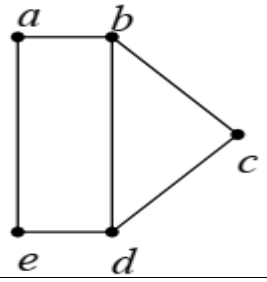
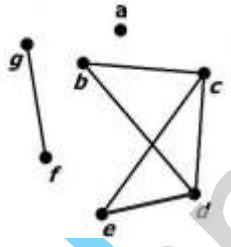
سوالات درس ریاضی گسسته	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان کهگیلویه و بویراحمد معاونت آموزش متوسطه سؤلات شبه نهایی فروردین ۱۴۰۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۱/۲۸ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه تعداد سئوالات : ۱۷ تعداد صفحات : ۲
دوازدهم ریاضی		

ردیف	سؤالات	بارم
۱	درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید: الف) اگر x و y هر دو گنگ باشند آنگاه $x+y$ گنگ است ب) اگر a فرد باشد، $8\|a^2-1$ ج)دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد. د) اگر $ac \overset{m}{\equiv} bc$ و $(c,m)=1$ آنگاه $a \overset{m}{\equiv} b$.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: الف) حاصل $[m^3,(m^2,m^5)]$ برابر.....است. ب)اگر G گرافی n رأسی باشد. مقدار $q(G)+q(\overline{G})$ برابر است با ..... ج) اگر $a\|bc$ و $(a,b)=1$ آنگاه ..... د) گراف C_6 تنها یک .....رأسی است.	۱
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید اگر $a>0$ آنگاه $a+\frac{1}{a}\geq 2$.	۱
۴	اگر a عددی صحیح و فرد، $b\|a+2$ در این صورت باقیمانده‌ی تقسیم عدد a^2+b^2+3 بر ۸ را بیابید.	۱,۲۵
۵	اگر $a\neq 0$ عدد صحیح و دو عدد $7m+6$ ، $6m+5$ بر a بخشپذیر باشند. ثابت کنید: $a=\mp 1$.	۱
۶	آخرین رقم سمت راست عدد 7^{103}را بدست آورید.	۱
۷	در یک دفتر پستی فقط تمبرهای ۵۰ و ۹۰ ریالی وجود دارد. برای چسپاندن تمبر روی یک بسته‌ی پستی که نیاز به ۸۵۰ ریال تمبر دارد، از هر کدام از تمبرهای فوق به چه مقدار لازم است.	۱,۵
۸	آیا گرافی وجود دارد که دنباله‌ی درجات رئوس آن ۰، ۱، ۱، ۳، ۳، ۴، ۵ باشد؟ چرا؟	۱
۹	اگر در یک گراف ۶-منتظم با مرتبه p و اندازه q، داشته باشیم: $q-2p=16$، مقادیر p و qرا بیابید.	۱

www.kanoondars.ir

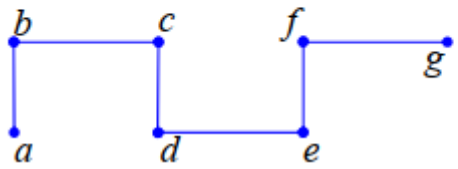
۱۰	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید، سپس ادعای خود را ثابت کنید.  	۱
	صفحه ۱ ادامه سؤالات در صفحه بعد	
ردیف	ادامه سؤالات درس ریاضی گسسته دوازدهم ریاضی	بارم
۱۱	گراف G شکل زیر را در نظر بگیرید: الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول ۴ بنویسید.  ج) دو مسیر به طول ۳ با شروع از رأس b بنویسید. د) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.	۱,۵
۱۲	گرافی رسم کنید که عدد احاطه‌گر آن $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.	۱
۱۳	قرار است ۴ مهندسی کامپیوتر با ۴ کامپیوتر مختلف روی ۴ نرم افزار متفاوت در ۴ روز اول هفته کار کنند به طوری که هر مهندس با هر کامپیوتر و هر نرم افزار دقیقا یک بار کار کند و نیز هر نرم افزار در هر کامپیوتر دقیقا یک بار استفاده شود. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.	۱,۵
۱۴	با ارقام ۵ و ۶ و ۷ و ۷ و ۵ و ۷ چه تعداد کد ۶ رقمی می توان نوشت.	۱
۱۵	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که، از گل نوع سوم فقط سه شاخه و از گل نوع چهارم دستکم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم.	۱,۷۵
۱۶	چند عدد طبیعی مانند n، به طوری که $1 \leq n \leq 630$، وجود دارد که بر هیچ یک از عداد ۳ و ۵ بخش پذیر نباشند.	۱,۵
۱۷	از ۴۰۰ دانش آموز یک مدرسه، حداقل چند نفر در یک ماه سال متولد شده‌اند؟ چرا؟	۱
جمع	صفحه ۲ موفق و سربلند باشید.	۲۰

www.kanoon.ir

کلید جواب سؤالات ریاضی گسسته دوازدهم ریاضی	بسمه تعالی	شماره صندلی:
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان کهگیلویه و بویراحمد آموزش متوسطه دوم سؤالات هماهنگ استانی شبه نهایی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه تعداد سؤالات ۱۷ تعداد صفحات: ۳

