باسمه تعالی

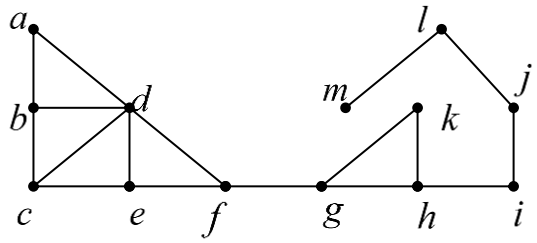
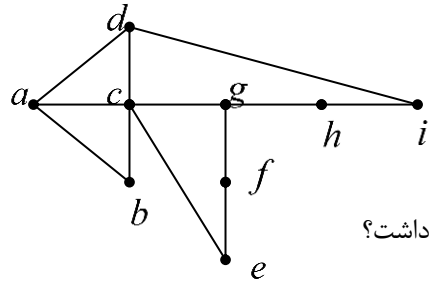
سوالات آزمون شبه نهایی درس **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: ۲	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۹۰ دقیقه**
سوالات آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد). توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) بلامانع است.	نمره
۱	**درستی یا نادرستی هر یک از جمله‌های زیر را مشخص کنید.** الف) مربع و مکعب هر عدد فرد، عددی فرد است. ب) مرتبه گراف G بزرگ‌تر از ۵ و درجه هر راس این گراف، عددی بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است. در این صورت، می‌توان نتیجه گرفت که گراف G همبند است. پ) عدد احاطه‌گری یک گراف برابر با یک است. در این صورت آن گراف کامل است. ت) حاصل‌ضرب درجه راس‌های گراف G از مرتبه ۲۷ با $\gamma(G)=3$ می‌تواند عددی فرد باشد. ث) می‌توان دو مربع لاتین از مرتبه ۵ ساخت، به طوری که این دو مربع لاتین متعامد باشند.	۱/۲۵
۲	**جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.** الف) حاصل $[(8,-12),-10]$ برابر با ..... است. (نماد ( ) ب.م.م و نماد [ ] ک.م.م است.) ب) گراف ۶ راسی ۳- منتظم، دارای ..... یال است. پ) می‌دانیم v یکی از راس‌های گراف G است. اگر $N_G[v]$ و $N_{\bar{G}}[v]$ به ترتیب دارای ۵ و۸ عضو باشند، آن‌گاه مرتبه گراف G برابر ..... است. ت) در یک گراف از مرتبه ۸ با $\Delta=4$، حداقل ..... راس، برای احاطه همه رئوس این گراف لازم است. ث) قصد داریم ۵ کتاب مختلف را بین ۶ نفر توزیع کنیم به طوری که به هر نفر حداکثر یک کتاب برسد. در این صورت تعداد راه‌های ممکن برابر با ..... است.	۱/۲۵
۳	**گزینه صحیح را انتخاب کنید.** الف) رقم یکان $(1!+3!+\ldots+19!)(2!+4!+\ldots+20!)$ کدام است؟ ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۸ ب) با ارقام ۵ ، ۶ ، ۶ ، ۵ ، ۷ ، ۷ چند کد شش رقمی می‌توان نوشت؟ ۱) ۲۴ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰	۰/۵
۴	با استفاده از روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز)، برای هر دو عدد حقیقی x و y ثابت کنید: $x^2+y^2-xy+1\geq x+y$	۱/۲۵
۵	فرض کنید a یک عدد صحیح است. ثابت کنید $3\mid a^3-a$.	۱
۶	با استفاده از روابط هم‌نهشتی، باقی‌مانده تقسیم عدد 13^{1404} بر عدد ۱۷ را به‌دست آورید. (نوشتن راه‌حل الزامی است.)	۱/۵
۷	با تشکیل معادله سیاله و تبدیل آن به معادله هم‌نهشتی، مشخص کنید، به چند طریق می‌توان کیسه برنج ۲۹ کیلوگرمی را با استفاده از وزنه‌های ۲ و ۵ کیلوگرمی وزن کرد؟ (وزنه‌های ۲ و ۵ کیلوگرمی به تعداد کافی موجود هستند.)	۱/۵
۸	گراف G با راس‌های $V(G)=\{a,b,c,d,e,f\}$ و یال‌های $E(G)=\{ac,ab,ad,ae,bd,ef,ed\}$ را در نظر بگیرید. الف) این گراف را ترسیم کنید. ب) یک دور به طول ۳ را مشخص کنید. پ) یک مسیر به طول ۴ که شامل راس c باشد، را مشخص کنید.	۱/۲۵

