شماره صندلی:

بسمه تعالی

مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک تبریز

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۱/۰۴

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: ..... کلاس: **دوازدهم ریاضی** ..... موضوع امتحان: **گسسته** نام دبیر: **محمدکرمی**

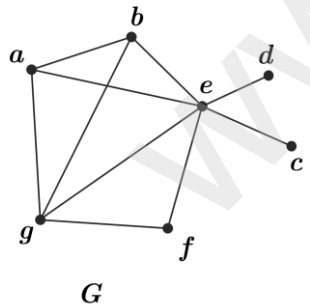
استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید.	۰/۵
الف	اگر $a\|b$ و $b \neq 0$، در این صورت $\|a\| > \|b\|$.	
ب	برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر m مساوی با r باشد، در این صورت $a \overset{m}{\equiv} r$.	
۲	جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب تکمیل کنید.	۰/۵
الف	مرتبهٔ گراف، نشان‌دهندهٔ تعداد ..... گراف می‌باشد.	
ب	تعداد رأس‌های فرد هر گراف عددی ..... است.	
۳	در هر مورد کلمه مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.	۰/۵
الف	اگر $a\|b$ آنگاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با ($\|a\|$، a) است.	
ب	گرافی را همبند می‌نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر، یال) وجود داشته باشد.	
۴	گزارهٔ درست را اثبات کنید و برای گزارهٔ نادرست، مثال نقض ارائه دهید. مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش‌پذیر است.	۱/۵
۵	به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل‌ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک‌تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن‌ها است.	۱/۵

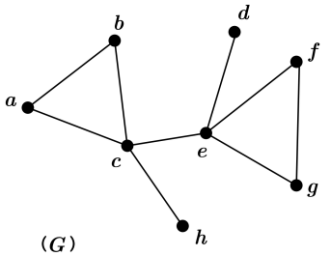
www-kamoon.ir

۶	اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر دو عدد **۴** و **۵** به ترتیب **۲** و **۳** باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a را بر **۲۰** بیابید.	۱/۵
۷	اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد به‌طوری که $۴۹ \mid ۴k^۲ - ۱۰k - ۶$ ،$۷ \mid ۲k + ۱$ ثابت کنید:	۱
۸	اگر در یک سال **۱۲ مهر** دوشنبه باشد **۱۶ تیر** همان سال چه روزی است ؟	۱
۹	باقی‌مانده تقسیم عدد $۱! + ۲! + ۳! + ۴! + ۵! + \cdots + ۲۰۰!$ را بر **۱۵** به دست آورید. (! نماد فاکتوریل است)	۱/۵
۱۰	باقی‌مانده تقسیم عدد $A = (۱۰۰۰)^{۲۵} \times ۹ + ۱۱$ را بر **۷** بیابید.	۱/۵

www-kanoon-ir

۱۱	اگر دو عدد ($۳a - ۵$) و ($۴a - ۷$) رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد ($۹a + ۶$) را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۲	معادله هم‌نهشتی $۸x \overset{۱۲}{\equiv} ۲۰$ را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	به چند طریق می‌توان یک کیسهٔ **۲۳** کیلویی را با وزنه‌های **۳** و **۵** کیلویی وزن کرد؟	۱/۵
۱۴	با توجه به گراف G مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. مرتبه و اندازهٔ گراف را بنویسید. مسیری به طول **۵** از رأس c به رأس f بنویسید.  G	۱
۱۵	به گراف **۸**رأسی **۳**– منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه‌حل)	۱/۵

www-kanoon-ir

۱۶	گراف G روبه‌رو را در نظر بگیرید: مقدار $q(\bar{G})$ را به دست آورید. مجموع درجات رئوس گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید.  (G)	۱
۱۷	گراف کامل K_p دارای **۳۶** یال است. مرتبهٔ گراف و Δ را مشخص کنید.	۱

موفق باشید

نام و نام خانوادگی مصحح:	**نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:**	**نمره ورقه به عدد:** .....
محل امضا	**محل امضا**	**نمره ورقه به حروف:** .....