ردیف	کلید جواب سؤالات	بارم
۱	الف) نادرست ب) درست ج) درست د) درست	۱
۲	الف) m^3 ب) $\frac{n(n-1)}{2}$ ج) $a\|b$ د) دور n رأسی	۱
۳	$a+\frac{1}{a}\geq 2 \Leftrightarrow a^2+1\geq 2a$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2-2a+1\geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (a-1)^2\geq 0$ (۰/۲۵) همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می‌باشد. (۰/۲۵)(مثال اول صفحه۷)	۱
۴	چون a عددی صحیح و فرد است، لذا وجود دارد یک عدد صحیح مانند n که $a=2n+1$. از طرفی چون $b\|a+2$ پس $b\|(2n+1)+2$ یا $b\|2n+3$. از اینجا معلوم می شود که b عددی فرد است. پس وجود دارد یک عدد صحیح مانند m که $b=2m+1$. در نهایت خواهیم داشت. $a^2+b^2+3=(2n+1)^2+(2m+1)^2+3=4n^2+4n+1+4m^2+4m+1+3$ $=\underbrace{4n(n+1)}_{2k_1}+\underbrace{4m(m+1)}_{2k_2}+5=8k_1+8k_2+5=8(k_1+k_2)+5=8k+5$ یعنی باقی مانده‌ی عدد a^2+b^2+3 بر ۸ برابر ۵ است.	۱.۲۵
۵	$\left.\begin{array}{l} a\|7m+6 \xrightarrow{\times 6} a\|42m+36 \\ a\|6m+5 \xrightarrow{\times 7} a\|42m+35 \end{array}\right\} \rightarrow a\|(42m+36)-(42m+35)$ $\rightarrow a\|1 \rightarrow a=\pm 1$	۱
۶	باقی مانده‌ی تقسیم هر عدد طبیعی بر ۱۰ برابر آخرین رقم سمت راست آن است. $49\overset{10}{\equiv}-1\rightarrow 7^2\overset{10}{\equiv}-1\rightarrow (7^2)^{50}\overset{10}{\equiv}(-1)^{50}\rightarrow 7^{100}\overset{10}{\equiv}1\rightarrow 7^{100}\times 7^3\overset{10}{\equiv}1\times 7^3$ $\rightarrow 7^{103}\overset{10}{\equiv}7^3 \xrightarrow{7^2\overset{10}{\equiv}-1\rightarrow 7^2\times 7\overset{10}{\equiv}-1\times 7\rightarrow 7^3\overset{10}{\equiv}-7\rightarrow 7^3\overset{10}{\equiv}-7+10(1)\rightarrow 7^3\overset{10}{\equiv}3} 7^{103}\overset{10}{\equiv}3$	۱
۷	$90x+50y=850 \xrightarrow{\div 10} 9x+5y=85 \rightarrow y=\frac{85-9x}{5}=\frac{85-10x+x}{5}=17-2x+\frac{1}{5}x$ $\frac{1}{5}x=k\rightarrow x=5k \qquad y=17-2x+\frac{1}{5}x=17-10k+k=17-9k$ $\begin{cases} x=5k \\ y=17-9k \end{cases}$ $k=0 \xrightarrow{\begin{cases} x=5k \\ y=17-9k \end{cases}} \begin{cases} x=0 \\ y=17 \end{cases}$ و $k=1 \xrightarrow{\begin{cases} x=5k \\ y=17-9k \end{cases}} \begin{cases} x=5 \\ y=8 \end{cases}$	۱.۵