www.kanoon.ir

باسمه تعالی

سوالات آزمون شبه نهایی درس ریاضیات گسسته	**تعداد صفحه: ۳**	**رشته: ریاضی و فیزیک**	**ساعت شروع: ۷/۳۰ صبح**
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	**تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰**	**نام و نام خانوادگی:**	**مدت آزمون: ۹۰ دقیقه**
سوالات آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		**مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش**	

ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد). توجه: استفاده از ماشین ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.	نمره
۹	گراف روبرو را در نظر بگیرید. الف) با ذکر دلیل، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای این گراف بنویسید که مینیمم نباشد. 	۱/۷۵
۱۰	یک گراف ۷ راسی همبند رسم کنید که عدد احاطه‌گری آن ۲ باشد.	۰/۷۵
۱۱	گراف روبرو را نظر بگیرید. الف) یک مجموعه احاطه‌گر ۵ عضوی بنویسید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۴ عضوی برای این گراف مشخص کنید. پ) با اضافه شدن چه یالی به گراف، یک مجموعه احاطه‌گری۲ عضوی خواهیم داشت؟ 	۱/۷۵
۱۲	قصد داریم چهار کتاب فیزیک متفاوت و پنج کتاب ریاضی متفاوت را در قفسه‌ای و در یک ردیف کنار هم بچینیم. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد به طوری‌که همواره کتاب‌های ریاضی کنار یکدیگر باشند؟	۰/۷۵
۱۳	می‌خواهیم ۱۰ خودکار یکسان را بین ۴ نفر تقسیم کنیم به طوری که هر نفر حداقل یک خودکار دریافت کند. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟ (نوشتن راه‌حل الزامی است.)	۱/۲۵
۱۴	سه دوست با هم به یک اردوی مطالعاتی ۳ روزه می‌روند. سه کتاب ریاضی متفاوت A، B و C و سه کتاب فیزیک متفاوت D، E و F در اختیار آن‌ها قرار داده می‌شود. آن‌ها قصد دارند در هر روز، هر کدام از آن‌ها یک کتاب ریاضی و یک کتاب فیزیک مطالعه کنند. برای این مساله طوری برنامه‌ریزی کنید که دو شرط زیر برقرار باشند: شرط اول: در پایان اردوی مطالعاتی، هر یک از این سه دوست، تمامی کتاب‌های ریاضی A، B و C و همچنین تمامی کتاب‌های فیزیک D، E و F را مطالعه کرده باشند. شرط دوم: نفر اول، در روز اول، کتاب ریاضی A و در روز دوم، کتاب ریاضی B را مطالعه کند.	۱/۷۵
۱۵	به چند طریق می‌توان ۶ فیلم سینمایی را بین سه داور برای داوری تقسیم کرد، به طوری که هر داور حداقل یک فیلم را داوری کند؟ (نوشتن راه‌حل الزامی است.)	۱
۱۶	۵۰ ورزشکار مرد در رشته‌های فوتبال، والیبال و بسکتبال از شهرهای تهران، اصفهان، تبریز و اهواز در یک اردوی ورزشی شرکت کردند. ثابت کنید حداقل ۵ ورزشکار، هم‌رشته و هم‌شهری هستند.	۱/۵
	جمع	۲۰

صفحه ۲ از ۲

موفق و پیروز باشید.

