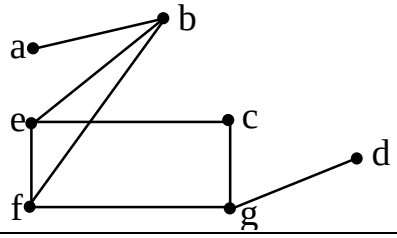
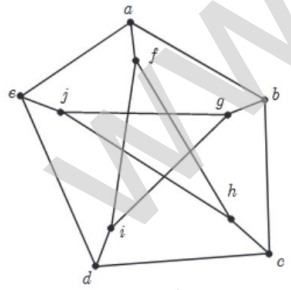
باسمه تعالی

سوالات امتحان شبه نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه :**دوازدهـم**	نوبت: **صبح**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: **۲ صفحه**	تاریخ امتحان: **/ ۰۱ /۱۴۰۲**	مدت امتحان: **۱۰۰ دقیقه**
پاسخ سوالات را در پاسخنامه وارد کنید	طراح سوال: فاطمه جلال‌کمالی ـ دبیر ریاضی متوسطه دوم ناحیه یک زاهدان		

ردیف	سوالات	نمره
۱	ثابت کنید اگر k حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $۴k+۱$ مربع کامل است.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) گرافی را که تنها از یک ..... تشکیل شده باشد با P_n نمایش می‌دهیم. ب) گراف ۳-منتظم مرتبه ۶ دارای ..... یال است. پ) اگر $\Delta = \delta$ باشد، گراف ..... نامیده می‌شود. ت) حداقل ..... تا عددطبیعی باید داشته باشیم تا مطمئن باشیم،جمع دوتا از آنهاحتما زوج می‌شود.	۱
۳	اگر باقیمانده تقسیم عدد a بر ۷ برابر ۶ باشد، در این صورت باقیمانده تقسیم $۲a+۳$ بر ۱۴ را بیابید.	۱/۲۵
۴	اگر در یک سال ۶ مرداد ماه پنجشنبه باشد، ۱۹ بهمن ماه همان سال چه روزی است.	۱/۲۵
۵	به چند طریق می‌توان یک کیسه ۹۲ کیلویی را با وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد.	۱/۵
۶	در گراف زیر موارد خواسته شده را بنویسید. الف) $N_{\overline{G}}[C]$. ب) یک دور به طول ۵ بنویسید. پ) اندازه گراف $\overline{G}$ را تعیین کنید. 	۱/۵
۷	الف) گرافی رسم کنید که عدد احاطه‌گری آن $\left\lceil \frac{n}{\Delta+۱} \right\rceil$ نباشد. ب) گرافی رسم کنید که عدد احاطه‌گری آن $\left\lceil \frac{n}{\Delta+۱} \right\rceil$ باشد.	۱/۵
۸	با توجه به گراف زیر، الف) با نوشتن راه حل عدد احاطه گری گراف را بیابید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال معرفی کنید که احاطه گر مینیموم نباشد. 	۱/۵
۹	با اضافه کردن ۳۰ یال به گراف ۶-منتظم، گراف کامل درست می‌شود، مرتبه این گراف را بدست آورید.	۱/۵
۱۰	می‌خواهیم ۵ کلاس یازدهمی و ۷ کلاس دوازدهمی، کنار هم قرار دهیم بطوریکه کلاس یازدهمی‌ها کنار هم باشند.به چند روش انجام این کار امکان‌پذیر است.	۱
۱۱	چند جایگشت با ارقام ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ داریم که ارقام زوج و فرد، یکی درمیان باشند.	۱
۱۲	با حروف کلمه «**انـتـخـابـات**» چند کلمه ۸ حرفی می‌توان ساخت.	۱
۱۳	معادله‌ی $x_۱+x_۲+x_۳+x_۴+x_۵+x_۶=۱۳$ که در آن $x_۵=۴$, $x_۳>۳$ چند جواب صحیح نامنفی دارد.	۱/۲۵

