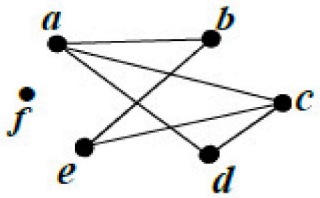
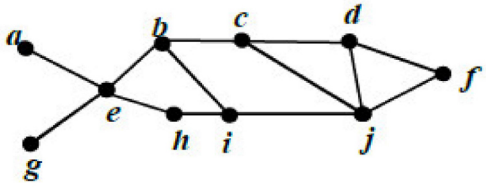
پایه: **دوازدهم دوره دوم متوسطه**	**رشته: ریاضی-فیزیک**	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
سئوالات امتحان شبه نهایی درس: **ریاضیات گسسته**		**تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/ ۱۳**	
نام و نام خانوادگی:		ساعت شروع :	

ردیف	سئوالات	نمره
۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل‌ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش‌پذیر است. ب) هیچ عدد صحیحی مانند x و y وجود ندارند که رابطه $x^۲ + y^۲ = (x + y)^۲$ برقرار باشد. ج) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است . د)معادله هم‌نهشتی $ax \overset{m}{=} b$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a , b)\|m$.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. الف) a و b اعدادی صحیح و a مخالف صفر است. اگر $a\|b$ آن‌گاه عدد ..... شمارنده عدد .....است. ب) m عددی صحیح است. حاصل $(۲m , ۶m^۳)$ برابر با ..... است. - $c = [a , b]$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) .....ج ۲)..... د ... , $\forall m > ۰$	۱
۳	اگر b و a دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی ثابت کنید: $a^۲ + ۱ \geqslant b\,(۲ - b)$	۱
۴	اگر a عددی صحیح و فرد باشدو $b\|a+۲$ در این صورت باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $(a^۲ + b^۲ + ۱۲)$ بر ۸ را بیابید.	۱
۵	به چند طریق می‌توان ۲۹۰۰۰ تومان را به اسکناس‌های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد؟	۱
۶	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) مرتبه گراف نشان‌دهنده تعداد ..... گراف می‌باشد. ب) اگر یک یال، یک رأس را به خود آن رأس وصل کند، این یال را ..... می‌نامیم. ج) دو یال را ..... می‌نامیم هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها را به هم متصل کند. د) گراف G را ..... می‌نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.	۱
۷	گراف G که به صورت مقابل است را درنظر بگیرید. الف) بزرگ‌ترین درجه در گراف $\overline{G}$ مربوط به کدام رأس و چند است؟ ب) دوری به طول ۵ برای رأس a بنویسید. ج) این گراف چند یال نیاز دارد تا گراف کامل شود . 	۱
۸	عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید 	۱/۵

www-kanoon-ir

۹	الف) یک گراف ۶ رأسی که چند ۷- مجموعه با اندازه یک داشته باشد رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که فقط یک ۷- مجموعه با اندازه دو داشته باشد رسم کنید. ج) دوگراف ۲- منتظم ۱۲ رأسی بکشید که دریکی عدد احاطه‌گری آن کم‌ترین ودردیگری بیشترین مقدار ممکن باشد.	۲
۱۰	الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه‌گر دلخواه غیر مینمال را می توان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه‌احاطه‌گر مینمال تبدیل کرد؟ ب)با رسم P_6 یک مجموعه احاطه گر مینیمال غیر می نیمم بنویسید .	۱/۵
۱۱	در هر مورد عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید .. الف) مجموع درایه‌های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر با (۲۵ - ۱۵) است. ب) تعداد مربع لاتین ۳×۳ (۱۲ - ۹) می باشد . ج) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر (۶ - ۱۲) است. د) تعداد عدد شش رقمی باارقام ۱و۲و۲و۳و۳و۳ برابر (۷۲۰ - ۶۰) می باشد.	۱
۱۲	به چند طریق می‌توان از ۵ نوع گل ۱۰ شاخه انتخاب کرد به‌طوری که از انواع اول فقط یک گل و از نوع دوم بیشتر از ۲ گل انتخاب کرد؟	۱/۵
۱۳	اگر داشته باشیم $A=\{۱, ۲, ۳, ۴\}$ و $B=\{۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$، در این صورت چند کد رمز ۵ رقمی می‌توان نوشت که هریک شامل دو رقمِ (متمایز) از A و سه رقمِ (متمایز) از B باشد؟	۱
۱۴	قرار است سه کارگر W_1, W_2, W_3 در سه روز متوالی با سه ماشین نخ‌ریسی و با ۳ نوع الیاف کار کنند، به گونه‌ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار رفته باشد. برای این منظور برنامه‌ریزی کنید	۱/۵
۱۵	مجموعه‌ی اعداد $A=\{۱, ۲, \ldots, ۸۴\}$ را درنظر می‌گیریم. نشان دهید هر زیرمجموعه‌ی ۴۴ عضوی از A دارای حداقل ۲ عضو است که مجموعشان برابر با ۸۶ باشد.	۱/۵
۱۶	مطلوب است تعداد اعداد سه رقمی که درهریک از آن‌ها هرکدام از ارقام ۲ و ۹ حداقل یک‌بار ظاهر شده‌باشند.	۱/۵
	تلاش جادویی است که موفقیت را می سازد.	۲۰