www-kanoon.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۹۰ دقیقه**
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ص۸ ب) نادرست ص۳۹ پ) نادرست ص۴۴ ت) نادرست ص۴۰ و ۴۴ ث) درست ص۷۰ هر مورد ۰/۲۵ نمره	۱/۲۵
۲	الف) ۲۰ ص۱۷ ب) ۹ ص۳۵ و ۳۸ پ) $5+8-1=12$ ص ۳۸ ت) ۲ یا $\left\lfloor \frac{8}{4+1} \right\rfloor$ ص۴۹ ث) ۷۲۰ یا $6!$ یا $P(6,5)$ ص۸۳ هر جای خالی ۰/۲۵ نمره	۱/۲۵
۳	الف) گزینه ۱ (۲) ص۲۹ ب) گزینه ۴ (۹۰) ص۵۸ هر مورد ۰/۲۵ نمره	۰/۵
۴	$x^2+y^2-xy+1\geq x+y \xrightarrow{\times 2} \underbrace{2x^2+2y^2-2xy+2\geq 2x+2y}_{(0/25)}$ $\overbrace{\rightarrow x^2-2x+1+y^2-2y+1+x^2+y^2-2xy}^{(0/25)}\geq 0 \rightarrow \underbrace{(x-1)^2+(y-1)^2+(x-y)^2}_{(0/5)}\geq 0$ رابطه بدست آمده بدیهی است و تمام مراحل بازگشت‌پذیر هستند. پس حکم ثابت است (0/25). ص۸ به راه حل‌های درست دیگر به تناسب نمره داده شود.	۱/۲۵
۵	روش اول: واضح است که $a^3-a=(a-1)\times a\times(a+1)$ (0/5) یعنی a^3-a برابر حاصل‌ضرب سه عدد صحیح متوالی است. می‌دانیم که بین هر سه عدد صحیح متوالی، یکی از آن‌ها مضرب ۳ است. بنابراین، حاصل‌ضرب هر سه عدد صحیح متوالی بر۳ بخش‌پذیر است. (۰/۵) در نتیجه $3\mid a^3-a$ ص۱۶ روش دوم: اگر a را بر سه تقسیم کنیم، بنابر قضیه تقسیم سه حالت $a=3k$ و $a=3k+1$ و $a=3k+2$ را (۰/۲۵) خواهیم داشت: حالت اول: $a=3k\ ;\ k\in\mathbb{Z}\longrightarrow a^3-a=(3k)^3-(3k)=3k(3k-1)\ (0/25)\Rightarrow 3\mid a^3-a$ حالت دوم: $a=3k+1\ ;\ k\in\mathbb{Z}\longrightarrow a^3-a=(3k+1)^3-(3k+1)$ $\rightarrow a^3-a=(3k+1)(9k^2+6k+1-1)=3(3k+1)(3k^2+2k)\ (0/25)\Rightarrow 3\mid a^3-a$ حالت سوم: $a=3k+2\ ;\ k\in\mathbb{Z}\longrightarrow a^3-a=(3k+2)^3-(3k+2)$ $\rightarrow a^3-a=(3k+2)(9k^2+12k+4-1)=3(3k+2)(3k^2+4k+1)\ (0/25)\Rightarrow 3\mid a^3-a$	۱

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۹۰ دقیقه**
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	ص ۲۱	۱/۵

$$13\overset{17}{\equiv}-4 \rightarrow (13)^2\overset{17}{\equiv}(-4)^2 \rightarrow (13)^2\overset{17}{\equiv}16 \xrightarrow{16\overset{17}{\equiv}-1} (13)^2\overset{17}{\equiv}-1$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$\rightarrow (13^2)^{702}\overset{17}{\equiv}(-1)^{702} \rightarrow (13)^{1404}\overset{17}{\equiv}1 \rightarrow r=1$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	روش اول: ص ۲۹	۱/۵

$$2x+5y=29 \rightarrow 5y\overset{2}{\equiv}29 \rightarrow 5y\overset{2}{\equiv}29+6 \rightarrow 5y\overset{2}{\equiv}35 \xrightarrow{(5,2)=1} y\overset{2}{\equiv}7 \rightarrow y\overset{2}{\equiv}1 \quad (۰/۵)$$

$$\rightarrow y=2k+1 \;;\; k\in Z \quad (۰/۲۵)$$

$$2x+5y=29 \rightarrow 2x+5(2k+1)=29 \rightarrow x=12-5k \quad (۰/۵)$$

در حالت‌های زیر x و y اعداد صحیح نامنفی هستند.

