باسمه تعالی

نام : .....
نام خانوادگی : .....
نام استاد : مسعود امیری
نام درس: ریاضیات گسسته

اداره کل آموزش و پرورش استان گیلان
اداره آموزش و پرورش شهرستان لنگرود
(مهر آموزشگاه)
دبیرستان غیردولتی پسرانه ایران من

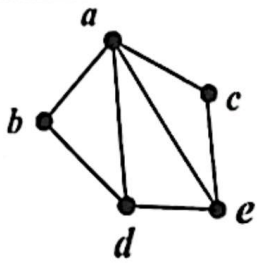
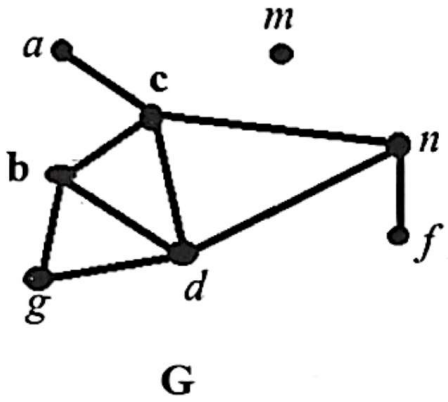
نوبت امتحانی: دی ماه ۱۴۰۴
پایه : دوازدهم ریاضی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۶
وقت : ۱۱۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی دبیر: مسعود امیری	نمره به عدد:	تجدید نظر	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره به عدد:
تاریخ و امضا:	نمره به حروف:		تاریخ و امضا:	نمره به حروف:

ردیف		بارم
۱	در هر یک از عبارت های زیر، پاسخ صحیح را از بین پاسخ های داخل پرانتز انتخاب کنید و در پاسخ نامه بنویسید. ناصر الف) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی (گنگ ، گویا) است. ب) عدد صحیح a که مخالف صفر است، شمارنده عدد b است هر گاه عدد صحیحی چون q وجود داشته باشد به طوری که ($a=bq$ ، $b=aq$). ج) گراف G را همبند می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک (مسیر – دور) وجود داشته باشد.	۰/۷۵
۲	در هر مورد جای خالی را با یک عبارت مناسب پر کنید. الف) شرط لازم و کافی برای آنکه معادله سیاله $ax+by=c$ دارای جواب باشد، آن است که ..... ب) اگر a و b دو عدد صحیح و ab عددی فرد باشد، آنگاه a^2+b^2 عددی ..... است. ج) اگر $P>3$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت ..... یا ..... نوشته می شود.	۰/۷۵
۳	اگر K حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، ثابت کنید $4K+1$ مربع کامل است.	۱
۴	به روش برهان خلف ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ عددی گنگ است.	۱
۵	به روش بازگشتی ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آن ها کمتر نیست.	۱
۶	ثابت کنید هر گاه عددی دو عدد را بشمارد، آنگاه مجموع آن دو عدد را نیز می شمارد.	۱
۷	اگر $a>1$ و $a\mid 9k+4$ و $a\mid 5k+3$، ثابت کنید a عددی اول است.	۱/۵
۸	اگر باقی مانده تقسیم اعداد m و n بر ۱۹ به ترتیب ۴ و ۵ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $(3m-5n)$ بر ۱۹ را به دست آورید.	۱/۵
۹	اگر در یک تقسیم مقسوم و مقسومٌ علیه، هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقیمانده تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.	۱/۲۵
۱۰	همه اعداد صحیحی را بیابید که سه برابر آن ها منهای ۱۳ بر ۷ بخش پذیر باشند.	۱/۲۵
۱۱	به چند طریق می توان ۲۹۰۰۰ تومان را به اسکناس های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد؟	۱

www.kanoon.ir

CamScanner

۱۲	باقی‌مانده تقسیم عدد $A = (۲^{۱۱} + ۷) \times ۹$ را بر ۲۳ بیابید.	۱/۵
۱۳	عدد ۱۴۰۵ به کدام دسته هم نهشتی به پیمانه ۹ تعلق دارد؟	۱
۱۴	اگر ۱۴ تیر در یک سال ۵ شنبه باشد، ۲۲ بهمن همان سال چه روزی از هفته است؟	۱
۱۵	نشان‌دهید شرط وجودِ جواب برای معادلهٔ $۲۰ \overset{۱۴}{=} ۱۶x$ برقرار است، سپس جواب‌های عمومی آن را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۶	مکمل گراف G که در شکل زیر آمده است را رسم کنید. 	۰/۷۵
۱۷	اثبات کنید تعداد رأس های فرد هر گراف، عددی زوج است.	۱
۱۸	**با توجه به گراف G:** الف) مقدارهای $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) یک مسیر به طول ۶، با شروع از رأس a بنویسید. ج) مجموعه $N_G[d]$ را با نوشتن اعضا، مشخص کنید. د) دوری به طول ۴ بنویسید که از رأس b شروع شود.  G	۱/۵