www-kanoon-ir

۱۴	تاثیر ۳ کودِ نوع اول(باشماره‌های ۱تا ۳) و ۳ کودِ نوع دوم(باشماره‌های ۱ تا ۳) قرار است در سه ماه مختلف روی محصول سه زمین مختلف بررسی شود. برنامه‌ای برای استفاده کودها ارائه دهید تا ترکیب هر دو نوع کود دقیقا یکبار مورد آزمایش قرار گیرد بعلاوه آنکه هر نوع کود در هر زمین و در هر ماه دقیقا یکبار استفاده شود.	**۱/۲۵**
۱۵	چند عدد طبیعی مانند n که $۱ \leq n \leq ۴۰۰$ وجود دارد، بطوریکه بر هیچ یک از اعداد ۲ و ۳ و ۵ بخش‌پذیر نباشد.	**۱/۲۵**
۱۶	درون یک مربع به ضلع واحد، ۱۰ نقطه انتخاب می‌کنیم. ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این ۱۰ نقطه کمتر از $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$ است.	**۱/۲۵**
	پیروز و سربلند باشید جمع نمره	**۲۰**

www-kanoon-ir

امتحان ریاضیات گسسته ۲ ریاضی فیزیک استان زاهدان علامه صفتکار

۱- الف) $k=a(a+1)=a^2+a$ $\quad 4(a^2+a)+1=4a^2+4a+1=(2a+1)^2$ ← مربع کامل است

۲- الف) مسیر همیلتونی ب) $\frac{4\times 4}{2}=9$

پ) منتظم ت) ۳

۳-

باقی‌مانده آن بر ۴ برابر یک است $\quad 14q+1=14q+15=2a+3$ $\quad 2a=14q+12 \longrightarrow a=7q+6$

۴- ۲۵ روز از مرداد ۳۱ روز شهریور ۳۰ روز مهر ۳۰ روز آبان ۳۰ روز آذر و ۱۹ روز دی همین فاصله این دو تاریخ است

$25+31+30+30+30+19=165\equiv 4$

۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰
ج	د	ی	ش	ج	پ	د

عدد ۶ متناظر با چهارشنبه است.

۵- اگر تعداد وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی را به ترتیب x و y در نظر بگیریم تعداد جواب‌های نامنفی معادله $3x+5y=92$ جواب مسئله است.

$y\equiv 1 \longrightarrow y=3k+1$ $\quad 2y\overset{3}{\equiv}2$ $\quad 5y\overset{3}{\equiv}92$ $\quad 3x+5y=92$

$3x+5(3k+1)=92 \longrightarrow x=-5k+29$

$k=0\begin{cases} y=1 \\ x=29 \end{cases}$ $\quad k=1\begin{cases} y=4 \\ x=24 \end{cases}$ $\quad k=2\begin{cases} y=7 \\ x=19 \end{cases}$ $\quad k=3\begin{cases} y=10 \\ x=14 \end{cases}$

$k=4\begin{cases} y=13 \\ x=9 \end{cases}$ $\quad k=5\begin{cases} y=16 \\ x=4 \end{cases}$

بازای (۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ = k) برای x و y جواب‌ها نامنفی هستند.

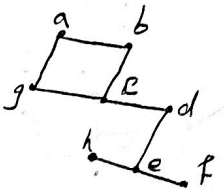
www-kanoon-ir

۶ - الف) با بررسی درجات رئوس گراف G داریم $\{۴,۴,۳,۳,۲\} = [G]_N$

ب) $\{۴,۴,۳,۳,۲\} \neq \{۴,۴,۳,۳,۲\}$

پ) تعداد یال‌های گراف G ۸ است تعداد یال‌های گراف کامل n رأسی برابر $\frac{n(n-1)}{2}$ است بنابراین اندازه گراف $\overline{G}$ برابر $۲۱ - ۸ = ۱۳$ است

۷ - الف)



درجه گراف $\left[\frac{n}{۵+۱}\right]$ برابر $۲ = \left[\frac{۸}{۴}\right]$ است اما برای احاطه این گراف حداقل ۳ راس لازم است.

ب)



درجه این گراف $\left[\frac{n}{۵+۱}\right]$ برابر $۲ = \left[\frac{۵}{۴}\right]$ است و با دو راس $\{a, c\}$ گراف احاطه می‌شود بنابراین عدد احاطه‌گری این گراف ۲ است.

۸ - الف) در این گراف $n = ۱۰$ و $۵ = ۳$ است بنابراین $۳ = \left[\frac{۱۰}{۴}\right]$ است و عدد احاطه‌گری ۳ یا بزرگتر از آن است و چون مجموعه‌ای مانند $\{e, g, h\}$ وجود دارد که به طور کامل گراف را احاطه می‌کند و ۳ عضوی است عدد احاطه‌گری این گراف ۳ است.

