نام و نام خانوادگی: نام منطقه/ناحیه: نام دبیرستان: نام دبیر:	بسمه تعالی **اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی** **اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری**	محل مهر آموزشگاه

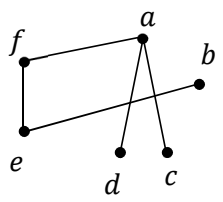
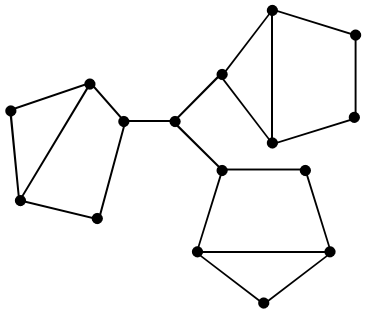
آزمون شبه نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	تعداد صفحه: **۲**
پایه **دوازدهم** دوره دوم متوسطه نظری	تاریخ امتحان : **۱۴۰۲/۱/۲۶**	مدت امتحان : **۱۲۰ دقیقه**	شماره کلاس:

ردیف	دانش آموزان گرامی سوالات در ۲ صفحه و شامل ۱۴ سوال می باشد.	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید: الف) عدد احاطه گری گراف K_6 برابر است. ب) اگر n عدد اول باشد، آنگاه 2^n+1 نیز عددی اول است.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید: الف) باقی مانده تقسیم عدد ۴۳۷۹۵۶ بر ۱۱ برابر با ..... است. ب) معادله $x_1+x_2+x_3=11$ در عددهای صحیح نامنفی دارای ..... جواب است.	۱
۳	در هر سوال گزینه صحیح را انتخاب کنید: ۳-۱) رقم یکان عدد $(1!+3!+5!+\cdots+25!)(2!+4!+\cdots+26!)$ کدام است؟ الف) ۲ ب) ۳ ج) ۵ د) ۸ ۳-۲) در یک کلاس ۶۵ نفری، بیشترین مقدار n به گونه ای که مطمئن باشیم حداقل n نفر دارای ماه تولد یکسان هستند، کدام است؟ الف) ۵ ب) ۶ ج) ۷ د) ۸	۱
۴	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n، n^2-5n+8 عددی زوج است.	۱/۵
5	برای هر سه عدد حقیقی x، y و z درستی نامساوی زیر را به کمک اثبات بار گشتی بررسی کنید. $x^2+4y^2+z^2\geq 4x-4y-2z-6$	۱/۲۵
۶	اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $b\mid a+2$، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $2a^2+b^2+5$ بر ۸ را بیابید.	۱/۵
۷	معادله هم نهشتی $83x\equiv 25 \pmod 3$ را در صورت امکان حل کرده و مجموعه جواب آن را بدست آورید.	۱/۵

www-kanoon-ir

نام و نام خانوادگی: نام منطقه/ناحیه: نام دبیرستان: نام دبیر:	بسمه تعالی **اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی** **اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری**	محل مهر آموزشگاه

آزمون شبه نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	تعداد صفحه: **۲**
پایه **دوازدهم** دوره دوم متوسطه نظری	تاریخ امتحان : **۱۴۰۲/۱/۲۶**	مدت امتحان : **۱۲۰ دقیقه**	شماره کلاس:

