باسمه تعالی

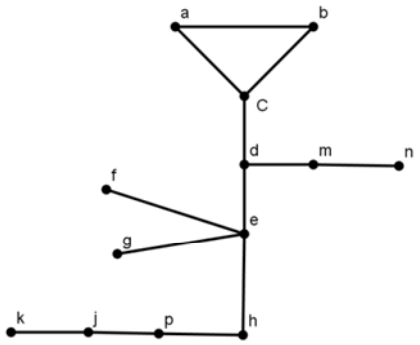
سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی و فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه : ۲
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲		اداره کل آموزش و پرورش فارس	

ردیف	سؤالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۱	کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟ الف) برای هر عدد طبیعی n آنگاه $2^n + 3$ عددی اول است. ب) اگر $a\|b$ و $a\|c$ آنگاه $a\|bc$. پ) معادلهٔ سیاله $ax + by = c$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a , b)\|c$.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عبارت های مناسب تکمیل کنید. الف) اگر $a\in\mathbb{Z}$ حاصل $\left([2a^2 و 4a^3] و 16a^4\right)$ برابراست با ..... . ب) دو مربع لاتین ۲ ×۲ متعامد وجود ..... پ) تعداد تابع‌های یک به یک از یک مجموعه‌ای ۲ عضوی به یک مجموعهٔ ۶ عضوی برابر است با	۰/۷۵
۳	اگر $\sqrt{2}$ گنگ و $\frac{a}{3}$ گویا باشند با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{2} + \frac{a}{3}$ گنگ است.	۱
٤	ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x و y داریم: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x + y) \geq 4$	۱
۵	اگر ۱۲ اردیبهشت در یک سال دوشنبه باشد، با استفاده از همنهشتی تعیین کنید ۱۷ شهریور ماه در همان سال چه روزی از هفته است؟	۰/۷۵
٦	به چند طریق می‌توان با ۳۹۰۰۰ تومان تعدادی مداد ۲۰۰۰ تومانی و خودکار ۵۰۰۰ تومانی خرید. تمام حالت‌های ممکن را با تشکیل معادله سیاله خطی بدست آورید.	۱/۲۵
۷	گراف G با مجموعهٔ رأس‌های $V(G) = \{a و b و c و d و e و f\}$ و مجموعه یال‌های $E(G) = \{ab و ac و af و bd و de و df و fc\}$ را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) گراف را رسم کنید. ب) $N_G[d]$ را مشخص کنید. پ) گراف مکمل را رسم کنید. ت) یک زیر گراف با مرتبه ۴ را رسم کنید.	۲
۸	در گراف G درجه همه رئوس ۴ و $q = 3p - 8$ می باشد. مرتبه و اندازه این گراف را به دست آورید.	۱
۹	گراف C_7 را رسم کرده و عدد احاطه گری آن را مشخص کنید	۱/۲۵

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

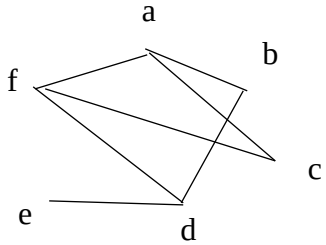
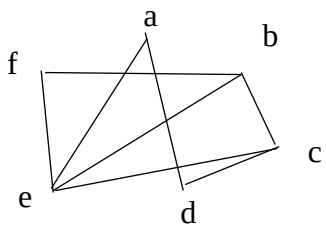
سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی و فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه : ۲
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲		اداره کل آموزش و پرورش فارس	