ب) $\{c, n, o\}$، هر مجموعه احاطه‌گری که تعداد عضوهایش بیش‌تر از ۳ باشد و با حذف هر یک از اعضایش دیگر احاطه‌گر نباشد جواب است

۹ -

تعداد یال‌های گراف ۶ منتظم : $\frac{۶p}{۲} = ۳p$

تعداد یال‌های گراف کامل : $\frac{p(p-1)}{۲} = ۳p + ۳۰$

$p^۲ - p = ۶p + ۶۰$

$p^۲ - ۷p - ۶۰ = ۰$

$p \to -۵۰ \text{ ق}$

$p \to ۱۲$ ← مرتبه این گراف

۱۰ -

۵ یازدهمی ۷ دوازدهمی

تعداد کل حالت‌های جابه‌جایی ۱۲ است که برای ۵ یازدهمی ۵! حالت وجود دارد بنابراین ← $۵! \times ۷!$

www.kanoon.ir

۱۱- $!۳ \times !۴$ → حالات جابه‌جایی اعداد زوج

$!۴$ ↓ حالات جابه‌جایی اعداد فرد

$\overline{ص}$ ز $\overline{ص}$ ز $\overline{ص}$ ز $\overline{ص}$

۱۲- حروف تکراری ← ۲ حرف ت (!۲) ، ۳ حرف الف (!۳)

کل حالات ← !۸

$$\frac{!۸}{!۲ \times !۳}$$

۱۳-

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 = ۱۳ \qquad n_5 \geq ۲ \qquad n_3 = n'_3 + ۴$$

$$n_1 + n_2 + n'_3 + ۴ + n_4 + ۲ + n_6 = ۱۳$$

$$n_1 + n_2 + n'_3 + n_4 + n_6 = ۵$$

$$\binom{۹}{۴} = \frac{!۹}{!۴ \times !۵} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶}{۴ \times ۳ \times ۲} = ۱۲۶$$

۱۴- دو مربع لاتین متعامد ۳×۳ هستند

۱	۲	۳
۳	۲	۱
۲	۱	۳

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

⇓

۱۲	۳۱	۲۳
۲۴	۲۲	۱۱
۲۱	۱۳	۳۲

۱۵-

$$|\overline{A \cup B \cup C}| = |S| - |A \cup B \cup C| = |S| - |A + B + C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + A \cap B \cap C|$$

A → اعداد بخش‌پذیر ۲

B → اعداد بخش‌پذیر ۳

C → اعداد بخش‌پذیر ۵

$$|S| = ۴۰۰ \qquad |A| = \left[\frac{۴۰۰}{۲}\right] = ۲۰۰ \qquad |B| = \left[\frac{۴۰۰}{۳}\right] = ۱۳۳$$

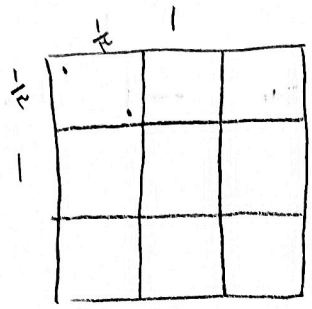
$$|C| = \left[\frac{۴۰۰}{۵}\right] = ۸۰ \qquad |A \cap B| = \left[\frac{۴۰۰}{۶}\right] = ۶۶ \qquad |A \cap C| = \left[\frac{۴۰۰}{۱۰}\right] = ۴۰$$

$$|B \cap C| = \left[\frac{۴۰۰}{۱۵}\right] = ۲۶ \qquad |A \cap B \cap C| = \left[\frac{۴۰۰}{۳۰}\right] = ۱۳$$

$$|\overline{A \cup B \cup C}| = ۴۰۰ - (۲۰۰ + ۱۳۳ + ۸۰ - ۶۶ - ۴۰ - ۲۶ + ۱۳) = ۱۰۶$$

www-kanoon-ir

۱۶ - اگر مربع را به ۹ مربع کوچک تقسیم کنیم حداقل ۲ نقطه در یک مربع قرار می‌گیرد فاصله این دو نقطه از قطر مربع کم‌تر است چون اضلاع مربع‌های کوچک $\frac{1}{3}$ است قطر آنها $\frac{\sqrt{2}}{3}$ خواهد بود بنابراین ۲ نقطه وجود دارد که فاصله آنها کم‌تر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.



معلوم شد کار