k	۰	۱	۲
x	۱	۳	۵
y	۱۲	۷	۲

بنابراین مساله سه جواب دارد. (۰/۲۵)

روش دوم :

$$2x+5y=29 \rightarrow 2x\overset{5}{\equiv}29 \rightarrow 2x\overset{5}{\equiv}25+4 \rightarrow 2x\overset{5}{\equiv}4 \xrightarrow{(2,5)=1} x\overset{5}{\equiv}2 \quad (۰/۵)$$

$$\rightarrow x=5k+2 \;;\; k\in Z \quad (۰/۲۵)$$

$$2x+5y=29 \rightarrow 2(5k+2)+5y=29 \rightarrow y=5-2k \quad (۰/۵)$$

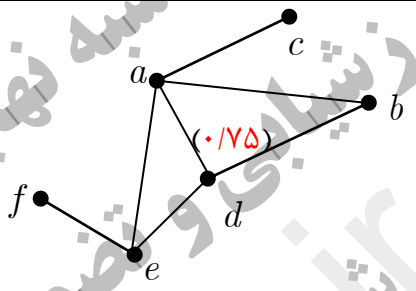
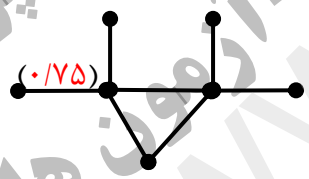
در حالت‌های زیر x و y اعداد صحیح نامنفی هستند.

k	۰	۱	۲
x	۲	۷	۱۲
y	۵	۳	۱

بنابراین مساله سه جواب دارد. (۰/۲۵)

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۹۰ دقیقه**
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	الف)  (۰/۷۵) ب) $abda$ یا $adea$ (۰/۲۵) پ) $cadef$ یا $cabde$ (۰/۲۵) به جواب‌های درست دیگر نمره داده شود. ص۳۸	۱/۲۵
۹	الف) می‌دانیم $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$، پس داریم $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{13}{5+1} \right\rceil = 3$، بنابراین $\gamma(G) \geq 3$ (۰/۵) با توجه به اینکه $\{d,h,l\}$ (۰/۵) یک مجموعه احاطه‌گر است، لذا $\gamma(G)=3$ (۰/۲۵) ب) مجموعه‌های احاطه‌گر متفاوتی با این شرایط وجود دارد. برای مثال : $\{b,e,g,i,l\}$ و $\{d,h,m,j\}$ و $\{a,c,f,h,l\}$ و $\{a,c,e,g,i,m\}$ (۰/۵) به مجموعه‌های درست دیگر نیز نمره داده شود. ص۵۱	۱/۷۵
۱۰	برای نمونه می‌توان گراف زیر را در نظر گرفت.  (۰/۷۵) به نمودارهای درست دیگر نمره داده شود. ص۵۳	۰/۷۵
۱۱	الف) $\{d,b,g,e,i\}$ به مجموعه‌های درست دیگر نیز نمره داده شود. (۰/۷۵) ب) $\{d,b,h,f\}$ به مجموعه‌های درست دیگر نیز نمره داده شود. (۰/۷۵) پ) gi یا ci یا fi (۰/۲۵) ص۵۴	۱/۷۵
۱۲	ص ۷۱ (۰/۷۵) $5!\times(4+1)!=5!\times5!=14400$ به روش‌های درست دیگر نمره داده شود.	۰/۷۵

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۹۰ دقیقه**
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱۳ — نمره: ۱/۲۵

روش اول: تعداد جواب‌های طبیعی ص۷۲

$$\underbrace{x_1+x_2+x_3+x_4=10}_{(0/5)} \rightarrow \underbrace{\binom{10-1}{4-1}}_{(0/5)} = \underbrace{\binom{9}{3}}_{(0/25)} = 84$$

روش دوم: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی

$$x_1+x_2+x_3+x_4=10 \rightarrow \underbrace{(y_1+1)+(y_2+1)+(y_3+1)+(y_4+1)=10}_{(0/25)}$$

$$\underbrace{y_1+y_2+y_3+y_4=6}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{\binom{6+4-1}{4-1}}_{(0/5)} = \underbrace{\binom{9}{3}}_{(0/25)} = 84$$

۱۴ — نمره: ۱/۷۵

کافی است که دو مربع لاتین متعامد تعریف کنیم.