۸	گراف مقابل را در نظر گرفته و به سوال های زیر پاسخ دهید: الف) درجه رأس a در گراف مکمل چند است؟ ب) دو مسیر متفاوت از a به e نوشته و طول هر کدام را مشخص کنید؟ پ) گراف مکمل را رسم کنید. 	۱/۷۵
۹	به سوالات زیر با ذکر دلیل پاسخ دهید: الف) فرض کنید G گرافی از مرتبه ۱۱ و اندازه ۵۱ باشد گراف G حداقل چند رأس از درجه ماکزیمم دارد؟ ب) به یک گراف $5-$ منتظم از مرتبه ۱۲ چند یال اضافه کنیم تا به گرافی کامل تبدیل شود؟	۱ ۱
۱۰	عدد احاطه گرای گراف مقابل را با ذکر راه حل تعیین کنید. 	۲
۱۱	فرض کنید A یک مربع لاتین از مرتبه ۴ باشد. به چند طریق می توان دو خانه از A را انتخاب کرد که مجموع عددهای این دو خانه برابر ۴ باشد؟	۱/۲۵
۱۲	به چند طریق می توان هشت توپ یکسان را در پنج جعبه مختلف قرارداد به طوری که دقیقاً دو جعبه خالی بماند؟	۱/۵
۱۳	در بین عددهای طبیعی ۱ تا ۳۰۰ $(1 \leq n \leq 300)$ چند عدد وجود دارد که بر ۵ بخش پذیر باشند ولی بر ۳ بخش پذیر نباشند؟	۱/۵
۱۴	چند تابع پوشا از مجموعه $A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 5 \text{ و } 4 \text{ و } 7\}$ به روی مجموعه $\{3 \text{ و } 6 \text{ و } 9\}$ وجود دارد که شامل زوج مرتب $(5 \text{ و } 3)$ باشند؟	۱/۷۵

www-kanoon-ir

راهنمای تصحیح	بسمه تعالی **اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی** **اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری** **شبه نهایی پایه دوازدهم**	نام درس : **ریاضیات گسسته** تاریخ : **۱۴۰۲/۰۱/۲۶** نوبت : **شبه نهایی**

ردیف	همکاران گرامی پاسخ سوالات در ۴ صفحه می باشد .	بارم
۱	الف) درست زیرا گراف K_6 یک گراف کامل از مرتبه ۶ می باشد، پس هر رأس به ۵ رأس دیگر متصل است، بنابراین در این گراف عدد احاطه گری ۱ می باشد. ب) نادرست زیرا با یک مثال نقض می توان نادرستی این رابطه را ثابت کرد، زیر با قرار دادن عدد ۳ به جای n خواهیم داشت $2^3 + 1 = 9$ که عدد۹اول نیست	۰/۵
۲	الف) چون $2 < 11$ است پس باقی مانده تقسیم همان ۲ است $437965 \equiv 6 - 5 + 9 - 7 + 3 - 4 \equiv 2$ (روی 11) ب) $x_1 + x_2 + x_3 = 11$ و $n = 1$ و $k = 3$ ⇒ تعداد جواب ها $= \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{13}{2} = \frac{13\times12}{2} =$ 78	۱
۳	۳-۱) گزینه الف: زیرا می دانیم $n! \equiv 0$ (روی 10) و $n \geq 5$؛ پس: $\left(\underbrace{1!}_{1} + \underbrace{3!}_{6} + \underbrace{5! + \cdots + 25!}_{0}\right)\left(\underbrace{2!}_{2} + \underbrace{4!}_{24} + \underbrace{6! + \cdots + 26!}_{0}\right) \equiv (7)\ \underbrace{(26)}_{6} \equiv 42 \equiv 2$ (روی 10) ۳-۲) گزینه ب زیرا از آن جایی که تعداد ماه های سال (تعداد لانه ها)، برابر ۱۲ است؛ پس طبق اصل لانه کبوتری، جواب عبارت است: $65 \mid 12$ $60 \mid 5 \rightarrow^{+1} 5 + 1 = 6$ 5	۱
۴	$n = 2k \Rightarrow A = n^2 - 5n + 8 = (2k)^2 - 5(2k) + 8 = 4k^2 - 10k + 8 = 2(2k^2 - 5k + 4) = 2q$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ پس A زوج است. ۰/۲۵ $n = 2k - 1 \Rightarrow A = (2k-1)^2 - 5(2k-1) + 8 = 4k^2 - 4k + 1 - 10k + 5 + 8$ $= 4k^2 - 14k + 14$ $= 2\underbrace{(2k^2 - 7k + 7)}_{q'} = 2q'$ ۰/۲۵ پس A زوج است ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱/۵
۵	$x^2 + 4y^2 + z^2 - 4x + 4y + 2z + 6 \geq 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + (4y^2 + 4y + 1) + (z^2 + 2z + 1) \geq 0$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ $\Leftrightarrow (x-2)^2 + (2y+1)^2 + (z+1)^2 \geq 0$ ۰/۲۵ نامساوی مقابل همواره برقرار بوده و طبق برگشت پذیر بودن این روابط حکم مسأله ثابت است ۰/۲۵	۱/۲۵

