Kanoon.ir

درخت تو گر بار دانش بگیرد

به زیر آوری چرخ نیلوفری را

شما با دانلود این نمونه سوال، کد تخفیف خرید کتاب از سایت کانون بوک دریافت می کنید

برای دریافت کد جایزه خود، عدد 33 را به سر شماره 90008451 ارسال کنید.

kanoonBook.ir

www.kanoon.ir

اداره کل آموزش وپرورش شهر تهران
مدیریت آموزش وپرورش منطقه 7
دبیرستان معصومیه دوره دوم

آزمون میانترم اول

نام ونام خانوادگی: کلاس/پایه: دوازدهم رشته: ریاضی-فیزیک نام دبیر: خانم فرزین نام درس: گسسته

تاریخ امتحان: 05 / 09 /1403 مدت امتحان: 50 دقیقه ساعت شروع تعداد صفحه

ردیف	سوالات	بارم
	هر یک از گزاره‌های زیر را رد یا اثبات کنید. الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد متوالی باشد، آنگاه 4k+1 مربع کامل است. ب) مجموع دو عدد گویا عددی گویاست.	
	در یک تقسیم، مقسوم 1000 واحد بیشتر از مقسوم علیه است و باقیمانده 95 است. خارج قسمت(q) چند است؟	
	توسط اثبات بازگشتی، ثابت کنید: اگر xو y و z سه عدد حقیقی باشند، آنگاه: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$	
	هر یک از موارد زیر را در حالت کلی ثابت کنید: الف) $(a \mid b \wedge a \mid c) \Rightarrow a \mid b \pm c$	

www.kanoon.ir

ب)

$(a|b \ , b\neq 0) \Rightarrow |a| \leq |b|$

اگر عددی مانند k در مجموعه اعداد صحیح باشد به طوری که $5|4k+1$ ، ثابت کنید:

$25 \mid 16k^2+28k+6$

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

ب) صفر هر عدد غیر صفر را می‌شمارد. یعنی $a\neq 0$ $0|a$

ج) از اینکه $a|b+c$ همواره میتوان نتیجه گرفت که $a|c$ یا $a|b$.

د) از اینکه $a|bc$ میتوان نتیجه گرفت که حداقل یکی از دو عدد c و b را عاد می‌کند.

ثابت کنید اگر $p\geq 5$ عددي اول باشد، آن گاه به یکی ازدو صورت $p=4k+3$ یا $p=4k+1$ نوشته می شود.

www-kanoon-ir

اداره کل آموزش وپرورش شهر تهران
مدیریت آموزش وپرورش منطقه 7
دبیرستان معصومیه دوره دوم

آزمون میانترم اول

نام ونام خانوادگی: | کلاس/پایه: دوازدهم | رشته: ریاضی-فیزیک | نام دبیر: خانم فرزین | نام درس: گسسته

تاریخ امتحان: 05 / 09 /1403 | مدت امتحان: 50 دقیقه | ساعت شروع | تعداد صفحه

پاسخنامه: محمد ستاری‌فر ، رتبه ۳۰۳ کنکور ۱۴۰۳
دانشجوی علوم کامپیوتر دانشگاه تهران

ردیف	سوالات	بارم

هر یک از گزاره‌های زیر را رد یا اثبات کنید.

الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد متوالی باشد، آنگاه 4k+1 مربع کامل است.

دو عدد متوالی : $2n$, $2n+1$ $\quad k = 2n(2n+1) = 4n^2+2n$

$$4k+1 = 16n^2+8n+1 = (4n+1)^2$$

ب) مجموع دو عدد گویا عددی گویاست.

دو عدد گویا : $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$: $a,b,c,d \in \mathbb{Z}$, $b,d \neq 0$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$ گویاست : $bd \neq 0$

در یک تقسیم، مقسوم 1000 واحد بیشتر از مقسوم علیه است و باقیمانده 95 است. خارج قسمت(q) چند است؟

$a = bq+r$, $a = b+1000$, $r = 95$ $\Big\}$ $b+1000 = bq+95$

$$905 = bq-b \rightarrow \underbrace{905}_{181\times 5} = b(q-1) \xrightarrow{b>95} b = 181,\ q = 5+1 = 6$$

توسط اثبات بازگشتی، ثابت کنید: اگر x و y و z سه عدد حقیقی باشند، آنگاه:

$$x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx$$

$$\longleftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2 \geq 2xy+2yz+2zx \geq 0$$

$$\longleftrightarrow x^2-2yx+y^2+x^2-2zx+z^2+y^2-2yz+z^2 \geq 0$$

$$\longleftrightarrow (x-y)^2+(x-z)^2+(y-z)^2 \geq 0$$ بدیهی است

هر یک از موارد زیر را در حالت کلی ثابت کنید:

الف)

$$(a|b \wedge a|c) \Rightarrow a|b\pm c$$

$b = ak$, $c = ak'$ $\Big\}$ $b\pm c = a(k\pm k')$ $\quad t$

$$\rightarrow b\pm c = at \rightarrow a|b\pm c$$

www.kanoon.ir

ب)

$(a|b \ , b\neq 0) \Rightarrow |a| \leq |b|$ $\qquad b = a \times k \ , \ k \in \mathbb{Z}$

$b \neq 0 \longrightarrow k \neq 0 \Rightarrow |k| \geq 1 \xrightarrow{\times |a|} |k| \times |a| \geq |a| \rightarrow |b| \geq |a|$

$|ak|$

اگر عددی مانند k در مجموعه اعداد صحیح باشد به طوری که $5|4k+1$ ، ثابت کنید:

$25 \mid 16k^2+28k+6$

اثبات: $5|4k+1$ $\xrightarrow{\times 5}$ $25|20k+5$ $\xrightarrow{\text{توان ۲}}$ $25|16k^2+8k+1$

$\Rightarrow 25|16k^2+8k+20k+1+5$

$\rightarrow 25|16k^2+28k+6$

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است. درست

ب) صفر هر عدد غیر صفر را می‌شمارد. یعنی $a\neq 0$ $0|a$ نادرست، زیرا: $a \neq k \times 0$ ($a \neq 0$)

ج) از اینکه $a|b+c$ همواره میتوان نتیجه گرفت که $a|c$ یا $a|b$. نادرست، برای مثال: $7|14+8$ ($7|14$, $7 \nmid 8$)

د) از اینکه $a|bc$ میتوان نتیجه گرفت که حداقل یکی از دو عدد c و b را عاد می‌کند. نادرست. برای مثال: $6|2\times 3$ ($6 \nmid 2$, $6 \nmid 3$)

ثابت کنید اگر $p\geq 5$ عددي اول باشد، آن گاه به یکی ازدو صورت $p=4k+3$ یا $p=4k+1$ نوشته می شود.

افراز $\mathbb{Z}$:

$a = 4k$ حتما مضربی از ۴ است و اول نیست

$a = 4k+1$

$a = 4k+2$ حتما زوج است و اول نیست

$a = 4k+3$

$\Rightarrow$ بنابراین اعداد اول در دسته‌های دوم یا چهارم قرار می‌گیرند.