۱۰	الف) گراف همبند را تعریف کنید ب) یک گراف ناهمبند 3 - منتظم مرتبه ۸ و اندازه ۱۲ رسم کنید	۱/۲۵
۱۱	با توجه به گراف مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد. ب) عدد احاطه‌گری گراف را مشخص کنید و ادعای خود را ثابت کنید. 	۱/۵
۱۲	تعداد حالاتی که می‌توانیم ۹ نفر را در سه اتاق دو نفره، سه نفره و چهار نفره جای دهیم را به دست آورید	۱
۱۳	با استفاده از گل‌های مریم، رز و میخک چند دسته گل شامل ۸ شاخه می‌توان درست کرد به طوری که: الف) محدودیتی در استفاده از هر نوع گل نداشته باشیم؟ ب) حداقل سه شاخه گل رز استفاده شود؟	۲
۱۴	قرار است در یک تعمیرگاه ۳ مکانیک خودرو، در ۳ روز مختلف، روی ۳ سمند و ۳ پژو متفاوت، جهت تعمیر کار کنند. برنامه ای برای این تعمیرگاه بنویسید که تداخلی در تعمیر خودرو ها و روزها ایجاد نشود.	۱/۵
۱۵	چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 400$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲، ۳ و ۵ پخش‌پذیر نباشند؟	۱/۵
۱۶	در یک همایش حداقل چند نفر حاضر باشند تا مطمئن شویم، حداقل ۱۳ نفر آنها ماه و روزهای هفتهٔ تولدشان یکی است؟	۱/۵
	موفق باشید **جمع نمرات**	۲۰

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

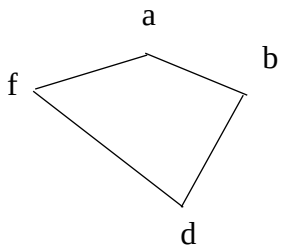
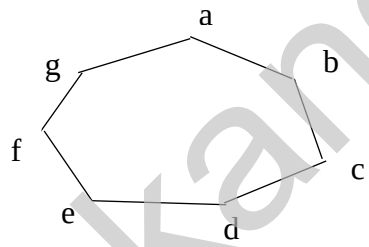
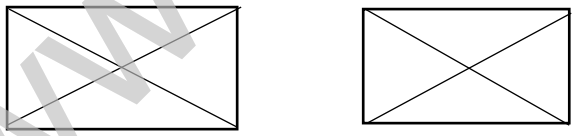
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه – اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره
۱	الف) نادرست ۰/۲۵ ب) درست ۰/۲۵ پ) نادرست ۰/۲۵	۰/۷۵
۲	الف) $\lvert ۴a^۳ \rvert$ ۰/۲۵ ب) ندارد ۰/۲۵ پ) ۳۰ ۰/۲۵	۰/۷۵
۳	برهان خلف اگر $\sqrt{۲}+\frac{a}{۳}$ گنگ نباشد پس گویاست ۰/۲۵ و داریم $\sqrt{۲}+\frac{a}{۳}=k \to \sqrt{۲}=-\frac{a}{۳}+k$ ۰/۵ که طرف چپ تساوی عدد گنگ و طرف راست تساوی عددی گویاست و این تناقض است پس فرض خلف باطل و حکم نادرست است ۰/۲۵	۱
۴	$\left(\frac{۱}{x}+\frac{۱}{y}\right)(x+y) \geq ۴ \to ۱+\frac{y}{x}+\frac{x}{y}+۱ \geq ۴ \to \frac{y}{x}+\frac{x}{y} \geq ۲ \to y^۲+x^۲-۲xy \geq ۰ \to$ $(x-y)^۲ \geq ۰$ همیشه درست ۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱
۵	$۱۹+۳۱+۳۱+۳۱+۱۷=۱۲۹ \to ۱۲۹ \equiv ۲ \pmod ۷$ پنج شنبه ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۰/۷۵
۶	$۲۰۰۰x+۵۰۰۰y=۳۹۰۰۰ \to ۲x+۵y=۳۹ \to ۲x \equiv ۳۹ \pmod ۵ \to x \equiv ۲ \pmod ۵ \to x=۵k+۲$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ $y=۷-۲k \to k=۰ \to \begin{cases} x=۲ \\ y=۷ \end{cases}$ ۰/۲۵ $k=۱ \to \begin{cases} x=۷ \\ y=۵ \end{cases}$ و $k=۲ \to \begin{cases} x=۱۲ \\ y=۳ \end{cases}$ و $k=۳ \to \begin{cases} x=۱۷ \\ y=۱ \end{cases}$ ۰/۲۵	۱/۲۵
۷	الف) ۰/۵  ب) $N_G[d]=\{b,e,d,f\}$ ۰/۵ پ) ۰/۵  	۲