www-kanoon-ir

راهنمای تصحیح	بسمه تعالی **اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی** **اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری** **شبه نهایی پایه دوازدهم**	نام درس : **ریاضیات گسسته** تاریخ : **۱۴۰۲/۰۱/۲۶** نوبت : **شبه نهایی**

۶ (۱/۵)

چون a فرد است، (۰/۲۵) پس $a+2$ نیز فرد می باشد و با توجه به اینکه $a+2$ بر b بخش پذیر است بنابراین b نیز عددی فرد است، (۰/۲۵) زیرا عدد فرد $a+2$ بر عدد زوج b نمی تواند بخش پذیر باشد. از طرفی می دانیم مربع هر عدد فرد به صورت $8k+1$ است، پس داریم: (۰/۵)

$a^2 = 8q+1$ و $b^2 = 8q'+1$ و $2a^2+b^2+5 = 2(8q+1)+8q'+1+5 = 16q+2+8q'+6$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

$= 16+8q'+8 = 8(2q+q'+1) = 8k \rightarrow$ صفر = باقی مانده

۰/۲۵

۷ (۱/۵)

$83x \equiv 25 \Rightarrow (83-27\times 3)x \equiv 25-3(7) \Rightarrow 2x \equiv 4 \xrightarrow{(2,3)=1} x \equiv 2 \Rightarrow x-2 = 3k$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

$\Rightarrow x = 3k+2$

۰/۲۵

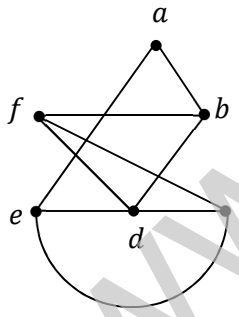
۸ (۱/۷۵)

الف) $deg_G(a)+deg_{\bar{G}}(a) = p-1 \Rightarrow 3+deg_{\bar{G}}(a) = 6-1 \Rightarrow deg_{\bar{G}}(a) = 2$

۰/۷۵

ب) $afe \longrightarrow 2 =$ طول مسیر و $acbe \longrightarrow 3 =$ طول مسیر ۰/۵

پ) ۰/۵



۹

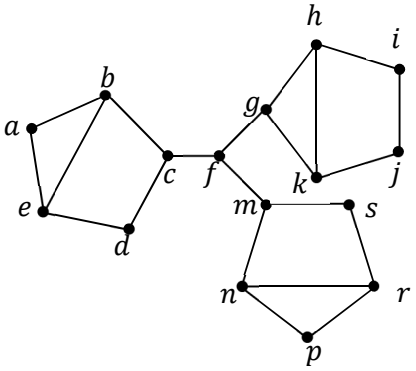
الف) اندازه گراف کامل از مرتبه ۱۱ برابر $\binom{11}{2} = 55$ (۰/۲۵) است بنابراین G با حذف چهار یال از گراف k_{11} به دست می آید. (۰/۲۵) درجه همه رأس ها در k_{11} برابر ۱۰ است حذف چهار یال درجه حداکثر هشت رأس از گراف را می تواند کم کند، (۰/۲۵)بنابراین G حداقل سه رأس درجه ۱۰ دارد. (۰/۲۵) (۱)

ب) اندازه گراف ۵ − منتظم از مرتبه ۱۲ برابر $\frac{12\times 5}{2} = 30$ (۰/۵) و اندازه گیری کامل از مرتبه ۱۲ برابر $\binom{12}{2} = 66$ (۰/۲۵) است. بنابراین پاسخ برابر $66-30 = 36$ (۰/۲۵) است. (۱)

www-kanoon-ir

راهنمای تصحیح	بسمه تعالی **اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی** **اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری** **شبه نهایی پایه دوازدهم**	نام درس : **ریاضیات گسسته** تاریخ : **۱۴۰۲/۰۱/۲۶** نوبت : **شبه نهایی**

