Kanoon.ir

درخت تو گر بار دانش بگیرد

به زیر آوری چرخ نیلوفری را

شما با دانلود این نمونه سوال، کد تخفیف خرید کتاب از سایت کانون بوک دریافت می کنید

برای دریافت کد جایزه خود، عدد 33 را به سر شماره 90008451 ارسال کنید.

kanoonBook.ir

www.kanoon.ir

شماره صندلی

اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ناحیه ۲ ری
دبیرستان پسرانه غیر دولتی دکتر حسابی دوره دوم

مهر آموزشگاه در تمام صفحات زده شود (محل مهر)

نام و نام خانوادگی: پایه: **دوازدهم** رشته : **ریاضی** نام معلم :**آقای عبداللهی** نام درس: **گسسته**

تاریخ امتحان: **میان نوبت اول(آبان ۱۴۰۳)** مدت امتحان: **۷۰ دقیقه** ساعت شروع : **۷:۳۰** تعداد صفحه: ۴

نام مصحح:	نمره باعدد:	نام مصحح:	نمره تجدیدنظر باعدد:
تاریخ و امضاء :	نمره باحروف:	تاریخ و امضاء:	نمره تجدید نظر باحروف:

ردیف	سوال	بارم
۱	اگر a و b دو عدد صحیح باشند و ab عددی فرد باشد، ثابت کنید $a^۲ + b^۲ + ۴$ زوج است.	۲
۲	با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم : $a^۲ + b^۲ \geq (a - ۱)(b + ۱)$	۲
۳	اگر K ای در $\mathbb{Z}$ باشد که داشته باشیم $۵ \mid ۴k + ۲$ ، ثابت کنید : $۲۵ \mid ۱۶K^۲ + ۳۶K + ۱۴$	۲

www-kanoon-ir

۴	الف) [a,b]=c اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a\|c, b\|c$ ۲) $\forall m > ۰$, ... ب) اگر در یک تقسیم ، مقسوم و مقسوم علیه ، هردو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقی مانده تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.	۲
۵	باقی مانده تقسیم اعداد m و n بر ۲۶ به ترتیب ۷ و ۲ است. باقی مانده تقسیم ۲m+۵n را بر ۱۳ پیدا کنید.	۲
۶	ثابت کنید اگر باقی مانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی باشند آن گاه $a \overset{m}{\equiv} b$ و برعکس .	۲

www-kanoon-ir

شماره صندلی	اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ناحیه ۲ ری دبیرستان پسرانه غیر دولتی دکتر حسابی دوره دوم	مهر آموزشگاه در تمام صفحات زده شود (محل مهر)
نام و نام خانوادگی:	پایه: **دوازدهم** رشته : **ریاضی** نام معلم :**آقای عبداللهی** نام درس: **گسسته**	
تاریخ امتحان: **میان نوبت اول(آبان ۱۴۰۳)**	مدت امتحان: **۷۰ دقیقه** ساعت شروع : **۷:۳۰** تعداد صفحه: ۴	

نام مصحح:	نمره باعدد:	نام مصحح:	نمره تجدیدنظر باعدد:
تاریخ و امضاء :	نمره باحروف:	تاریخ و امضاء:	نمره تجدید نظر باحروف:

۷	باقی مانده تقسیم $۷^{۳۰}$ بر ۱۵ را به دست آورید.	۲
۸	الف) باقی مانده تقسیم $۱۹ + ۳۸^{۳۶}$ را بر ۴ بدست آورید. ب) ثابت کنید عدد $۱۶^{۳۷} - ۱۳^{۳۷} - ۲۹^{۳۷}$ بر عدد ۲۰۸ بخش پذیر است.	۲
۹	الف) اگر دو عدد $۳a+۴$ و $۲a+۶$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $۷a+۵$ را به دست آورید. ب) باقی مانده تقسیم عدد ۶۰۱۷۸۹۲۲۱۹ را بر ۱۱ به دست آورید.	۲

www-kanoon-ir

۱۰	اگر ۲۹ اسفند در یک سال، روز چهارشنبه باشد، ۲۶ مرداد ماه در همان سال چه روزی از هفته است ؟	۲
	« موفق باشید»	

www-kanoon-ir

پاسخنامه درس بسته / پایان نوبت اول .

① اعداد فرد را به صورت $2k+1$ می‌دهیم. (نمایش)

$ab \rightarrow$ عددی فرد است $\begin{cases} a: \text{فرد} \\ b: \text{فرد} \end{cases}$

$$a^2+b^2+4 = (2k+1)^2+(2k'+1)^2+4 = 4k^2+4k+1+4k'^2+4k'+1+4 =$$
$$4k^2+4k'^2+4k+4k'+6 = 2(2k^2+2k'^2+2k+2k'+3) = 2k''$$

---

② $a^2+b^2 \geq (a-1)(b+1) \leftrightarrow a^2+b^2 \geq ab+a-b-1 \xleftrightarrow{\times 2} 2a^2+2b^2 \geq 2ab+2a-2b-2$

$$\leftrightarrow \underbrace{2a^2}_{a^2+a^2}+2b^2-2ab-2a+2b+2 \geq 0 \leftrightarrow (a-b)^2+\underline{a^2}-\underline{2a}+\underline{b^2}+\underline{2b}+\underbrace{2}_{\frac{1+1}{2}} \geq 0 \leftrightarrow$$
$$(a-b)^2+(a-1)^2+(b+1)^2 \geq 0 \leftrightarrow$$ بدیهی است.