www-kanoon-ir

پایه: **دوازدهم دوره دوم متوسطه**	**رشته: ریاضی - فیزیک**	تعداد صفحه:	مدت امتحان:
سئوالات امتحان شبه نهایی درس: **ریاضیات گسسته**		**تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۱۳**	
نام و نام خانوادگی:		ساعت شروع :	

ردیف		بارم

راهنمای تصحیح

۱ — الف) درست ب) نادرست ج) نادرست د) نادرست — **هر مورد ۰/۲۵** — بارم: ۱

۲ — الف) عدد a شمارنده عدد b ب) $2|m|$ ج) $a|c , b|c$ د) $a|m , b|m \Rightarrow c \le m$ — **هرمورد ۰/۲۵** — بارم: ۱

۳ — $a^2 + 1 \ge b(2 - b) \Leftrightarrow a^2 + 1 \ge 2b - b^2 \Leftrightarrow a^2 + 1 - 2b + b^2 \ge 0$ (۰/۲۵)

$\Leftrightarrow a^2 + (1 - b)^2 \ge 0$ (۰/۲۵)

درستی عبارت فوق بدیهی است، تمامی روابط برگشت‌پذیر می‌باشند در نتیجه حکم برقرار است. (۰/۲۵) — بارم: ۱

۴ — $x = \text{فرد} \Rightarrow x^2 = 8q+1 \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2+12 = (8q+1)+(8q'+1)+12 = 8(q+q')+8+6 \Rightarrow r = 6 \\ a , b = \text{فرد} \end{cases}$ (۰/۲۵ ، ۰/۲۵ ، ۰/۲۵)

بارم: ۱

۵ — تعداد اسکناس‌های ۲۰۰۰ تومانی را x و تعداد اسکناس‌های ۵۰۰۰ تومانی را y درنظر می‌گیریم. بنابراین:

$2000x + 5000y = 29000 \xrightarrow{\div 1000} 2x + 5y = 29$ (۰/۲۵)

$5y \equiv 29 \Rightarrow 5y \equiv 29 - 12 \times 2 = 5 \xrightarrow{\div 5} y \equiv 1 \Rightarrow y = 2k+1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{2x + 5y = 29}$

$2x + 5(2k+1) = 29 \Rightarrow x = -5k + 12$ (۰/۲۵)

k	۰	۱	۲
$y = 2k+1$: تعداد اسکناس‌های ۵۰۰۰ تومانی	۱	۳	۵
$x = -5k+12$: تعداد اسکناس‌های ۲۰۰۰ تومانی	۱۲	۷	۲

$\Rightarrow$ (۰/۲۵) به ۳ طریق می‌توان خرد کرد

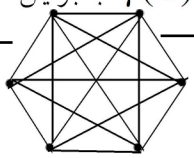
بارم: ۱

۶ — الف) رئوس ب) طوقه ج) مجاور د) همبند — **هر مورد ۰/۲۵** — بارم: ۱

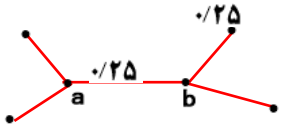
۷ — الف) رأس f و ۵ (۰/۲۵) پ) a b e c d a (۰/۲۵) ج) درگراف کامل مرتبه ۶ تعداد یال ها $(6\times5)/2 = 15$ (۰/۲۵)

تعدادیال های این گراف ۶ پس $15-6 = 9$ یال نیاز دارد . (۰/۲۵) — بارم: ۱

۸ — طبق قضیه داریم $\gamma(G) \ge 2 = \left\lceil \frac{10}{4+1} \right\rceil$ (۰/۵) . از طرفی مجموعه $D = \{e , j\}$ (۰/۵) یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G) \le 2$. بنابراین $\gamma(G) = 2$. (۰/۵) — بارم: ۱/۵

۹ — الف)  (۰/۲۵) مجموعه احاطه‌گری آن هر راس می تواند باشد .شش مجموعه احاطه گر می نیمم دارد .