۱۰ (۲)



$n = 16$ و $\Delta = 3 \Rightarrow Y \geq \left[\frac{16}{3+1}\right] \Rightarrow Y \geq 4$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

از بین رأس های a، b، c، d، e و f حداقل دو رأس باید انتخاب شود. از بین رأس های g، h، i، j و k حداقل دو رأس باید انتخاب شود. از بین رأس های m، s، r، p و n نیز حداقل دو رأس انتخاب شود. پس داریم: $r \geq 6$ $\boxed{I}$ (۰/۷۵)

$\{c$ و e و k و i و n و $s\} \Rightarrow r \leq 6 \xrightarrow{\boxed{I}} r = 6$ ۰/۲۵ = یک مجموعه احاطه گر

۰/۲۵

۱۱ (۱/۲۵)

در مربع لاتین A هر یک از عددهای ۱، ۲، ۳ و ۴؛ چهار بار ظاهر شده اند بنابراین برای انتخاب دو خانه از A که مجموع آن ها برابر ۴ باشد، باید دو خانه شامل عدد ۲ یا دو خانه شامل عددهای ۱ و ۳ را انتخاب کنیم در نتیجه پاسخ برابر است با:

$$\underbrace{\binom{4}{2} + \binom{4}{1} \times \binom{4}{1}}_{1} = 6 + 4 \times 4 = 6 + 16 = 22$$ ۰/۲۵

۱۲ (۱/۵)

ابتدا دوتا از پنج جعبه را انتخاب و کنار می گذاریم. تعداد راه های توزیع هشت توپ در سه جعبه باقی مانده به طوری که در هر کدام حداقل یک توپ قرار بگیرد برابر تعداد جواب های صحیح و مثبت معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 8$ یعنی برابر $\binom{7}{2}$ است در نتیجه پاسخ برابر است با

$$\binom{5}{2} \times \binom{7}{2} = 10 \times 21 = 210$$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

۱۳ (۱/۵)

A : عددهای بخش پذیر بر 5 و $S = \{1$ و 2 و 3 و ... و $300\} \Rightarrow |A| = \left[\frac{300}{5}\right] = 60$ ۰/۲۵

B : عددهای بخش پذیر بر 3 ۰/۲۵

$A \cap B$: عددهای بخش پذیر بر 15 $\Rightarrow |A \cap B| = \left[\frac{300}{15}\right] = 20$ ۰/۲۵

$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 60 - 20 = 40$ ۰/۷۵

۱۴ (۱/۷۵)

$|S| = 3 \times 3 \times 1 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$ ۰/۲۵ = کل تابع های شامل زوج مرتب $(5$ و $3)$

به دلیل حضور داشتن زوج مرتب عضو ۳ از مجموعه B پوشیده شده است، پس داریم:

$|A_1| = 2^4 = 16$ ۰/۲۵ = تعداد تابع های شامل $(3$ و $5)$ که 6 در برد آنها نیست

$|A_2| = 2^4 = 16$ ۰/۲۵ = تعداد تابع های شامل $(3$ و $5)$ که 9 در برد آنها نیست

www-kanoon-ir

راهنمای تصحیح	بسمه تعالی **اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی** **اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری** **شبه نهایی پایه دوازدهم**	نام درس : **ریاضیات گسسته** تاریخ : **۱۴۰۲/۰۱/۲۶** نوبت : **شبه نهایی**

	$\|A_1 \cap A_2\| = 1^4 = 1$ ۰/۲۵ = تعداد تابع های شامل $\left(3 \text{ و } 5\right)$ که 6 و 9 در برد آنها نیست $\|\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2\| = \|\overline{A_1 \cup A_2}\| = \|S\| - \|A_1 \cup A_2\| = \|S\| - \|A_1\| - \|A_2\| + \|A_1 \cap A_2\|$ $= 81 - 16 - 16 + 1 = 50$ ۰/۷۵	
	((نظر همکاران محترم در تصحیح صائب می باشد.))	