www-kanoon-ir

CamScanner

باسمه تعالی

نام : .....
نام خانوادگی : .....
نام استاد : مسعود امیری
نام درس: ریاضیات گسسته

اداره کل آموزش و پرورش استان گیلان
اداره آموزش و پرورش شهرستان لنگرود
(مهر آموزشگاه)
دبیرستان غیردولتی پسرانه ایران من

نوبت امتحانی: دی ماه ۱۴۰۴
پایه : دوازدهم ریاضی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۶
وقت : ۱۱۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی دبیر: مسعود امیری	نمره به عدد:	تجدید	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره به عدد:
تاریخ و امضا:	نمره به حروف:	نظر	تاریخ و امضا:	نمره به حروف:

ردیف		بارم
۱	الف) گنگ ب) $b=aq$ ج) مسیر	۰/۷۵
۲	الف) $(a,b)\mid c$ ب) زوج ج) $6k+1$ یا $6k+5$	۰/۷۵
۳	کافی است $k=n(n+1)$ $(n\in\mathbb{N})$ در نظر بگیریم: $4k+1=4n(n+1)+1=4n^2+4n+1=(2n+1)^2$ ← مربع کامل است.	۱
۴	فرض می‌کنیم که 2 یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. می‌خواهیم نشان دهیم $2+x$ عددی گنگ است. اگر فرض کنیم $2+x$ گنگ نباشد، بنابراین عددی گویاست (فرض خلف). از طرفی می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا، عددی گویا است. پس تفاضل $2+x$ و 2 باید عددی گویا باشد یعنی $2+x-2=x\in\mathbb{Q}$ و از آنجا $x\in\mathbb{Q}$ که با فرض ما در تناقض است. در نتیجه فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌گردد.	۱
۵	حکم: $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ $\Leftrightarrow$ (×۲) $a+b\geq 2\sqrt{ab}\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab}\geq 0\Leftrightarrow(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geq 0$ ← گزاره همیشه درست	۱
۷	$a\mid 9k+4 \xrightarrow{\times 5} a\mid 45k+20$ ، $a\mid 5k+3 \xrightarrow{\times 9} a\mid 45k+27$ $\Rightarrow a\mid 45k+27-(45k+20)\Rightarrow a\mid 7 \xrightarrow{a\neq 1}$ $\Rightarrow a=7$ عددی اول است	۱
۶	$a\mid b\Rightarrow b=aq_1$ ، $a\mid c\Rightarrow c=aq_2$ $\Rightarrow b+c=aq_1+aq_2=a(q_1+q_2)\Rightarrow a\mid b+c$	۱/۵

www.kanoon.ir

CamScanner

۸ (۱/۵ + ۰/۵)

$m=19q_1+4 \xrightarrow{\times 3} 3m=19\times 3q_1+12$

$n=19q_2+5 \xrightarrow{\times 5} 5n=19\times 5q_2+25$

$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 3m-5n=19(\underbrace{3q_1-5q_2}_{q'})-13$

$\Rightarrow 3m-5n=19q'+6-19=19(\underbrace{q'-1}_{q''})+6$

$\Rightarrow 3m-5n=19q''+6 \Rightarrow \boxed{r=6}$

۹ (۱/۲۵)

$a=bq+r$

$\left.\begin{array}{l} n\mid a \\ n\mid b \xrightarrow{q\times \text{ست}} n\mid bq \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} n\mid a-bq \xrightarrow{a-bq=r} n\mid r$

یعنی باقی‌ماندهٔ تقسیم نیز بر n بخش‌پذیر است.

۱۰ (۱/۲۵)

عدد را x فرض می‌کنیم، باید $7\mid 3x-13$ یا $3x\overset{7}{\equiv}13$.

$3x\overset{7}{\equiv}13 \Rightarrow 3x\overset{7}{\equiv}13-7=6 \xrightarrow{(3,7)=1} 3x\overset{7}{\equiv}3\times 2 \Rightarrow x\overset{7}{\equiv}2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 7\mid x-2 \Rightarrow x-2=7k \Rightarrow x=7k+2$

۱۱ (۱)

تعداد اسکناس‌های ۲۰۰۰ تومانی را x و تعداد اسکناس‌های ۵۰۰۰ تومانی را y در نظر می‌گیریم.