www-kanoon-ir

تاریخ امتحان ۱۴۰۴/۱۱/۴
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

بسمه تعالی

مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک تبریز

دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم-دوره دوم

نام و نام خانوادگی: ..... کلاس: ..... موضوع امتحان: **ریاضیات گسسته** نام دبیر: **محمد کرمی**

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید.	۰/۵
الف	اگر $a\|b$ و $b \neq 0$، در این صورت $\|a\| > \|b\|$. نادرست	
ب	برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر m مساوی با r باشد، در این صورت $a \overset{m}{\equiv} r$. درست	
۲	جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب تکمیل کنید.	۰/۵
الف	مرتبهٔ گراف، نشان‌دهندهٔ تعداد ...رأس... گراف می‌باشد.	
ب	تعداد رأس‌های فرد هر گراف عددی ...زوج... است.	
۳	در هر مورد کلمه مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.	۰/۵
الف	اگر $a\|b$ آنگاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با (a، $\|a\|$) است.	
ب	گرافی را همبند می‌نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر، یال) وجود داشته باشد.	
۴	گزارهٔ درست را اثبات کنید و برای گزارهٔ نادرست، مثال نقض ارائه دهید. مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. نادرست مثال نقض → $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش‌پذیر است. $(2n+1)^2 - 1 = 4n^2 + 4n + 1 - 1 = \underbrace{4n(n+1)}_{\text{عددی زوج}} = 4(2q) = 8q \quad q \in \mathbb{Z}$	۱/۵
۵	به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل‌ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک‌تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن‌ها است. $\frac{a^2+b^2}{2} \geq ab \iff a^2+b^2 \geq 2ab \iff a^2-2ab+b^2 \geq 0$ $\iff (a-b)^2 \geq 0$ همواره درست است	۱/۵

www.kanoon.ir

۶ | اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر دو عدد **۴** و **۵** به ترتیب **۲** و **۳** باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a را بر **۲۰** بیابید. | ۱/۵

$a = ۴q + ۲ \xrightarrow{\times ۵} ۵a = ۲۰q + ۱۰$

$a = ۵q' + ۳ \xrightarrow{\times ۴} ۴a = ۲۰q' + ۱۲$

تفریق $a = ۲۰q - ۲۰q' - ۲ \rightarrow a = ۲۰(q - q' - ۱) - ۲ + ۲۰$

$r = ۱۸$

۷ | اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد به‌طوری که $۷ | ۲k + ۱$، ثابت کنید: $۴۹ | ۴k^۲ - ۱۰k - ۶$ | ۱

$۷ | ۲K+۱ \xrightarrow{(\,)^۲} ۴۹ | ۴K^۲ + ۴K + ۱$

$\xrightarrow{\times ۷} ۴۹ | ۱۴K + ۷$

(تفریق) $۴۹ | ۴K^۲ - ۱۰K - ۶$

۸ | اگر در یک سال **۱۲ مهر** دوشنبه باشد **۱۶ تیر** همان سال چه روزی است ؟ چهارشنبه | ۱

$۱۵ + ۳۱ + ۳۱ + ۱۲ = ۸۹$

$۸۹ \equiv ۵$

د	ی	س	ج	ب	چ	س
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۹ | باقی‌مانده تقسیم عدد $۲۰۰! + ۰۰۰ + ۵! + ۴! + ۳! + ۲! + ۱!$ را بر **۱۵** به دست آورید. (! نماد فاکتوریل است) | ۱/۵

$۱! \equiv ۱$ (۱۵)

$۲! \equiv ۲$ (۱۵)

$۳! \equiv ۶$ (۱۵)

$۴! \equiv ۹$ (۱۵)

$۵! \equiv ۰$ (۱۵)

$۲۰۰! \equiv ۰$ (۱۵)

جمع $\rightarrow ۱! + ۲! + ۳! + \cdots + ۲۰۰! \equiv ۱۸ - ۱۵ \rightarrow r = ۳$ (۱۵)

۱۰ | باقی‌مانده تقسیم عدد $A = (۱۰۰۰)^{۲۵} \times ۹ + ۱۱$ را بر **۷** بیابید. | ۱/۵

$۱۰۰۰ \equiv ۷ - ۷ \equiv -۷ \equiv -۱$ (۷)