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه – اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره
	ت) ۰/۵ 	
۸	$r=۴ \rightarrow \begin{cases} q=۳p-۸ \\ ۴p=۲q \end{cases}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ P=۸ ۰/۲۵ q=۱۲	۱
۹	رسم ۰/۵  $D=\{b,e,g\}$ احاطه گر مینیمم ۰/۲۵ $\gamma \geq \left\lceil \frac{۷}{۳} \right\rceil = ۳$ ۰/۲۵ پس عدد احاطه گری ۳ می باشد ۰/۲۵	۱/۲۵
۱۰	الف) گرافی که بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد ۰/۷۵ ب) ۰/۵ 	۱/۲۵
۱۱	الف) ۰/۵ $D=\{b,m,g,h,j,f\}$ ب) از بین رئوس a,b,c راس c هر سه را احاطه می کند از بین رئوس d,m,n راس m هر سه را احاطه می کند ۰/۲۵ از بین رئوس f,g,e,k راس e هر سه را احاطه می کند از بین رئوس h,p,j راس j هر سه را احاطه می کند ۰/۲۵ پس عدد احاطه گری ۴ یا بیشتر از ۴ می باشد ۰/۲۵ مجموعه احاطه گر مینیمم $D=\{c,m,e,j\}$ می باشد پس عدد احاطه گزی ۴ می باشد ۰/۲۵	۱/۵

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه – اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره
۱۲	$\binom{۹}{۴}\binom{۵}{۳}\binom{۲}{۲} = ۱۲۶۰$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱
۱۳	الف) $\binom{۸+۳-۱}{۳-۱} = \binom{۱۰}{۲} = ۴۵$ ۱نمره ب) $\binom{۵+۳-۱}{۳-۱} = \binom{۷}{۲} = ۲۱$ ۱ نمره	۲
۱۴	<table><tr><td></td><td>$M_۱$</td><td>$M_۲$</td><td>$M_۳$</td></tr><tr><td>$R_۱$</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>$R_۲$</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>$R_۳$</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr></table> سه مکانیک (M) در سه روز (R) روی سه سمند کار می کنند ۰/۵ <table><tr><td></td><td>$M_۱$</td><td>$M_۲$</td><td>$M_۳$</td></tr><tr><td>$R_۱$</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>$R_۲$</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>$R_۳$</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table> سه مکانیک در سه روز روی سه پژو کار می کنند ۰/۵ <table><tr><td></td><td>$M_۱$</td><td>$M_۲$</td><td>$M_۳$</td></tr><tr><td>$R_۱$</td><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>$R_۲$</td><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr><tr><td>$R_۳$</td><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr></table> سه مکانیک در سه روز روی سه سمند و سه پژو بصورت مربع لاتین بالا کار می کنند ۰/۵	۱/۵
۱۵	$\lvert B \cup C \cup D\rvert = \lvert B\rvert + \lvert C\rvert + \lvert D\rvert - \lvert B \cap C\rvert - \lvert B \cap D\rvert - \lvert D \cap C\rvert + \lvert B \cap C \cap D\rvert$ ۰/۲۵ $= ۲۰۰ + ۱۳۳ + ۸۰ - ۶۶ - ۴۰ - ۱۵ + ۱۳ = ۳۰۵$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ $\lvert B' \cap C' \cap D'\rvert = \lvert A\rvert - \lvert B \cup C \cup D\rvert = ۴۰۰ - ۳۰۵ = ۹۵$ ۰/۲۵	۱/۵
۱۶	۸۴ لانه داریم که می خواهیم حداقل ۱۳ کبوتر در یک لانه جای بگیرد پس ۱۰۰۹ کبوتر باید داشته باشیم ۰/۷۵ $(۱۳-۱)۸۴ + ۱ = ۱۰۰۹$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱/۵
	همکاران محترم برای روشهای دیگر بارم را به نسبت تقسیم نمایید **جمع نمره**	۲۰