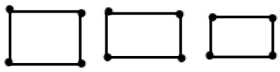
ب) در گراف مقابل مجموعه احاطه‌گری $\{a , b\}$ است. (۰/۲۵)



ج) در گراف C_{12} (۰/۲۵) عدد احاطه گری ۴ که کمترین است یا ۴ تا مثلث یا هر گراف دیگر با این ویژگی که عدد (۰/۲۵)

بارم: ۲

www.kanoon.ir

	احاطه گری آن ۴ باشد کمترین ودر شکل زیر یا مشابه های آن عدد احاطه گری ۶ که بیشترین است  ۰/۲۵ عدداحاطه گری ۲ + ۲ + ۲ = ۶ ۰/۲۵	
۱/۵	الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه‌گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که با حذف آنها مجموعه احاطه‌گر مینمال باقی می‌ماند. ۰/۲۵ بنا بر این عضوی مانند a_1 را در نظر میگیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه گر بماند آن را حذف می‌کنیم ۰/۲۵ در غیر این‌صورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام میدهیم. ۰/۲۵ ب) ۰/۵  $A = \{1, 3, 5\}$ ۰/۲۵ یا $B = \{2, 4, 6\}$	۱۰
۱	الف) ۱۵ = ۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱ ب) ۱۲ ج) ۶ د) ۶۰ هر مورد ۰/۲۵	۱۱
۱/۵	x_i = تعداد هر شاخه $\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \xrightarrow[x_2 > 2]{x_1 = 1} x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6$ ۰/۵ جواب حسابی $\longrightarrow \binom{6 + 4 - 1}{4 - 1} = \binom{9}{3} = 84$ ۰/۲۵	۱۲
۱	$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} \times 5! = 7200$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱۳
۱/۵	برای برنامه‌ریزی دو مربع لاتین متعامد در نظر بگیریم. مربع A مربوط به ماشین‌ها و مربع B مشخص‌کننده الیاف است. (سوال ۱۴ ص ۷۲) W_1 W_2 W_3 روز اول ۱ ۳ ۲ روز دوم ۳ ۲ ۱ = A ۰/۵ روز سوم ۲ ۱ ۳ W_1 W_2 W_3 روز اول ۲ ۱ ۳ روز دوم ۳ ۲ ۱ = B ۰/۵ روز سوم ۱ ۳ ۲ $\Rightarrow$ W_1 W_2 W_3 روز اول ۱۲ ۳۱ ۲۳ روز دوم ۳۳ ۲۲ ۱۱ روز سوم ۲۱ ۱۳ ۳۲ ۰/۵ عدد سمت چپ هر در آیه نشان‌دهنده ماشین و عدد سمت راست آن مشخص‌کننده نوع الیاف است.	۱۴
۱/۵	اعداد مجموعه‌ی A در ۴۱ قفس به شکل زیر افراز می‌کنیم: $\{2, 84\}, \{3, 83\}, \{4, 82\}, \dots, \{42, 44\}$ ۰/۵	۱۵

www-kanoon-ir

	۰/۵ یک مجموعه ۴۴ عضوی $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ $\{\square, ۱, ۴۳, ۴۲, \ldots, ۵, ۴, ۳, ۲\}$ دو عضو ۱ و۴۳ زوجی ندارند که مجموع ۸۶ را سازد با ۴۱ عضو اول زوج مرتب ها وحداقل یک عضواز اعداد۴۴ تا ۸۶ در کل یک مجموعه با حداقل ۴۴ عضو ۰/۵ طبق اصل لانه کبوتری، حداقل دو کبوتر از یک لانه برداشته خواهند شد، یعنی حداقل دو عدد در زیرمجموعه وجود دارند که مجموع آن‌ها ۸۶ است.	
۱/۵	حالت مطلوب، اعداد ۳ رقمی‌ای هستند که فاقد ۲ یا فاقد ۹ نباشند. ارقامی که می‌توانیم استفاده کنیم از صفر تا ۹ هستند یعنی ۱۰ تا. A: اعداد سه رقمی فاقد ۲ $\rightarrow |A|=۸\times ۹\times ۹=۶۴۸$ ۰/۲۵ B: اعداد سه رقمی فاقد ۹ $\rightarrow |B|=۸\times ۹\times ۹=۶۴۸$ ۰/۲۵ $A\cap B$: اعداد سه رقمی فاقد ۲و ۹ $\rightarrow |A\cap B|=۷\times ۸\times ۸=۴۴۸$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ حالا چون کل سه رقمی‌ها ۹۰۰ تا هستند: $(۱۰\times ۱۰\times ۹)$ پس طبق اصل شمول و عدم شمول خواهیم داشت: $|\overline{A}\cap\overline{B}|=|S|-(|A|+|B|-|A\cap B|)=۹۰۰-(۶۴۸+۴۴۸)=۵۲$ ۰/۵	۱۶

. همکار محترم لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم بفرمایید