$2000x+5000y=29000 \xrightarrow{\div 1000} 2x+5y=29 \Rightarrow 5y\overset{2}{\equiv}29 \Rightarrow$

$\Rightarrow 5y\overset{2}{\equiv}29-12\times 2 \Rightarrow 5y\overset{2}{\equiv}5 \xrightarrow{\div 5} y\overset{2}{\equiv}1 \Rightarrow 2\mid y-1 \Rightarrow y-1=2k$

$\Rightarrow \boxed{y=2k+1} \Rightarrow 2x+5(2k+1)=29 \Rightarrow 2x+10k+5=29 \Rightarrow 2x=24-10k$

$\Rightarrow \boxed{x=-5k+12}$

k	۰ ✓	-۱ ✗	۱ ✓	۲ ✓	۳ ✗
x	۱۲	۱۷	۷	۲	-۳
y	۱	-۱	۳	۵	۷

به ۳ طریق می‌توان ۲۹۰۰۰ تومان را به اسکناس‌های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد.

۱۲ (۱/۵)

$2^5\overset{23}{\equiv}9 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2^{10}\overset{23}{\equiv}81 \xrightarrow{81\equiv 12} 2^{10}\overset{23}{\equiv}12 \xrightarrow{\times 2} 2^{11}\overset{23}{\equiv}24 \longrightarrow$

$24\overset{23}{\equiv}1 \longrightarrow 2^{11}\overset{23}{\equiv}1 \xrightarrow{+7} 2^{11}+7\overset{23}{\equiv}8 \xrightarrow{\times 9} (2^{11}+7)\times 9\overset{23}{\equiv}72 \xrightarrow{72\equiv 3}$

$\Rightarrow (2^{11}+7)\times 9\overset{23}{\equiv}3 \Rightarrow A\overset{23}{\equiv}3 \Rightarrow \boxed{r=3}$

۱۳ (۱)

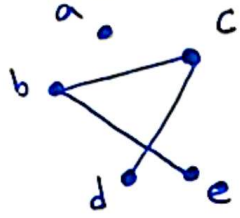
$14.5\overset{9}{\equiv}1+4+0+5 \Rightarrow 14.5\overset{9}{\equiv}10$ و $10\overset{9}{\equiv}1 \Rightarrow 14.5\overset{9}{\equiv}1$

پس عدد ۱۴.۵ به دستهٔ هم‌نشتی $[1]_9=\{x\in\mathbb{Z}\mid x=9k+1\}$ تعلق دارد.

(دستهٔ هم‌نشتی ۱ به پیمانهٔ ۹)

www.kanoon.ir

CamScanner

۱۴	$۲۲۱ \overset{۷}{\equiv} ۴$ ، $۲۲۱ = ۲۲ + ۳۰ + ۳۰ \times ۳ + ۳۱ + ۳۱ + ۱۷$ کلیتر ← مرداد ← شهریور ← مهر ← دی ← بهمن پاسخ: دوشنبه ←	۱
۱۷	فرض می‌کنیم G یک گراف و A مجموعهٔ همهٔ رئوس فرد گراف G و B مجموعهٔ همهٔ رئوس زوج گراف G باشد. بدین صورت داریم $\sum_{v \in V(G)} deg(v) = \sum_{v \in A} deg(v) + \sum_{v \in B} deg(v)$. زوج است، چون مجموع چند عدد زوج، زوج است. زوج است، چون برابر ۲۹ است. پس $\sum_{v \in A} deg(v)$ نیز زوج است. و جمع چند عدد فرد هنگامی زوج است که تعداد آنها یعنی $n(A)$ زوج باشد.	۱/۲۵
۱۶		۰/۷۵
۱۵	$۲۰ \mid ۲ = (۱۴, ۱۴)$ پس معادله دارای جواب است. $۱۴x \overset{۱۴}{\equiv} ۲۰ \xrightarrow[\text{طرفین تقسیم بر ۲}]{۱۴ \div ۲} ۴x \overset{۷}{\equiv} ۵ \Rightarrow ۴x \overset{۷}{\equiv} ۵ + ۷ \Rightarrow ۴x \overset{۷}{\equiv} ۱۲$ $\xrightarrow[(۴,۷)=۱]{\div ۴} x \overset{۷}{\equiv} ۳ \Rightarrow ۷ \mid x - ۳ \Rightarrow x - ۳ = ۷k \Rightarrow x = ۷k + ۳$	۱
۱۸ الف)	$\delta(G) = ۰$ ، $\Delta(G) = ۴$	۱/۵
ب)	acbgdnf	
ج)	$N_G[d] = \{g, b, c, n, d\}$	
د)	bdncb	