---

③

$$\begin{array}{l} 5 \mid 4k+2 \xrightarrow{\times 5} 25 \mid 20k+10 \\ 5 \mid 4k+2 \xrightarrow{\text{توان } 2} 25 \mid 16k^2+16k+4 \end{array} \Big\} + \quad \overline{25 \mid 16k^2+36k+14}$$

---

④ الف) $|c|<m$

ب)

$$a = bq_1+r$$
$$\begin{cases} n \mid a \rightarrow a = nq_1' \\ n \mid b \rightarrow b = nq_1'' \end{cases} \rightarrow nq_1' = nq_1''+r \rightarrow r = nq_1'-nk \rightarrow r = n(\underbrace{q_1'-k}_{k'}) \rightarrow r = nk' \rightarrow n \mid r$$

---

⑤

$$m = 24q_1+7 \xrightarrow{\times 2} 2m = 48q_1+14$$
$$n = 24q_1'+2 \xrightarrow{\times 5} 5n = 120q_1'+10$$
$$2m+5n = 48q_1+120q_1'+\underbrace{24}_{12+11} \rightarrow 2m+5n = 12(\underbrace{4q_1+10q_1'+1}_{q''})+11$$
$$\rightarrow 2m+5n = 12q''+11 \rightarrow r = \boxed{11}$$

---

⑥

$$\begin{cases} a = mq_1+r \\ b = mq_1'+r \end{cases} \ominus \rightarrow a-b = mq_1-mq_1'+r-r \rightarrow a-b = m(\underbrace{q_1-q_1'}_{q''}) \rightarrow a-b = mq''$$
$$m \mid b-a \rightarrow a \overset{m}{\equiv} b$$

اثبات عکس: $a \overset{m}{\equiv} b \rightarrow m \mid a-b \rightarrow mk = a-b \xrightarrow{a=mq+r} mk = mq_1+r-b \rightarrow$

$$b = mq_1-mk \rightarrow b = m(\underbrace{q_1-k}_{q'})+r \rightarrow b = mq'+r$$

www.kanoon.ir

CamScanner

(۷) $7^{15} \equiv 7 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 7^{2} \equiv 49 \to 7^{2} \overset{15}{\equiv} 4 \xrightarrow{\times 7} 7^{3} \overset{15}{\equiv} 28 \to 7^{3} \overset{15}{\equiv} -2 \xrightarrow{\times 7} 7^{4} \overset{15}{\equiv} -14 \to 7^{4} \overset{15}{\equiv} 1$

$\xrightarrow{\text{توان ۷}} 7^{28} \overset{15}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times 7^{2}} 7^{30} \overset{15}{\equiv} 7^{2} \overset{15}{\equiv} 49 \overset{15}{\equiv} \boxed{4}$

---

(۸) الف)

$38^{36} + 19 \overset{4}{\equiv} ?$

(۳) $38^{36} + 19 \overset{4}{\equiv} 19 \equiv$

$38 \overset{4}{\equiv} -2 \overset{4}{\equiv} 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 38^{2} \overset{4}{\equiv} 4 \overset{4}{\equiv} 0 \xrightarrow{\text{توان ۱۸}} 38^{36} \overset{4}{\equiv} 0 \xrightarrow{+19}$

ب)

می‌دانیم: $(a+b)^{n} \overset{ab}{\equiv} a^{n} + b^{n}$

$14^{n} + 13^{n} \overset{13\times 14}{\equiv} (13+14)^{n} \xrightarrow{\text{توان ۳۷}} 14^{37} + 13^{37} \equiv 258 \equiv 29^{37} \to 29^{37} - 13^{37} - 14^{37} \overset{258}{\equiv} 0$

---

(۹) الف)

$2a+9 \overset{10}{\equiv} 3a+4 \to a \overset{10}{\equiv} 2 \xrightarrow{\times 7} 7a \overset{10}{\equiv} 14 \xrightarrow{+5}$

$7a+5 \overset{10}{\equiv} 19 \overset{10}{\equiv} \boxed{9}$

ب)

$9^{0}_{-} 1^{7}_{+} 7^{8}_{-} 8^{9}_{+} 9^{2}_{-} 2^{2}_{+} 1^{9}_{-} 7^{0}_{+} 0^{-} 9 \equiv 9 - 1 + 2 - 2 + 9 - 8 + 7 - 1 + 0 - 9 \equiv \boxed{9} \pmod{11}$

---

(۱۰)

چهارشنبه	۰
پنج‌شنبه	۶
جمعه	۵
شنبه	۴
یکشنبه	۳
دوشنبه	۲
سه‌شنبه	۱

$7 \equiv 29_{\text{اسفند}} + 30_{\text{بهمن}} + 30_{\text{دی}} + 30_{\text{آذر}} + 30_{\text{آبان}} + 30_{\text{مهر}} + 31_{\text{شهریور}} + 5_{\text{مرداد}}$

$1 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 3$

$5 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 \equiv 19 \overset{7}{\equiv} 5 \to$ جمعه