www-kanoon-ir

ردیف		بارم
۸	خیر، زیرا این گراف ۵ رأس درجه‌ی فرد دارد، در حالی که تعداد رئوس درجه‌ی فرد باید زوج باشد.	۱
۹	$\begin{cases} q-۲p=۱۶ \\ ۲q=۶p \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q-۲p=۱۶ \\ q=۳p \end{cases} \rightarrow ۳p-۲p=۱۶ \rightarrow p=۱۶ \quad , \quad q=۴۸$	۱
۱۰	به سادگی معلوم است که مجموعه‌ی دو عضوی $\{a,c\}$ یک مجموعه‌ی احاطه گر است. بنابراین عدد احاطه گری این گراف کوچکتر یا مساوی۲ است. یعنی $\gamma(G) \leq ۲$ امّا اگر $\gamma(G)=۱$، یعنی یک رأس در گراف G وجود دارد که به تنهایی تمام رئوس دیگر را احاطه کرده است (به تمام رئوس وصل است). یعنی رأسی با درجه‌ی ۴ در گراف وجود دارد که با توجه به گراف G می بینیم که چنین رأسی وجود ندارد و لذا $\gamma(G)>۱$. بنابراین $۱<\gamma(G)\leq ۲$ و لذا $\gamma(G)=۲$	
۱۱	الف) $\Delta(G)=۳$, $\delta(G)=۰$ (۰/۵) ب) b cedb (۰/۲۵) پ) bcde یا bdec یا bced یا bdce دو مورد هر کدام (۰/۲۵) ت) $N_G(f)=\{g\}$ (۰/۲۵) (ص۴۱)	۱.۵
۱۲	درگراف $P_۷$ عدد احاطه گری برابر $\left\lceil \frac{۷}{۲+۱} \right\rceil = ۳$ 	۱
۱۳	کافی است دو مربع لاتین متعامد از مرتبه‌ی۴ تشکیل دهیم. فرض کنید که w نام مهندس ها و اعداد نوع کامپیوتر و حروف لاتین نوع نرم افزار باشند. در این صورت چون دو مربع لاتین زیر متعامد هستند، پس از تلفیق آنها مربع جدیدی حاصل می شود که جواب مسئله است. $A=$ (شنبه: ۲ ۳ ۴ ۱؛ یکشنبه: ۳ ۲ ۱ ۴؛ دوشنبه: ۴ ۱ ۲ ۳؛ سه شنبه: ۱ ۴ ۳ ۲) ستون‌ها: $w_۱ w_۲ w_۳ w_۴$ $B=$ (شنبه: b c d a؛ یکشنبه: d a b c؛ دوشنبه: a d c b؛ سه شنبه: c b a d) ستون‌ها: $w_۱ w_۲ w_۳ w_۴$ $A\Theta B=$ (شنبه: ۲b ۳c ۴d ۱a؛ یکشنبه: ۳d ۲a ۱b ۴c؛ دوشنبه: ۴a ۱d ۲c ۳b؛ سه شنبه: ۱c ۴b ۳a ۲d) ستون‌ها: $w_۱ w_۲ w_۳ w_۴$	۱.۵
	صفحه۲ ادامه در صفحه بعد	

www-kanoon-ir

۱۴

$$\text{تعداد کدها} \binom{۶}{۲,۳,۱} = \frac{۶!}{۲!\times ۳!\times ۱!} = ۶۰$$

۱۵ — ۱.۷۵

$$x_۱+x_۲+x_۳+x_۴+x_۵=۱۶ \quad x_۳=۳ \; x_۴\geq ۳ , x_۵\geq ۵ \; (۰/۵) \xrightarrow{x_۴=y_۴+۳,\; x_۵=y_۵+۵}$$

$$x_۱+x_۲+۳+y_۴+۳+y_۵+۵=۱۶ \; (۰/۲۵) \quad x_۱+x_۲+y_۴+y_۵=۵ \quad x_i\geq ۰ , y_۵\geq ۰ \; (۰/۲۵) \rightarrow$$

$$\binom{۵+۴-۱}{۴-۱}=۵۶ \; (۰/۷۵)$$

(ص۷۱)

۱۶ — ۱.۵

$$S=\{n\in N \mid ۱\leq n\leq ۶۳۰\}$$

$$|\overline{A\cup B}|=|s|-|A\cup B|=|s|-|A|-|B|+|A\cap B| \; (۰/۲۵)$$

$$|s|=۶۳۰(۰/۲۵) \; , |A|=۲۱۰ \; (۰/۲۵) , |B|=۱۲۶ \; (۰/۲۵) \; , |A\cap B|=۴۲ \; (۰/۲۵)$$

(ص۸۳)

$$\Rightarrow |\overline{A\cup B}|=۳۳۶ \; (۰/۲۵)$$

۱۷ — ۱

می دانیم که هر سال۱۲ماه است، اگر دانش آموزان را به منزله‌ی کبوتر و ماه های سال را به منزله‌ی لانه در نظر بگیریم وچون $۴۰۰>۱۲$ پس با توجه به تقسیم زیر و با در نظر گرفتن اصل لانه کبوتری حداقل ۳۴ نفر در یک ماه سال متولد شده اند.

$$\begin{array}{r|l} ۴۰۰ & ۱۲ \\ \hline ۳۹۶ & ۳۳ \\ \hline ۴ & \end{array}$$

$$۳۳+۱=۳۴$$