www.kanoon.ir

۱- الف) نادرست ب) درست پ) درست

۲- الف) $4a^3$ $4a^3 = (4a^3 \text{و} 16a^4)$ $4a^3 = [4a^3 \text{و} 2a^2]$ ب) ندارد

پ) $6 \times 5 = 30$

۳- فرض می‌کنیم $\frac{a}{3} + \sqrt{2}$ گویا است (فرض خلف) می‌دانیم تفریق دو عدد گویا عددی گویا است:

$$\left(\sqrt{2} + \frac{a}{3}\right) - \frac{a}{3} = \sqrt{2} \longrightarrow$$

$\sqrt{2}$ باید گویا باشد که خلاف فرض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود.

۴-

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x+y) \geq 4 \iff \left(1 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1\right) \geq 4 \iff \left(\frac{x^2+y^2}{xy} + 2\right) \geq 4$$

$$(x^2+y^2+2xy) \geq 4xy \iff x^2+y^2-2xy \geq 0 \iff (x-y)^2 \geq 0$$

همواره برقرار است

۵- ۱۹ روز در اردیبهشت ۳۱ روز خرداد ۳۱ روز تیر ۳۱ روز مرداد و ۱۷ روز شهریور فاصله ۱۱۲ اردیبهشت تا ۱۷ شهریور است.

$$19 + 31 + 31 + 31 + 17 \equiv 3 \pmod 7$$

ح	س	ب
۰	۱	(۳)

۳ متناظر با پنجشنبه است.

۶- اگر x و y را به ترتیب تعداد خودکارها و مدادها فرض کنیم حل این مسئله معادل تعداد جواب‌های نامنفی $5000x + 2000y = 39000$ است.

$$5000x + 2000y = 39000$$

$$5x + 2y = 39 \qquad 5x \equiv 39 \pmod 2 \qquad x \equiv 1 \pmod 2 \qquad x = 2k+1$$

$$5(2k+1) + 2y = 39 \qquad 10k - 34 = -2y \qquad y = -5k + 17$$

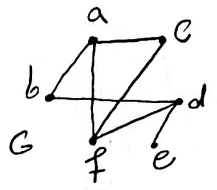
$$k=0 \begin{cases} x=1 \\ y=17 \end{cases} \quad k=1 \begin{cases} x=3 \\ y=12 \end{cases} \quad k=2 \begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases} \quad k=3 \begin{cases} 7 \\ y=2 \end{cases}$$

به ازای ($k = 0$ و ۱ و ۲ و ۳) برای x و y جواب‌ها نامنفی هستند.

www-kanoon.ir

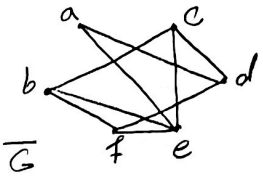
۷-

الف)



ب) همسایگی رأس d $\quad N_G[d] = \{d, b, e, f\}$

پ)



ت)



هر گراف دیدی با ۴ راس از راس های گراف G که یال های آن زیرمجموعه یال های گراف G باشد جواب است.

