵k + ۱) + ۵y = ۲۳ \Rightarrow ۵y = -۱۵k + ۲۰ \xrightarrow{\div ۵} y = -۳k + ۴ \quad ;(k \in \mathbb{Z})$$

گام چهارم: چون تعداد وزنه‌ها باید صحیح و نامنفی باشد، داریم:

$$۵k + ۱ \ge ۰ \ ,\ -۳k + ۴ \ge ۰$$
$$\Rightarrow k \ge -\frac{۱}{۵} \ ,\ k \le \frac{۴}{۳} \xrightarrow{(k \in \mathbb{Z})} k = ۰, ۱ \Rightarrow \text{به دو طریق می‌توان این کار را انجام داد}$$

www.kanoon.ir

۱۰ می‌توان نوشت:

$$۱۱x + ۱۹y = ۲۳ \Rightarrow ۱۹y \overset{۱۱}{\equiv} ۲۳ \Rightarrow ۸y \overset{۱۱}{\equiv} ۱۲$$
$$\xrightarrow{\div ۴} ۲y \overset{۱۱}{\equiv} ۳ \overset{۱۱}{\equiv} ۳ + ۱۱ \overset{۱۱}{\equiv} ۱۴ \xrightarrow{\div ۲} y \overset{۱۱}{\equiv} ۷ \Rightarrow y = ۱۱k + ۷$$

مقدار y به‌دست‌آمده را در معادله قرار می‌دهیم:

$$۱۱x + ۱۹(۱۱k + ۷) = ۲۳ \Rightarrow ۱۱x = -۱۹ \times ۱۱k - ۱۹ \times ۷ + ۲۳$$
$$\Rightarrow ۱۱x = -۱۹ \times ۱۱k - ۱۱۰ \Rightarrow x = -۱۹k - ۱۰$$

درنتیجه:

$$x + y = -۱۹k - ۱۰ + ۱۱k + ۷ = -۸k - ۳$$

کمترین مقدار طبیعی $x + y$ به ازای $k = -۱$ به دست می‌آید و مقدار آن برابر $(-۸)(-۱) - ۳ = ۵$ است.

۱۱

الف

$$\deg_{\overline{G}}(a) = ۳$$

ب

$$\deg_G(f) + \deg_{\overline{G}}(f) = ۰ + ۵ = ۵$$

پ

abcde

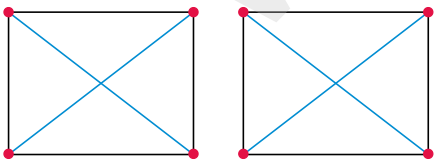
ت

edcbe

پاسخ سؤالات ۱۲ تا ۱۳

۱۲ گراف G را همبند می‌نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.

۱۳



www-kanoon-ir

۱۴ در گراف کامل K_p داریم: $\Delta = \delta = p - ۱$ از طرفی $q = ۲۱$ لذا:

$$\frac{p(p-۱)}{۲} = ۲۱ \Rightarrow p^۲ - p = ۴۲$$
$$\Rightarrow p^۲ - p - ۴۲ = ۰ \Rightarrow p = ۷$$

بنابراین: $\Delta = \delta = ۶$

۱۵

الف

$q = ۱۰$

$p = ۸$

ب

$\Delta = ۴$

$\delta = ۲$

پ

$N_G(d) = \{a, e, g\}$

ت

$\deg(b) = ۳$

www-kanoon-ir