$\xrightarrow{(\,)^{۲۵}} (۱۰۰۰)^{۲۵} \equiv -۱$ (۷)

$\xrightarrow{\times ۹} (۱۰۰۰)^{۲۵} \times ۹ \equiv -۹$ (۷)

$(۱۰۰۰)^{۲۵} \times ۹ + ۱۱ \equiv ۲$ (۷)

$\rightarrow r = ۲$

www-kanoon-ir

۱۱ اگر دو عدد $(۵ - ۳a)$ و $(۷ - ۴a)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(۶ + ۹a)$ را به‌دست آورید. ۱/۵

$$۴a-۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۳a-۵ \rightarrow a \overset{۱۰}{\equiv} ۲ \rightarrow ۹a \overset{۱۰}{\equiv} ۱۸$$

$$\rightarrow ۹a+۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۲۴-۲۰ \rightarrow ۲ = ۴ = \text{رقم یکان}$$

۱۲ معادله هم‌نهشتی $۸x \overset{۱۲}{\equiv} ۲۰$ را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید. ۱/۵

$$۸x \overset{۱۲}{\equiv} ۲۰-۱۲ \xrightarrow[(۸,۱۲)=۴]{\div ۸} x \overset{\frac{۱۲}{۴}}{\equiv} ۱ \rightarrow x \overset{۳}{\equiv} ۱ \rightarrow x = ۳k+۱$$

۱۳ به چند طریق می‌توان یک کیسهٔ **۲۳** کیلویی را با وزنه‌های **۳** و **۵** کیلویی وزن کرد؟ ۱/۵

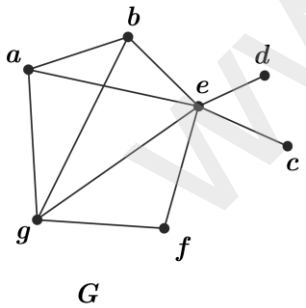
$$۳x+۵y=۲۳ \rightarrow ۳x \overset{۵}{\equiv} ۲۳-۵ \xrightarrow[(۳,۵)=۱]{\div ۳} x \overset{۵}{\equiv} ۷ \rightarrow x = ۵k+۷$$

$$۳(۵k+۷)+۵y=۲۳ \rightarrow ۵y = -۱۵k+۵ \rightarrow y = -۳k+۱$$

k	۰	۱	-۱
x	۷	۱۲	۲
y	۱	-۲	۴
	✓	✗	✓

(به ۲ طریق امکان پذیر است)

۱۴ با توجه به گراف G مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. ۱



G

مرتبه و اندازهٔ گراف را بنویسید.

$p=۷$ $q=۱۰$

مسیری به طول **۵** از رأس c به رأس f بنویسید.

$cebagf$

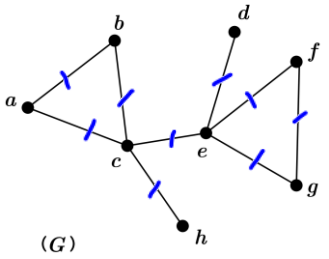
۱۵ به گراف **۸**رأسی **۳**– منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه‌حل) ۱/۵

$$\text{موجود } q = \frac{nk}{۲} = \frac{۸ \times ۳}{۲} = ۱۲$$

$$q_{max} = \frac{n(n-۱)}{۲} = \frac{۸ \times ۷}{۲} = ۲۸$$

$$\text{لازم } q = ۲۸-۱۲ = ۱۶$$

www-karoon-ir

۱۶	گراف G روبه‌رو را در نظر بگیرید:  (G) مقدار $q(\bar{G})$ را به دست آورید. $q(G)+q(\bar{G})=\frac{n(n-1)}{2}$ $9+q(\bar{G})=\frac{8\times 7}{2} \rightarrow q(\bar{G})=19$ مجموع درجات رئوس گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید. $\Sigma deg_{\bar{G}}=2\times q(\bar{G})=38$	۱
۱۷	گراف کامل K_p دارای **۳۶** یال است. مرتبهٔ گراف و Δ را مشخص کنید. $\frac{n(n-1)}{2}=36 \rightarrow n(n-1)=72 \rightarrow n=9=$ مرتبه $\Delta=n-1=8$	۱

موفق باشید