۸- مرتبه $\longrightarrow p = ۸$ $\qquad 2p = ۱۶ \qquad 4p = 2(3p-8) \qquad \sum_{i=1}^{p} \deg u_i = 2q$

اندازه $\longrightarrow q = 3p-8 = 24-8 = ۱۶$

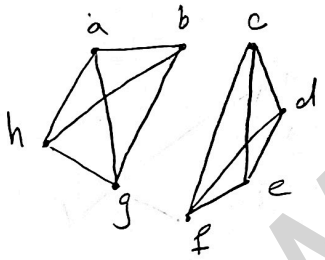
۹- گراف C_7 گرافی است که تنها از یک دور ۷ راسی تشکیل شده است

عدد احاطه گری این گراف ۴ است



۱۰- الف) گراف G راهبندی نامیم هرگاه بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد

ب) هر گرافی که ۸ راس و ۱۲ یال داشته باشد و درجه تمام راس هایش ۳ باشد و بین حداقل ۲ راس آن مسیری وجود نداشته باشد جواب است



۱۱- الف) $\{C_5, C_6, C_7, K_4\}$ هر مجموعه دیدی که تعداد عضوهایش از عدد احاطه گری گراف بیشتر یا باشد و با حذف هر یک از راس هایش دیگر احاطه گر نباشد جواب است.

ب) با توجه به رابطه $\lceil \frac{n}{\Delta+1} \rceil \leq \gamma(G) \leq \lceil \frac{13}{4} \rceil$ ، $4 \geq \gamma(G) \geq 4$ است و با توجه به این که مجموعه $\{C_5, C_6, C_7\}$ یک مجموعه احاطه گر است عدد احاطه گری این گراف ۴ است.

www-kanoon-ir

۱۲-

$$\frac{9!}{4! \times 3! \times 2!}$$

کل جایگشت‌های ۹ نفر $9!$ است چون جابه‌جایی دو نفری که در اتاق ۲ نفره هستند و سه نفر و چهار نفر در اتاق ۳ نفره و چهار نفره حالت جدیدی تولید نمی‌کند جایگشت‌های بی‌اثر $\rightarrow 4! \times 3! \times 2!$ است

روش دوم:

$$\binom{9}{2} \times \binom{7}{3} \times \binom{4}{4} = \frac{9!}{2! \times 7!} \times \frac{7!}{3! \times 4!} \times 1 = \frac{9!}{2! \times 3! \times 4!}$$

۱۳- الف)

n = تعداد شاخه‌ها $= 8$

k = انواع گل $= 3$

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

ب)

$$\binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$x_1 = x_1' + 3$ $\quad x_1 \geq 3$ $\quad x_1 + x_2 + x_3 = 8$

$x_1' + 3 + x_2 + x_3 = 8$

$x_1' + x_2 + x_3 = 5$

۱۴- حاصل دو مربع لاتین متعامد 3×3 است

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

⇓

۱۲	۳۱	۲۳
۳۳	۲۲	۱۱
۲۱	۱۳	۳۲

۱۵-

A ← اعدادی که بر ۲ بخش‌پذیرند

B ← اعدادی که بر ۳ بخش‌پذیرند

C ← اعدادی که بر ۵ بخش‌پذیرند

$$|\overline{A \cup B \cup C}| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

$$|S| - (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|)$$

$|S| = 400$ $\quad |A| = \left[\frac{400}{2}\right] = 200$ $\quad |B| = \left[\frac{400}{3}\right] = 133$ $\quad |C| = \left[\frac{400}{5}\right] = 80$

$|A \cap B| = \left[\frac{400}{6}\right] = 66$ $\quad |A \cap C| = \left[\frac{400}{10}\right] = 40$ $\quad |B \cap C| = \left[\frac{400}{15}\right] = 26$

$|A \cap B \cap C| = \left[\frac{400}{30}\right] = 13$ $\quad |\overline{A \cup B \cup C}| = 400 - (200 + 133 + 80 - 66 - 40 - 26 + 13) = \underline{106}$

www-kanoon-ir

۱۹ -

هفته ماه
۱۲ × ۷ = ۸۴

در این مسئله $k+1=13$ است یعنی $k=12$ است تعداد دانه‌ها ۸۴ است پس تعداد دانش آموزها حداقل می‌باید

$$kn+1 = 12\times 84+1 = 1009$$