(۰/۵)	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول	
1 ← کتاب ریاضی A	۳	۲	۱	روز اول
2 ← کتاب ریاضی B	۱	۳	۲	روز دوم
3 ← کتاب ریاضی C	۲	۱	۳	روز سوم

(۰/۵)	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول	
1 ← کتاب فیزیک D	۳	۱	۲	روز اول
2 ← کتاب فیزیک E	۱	۲	۳	روز دوم
3 ← کتاب فیزیک F	۲	۳	۱	روز سوم

نفر سوم	نفر دوم	نفر اول	(۰/۵)
۳۳	۲۱	۱۲	روز اول
۱۱	۳۲	۲۳	روز دوم
۲۲	۱۳	۳۱	روز سوم

چون در مربع برهم نهی دو مربع لاتین فوق، درایه تکراری وجود ندارد، پس دو مربع لاتین متعامد هستند (۰/۲۵) و شرایط مساله فراهم است. به مربع‌های لاتین دیگر نمره داده شود. ص۷۲

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۹۰ دقیقه**
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی(آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	**روش اول: نتیجه اصل شمول و عدم شمول** کافی است تعداد توابع پوشا را تعیین کرد. ص ۷۷ $\|A\|=6 \;,\; \|B\|=3$ $3^m-3(2^m-1)=\underbrace{3^6-3(2^6-1)}_{(0/5)}=\underbrace{729-3(63)}_{(0/25)}=\underbrace{729-189=540}_{(0/25)}$ **روش دوم: روش مستقیم استفاده از اصل شمول و عدم شمول** ابتدا تعداد کل توابعی را به دست می‌آوریم که پوشا نباشند. فرض کنیم که $f:A\to B$ $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}\to\|A\|=6$ و $B=\{b_1,b_2,b_3\}\to\|B\|=3$ اگر مجموعه S، مجموعه توابعی باشد که از A به B تعریف شده باشند. لذا $\|S\|=3^6=729$ اکنون مجموعه توابعی از A را تعیین می‌کنیم که حداقل یک عضو از B را نسبت ندهند. $\|B_1\|=\|B_2\|=\|B_3\|=2^6=64$ $\|B_1\cap B_2\|=\|B_1\cap B_3\|=\|B_2\cap B_3\|=1^6=1$ $\|B_1\cap B_2\cap B_3\|=0$ با توجه به اصل شمول و عدم شمول می‌توان نوشت: $\|B_1\cup B_2\cup B_3\|$ $=\|B_1\|+\|B_2\|+\|B_3\|-\|B_1\cap B_2\|-\|B_1\cap B_3\|-\|B_2\cap B_3\|+\|B_1\cap B_2\cap B_3\|$ $=64+64+64-1-1-1+0=189$ (۰/۵) پس به تعداد ۱۸۹ تابع غیر پوشا از A به B وجود دارد. بنابراین تعداد توابع پوشا را می‌توان به شکل زیر به دست آورد. $\|\overline{B_1\cup B_2\cup B_3}\|=\|S\|-\|B_1\cup B_2\cup B_3\|=729-189=540$ (۰/۵)	۱
۱۶	واضح است که به تعداد ۱۲ رشته- شهر داریم ($3\times4=12$) (۰/۵). حال اگر رشته- شهرها را لانه و ورزشکاران را کبوتر فرض کنیم، (۰/۲۵) در این‌صورت با توجه به اینکه $50=12(4)+2$، (۰/۵) پس طبق اصل لانه کبوتری، حداقل ۵ ورزشکار، هم‌رشته و هم‌شهری هستند. (۰/۲۵) ص ۸۲	۱/۵
	صفحه ۵ از ۵	