جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

دبیرخانه تحول در فرایند یاددهی و یادگیری

# آزمون شبه‌نهایی

| | | |
|---|---|---|
| درس: ریاضیات گسسته | رشته: ریاضی و فیزیك | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری | ساعت شروع: ۸ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/ ۱۶ |

جهت دسترسی به فایل هر کیوآرکد، آن‌ها را انتخاب یا اسکن کنید.

راهنمـــای تصحیح
جهت آشنایی دانش‌آموزان با بارم‌بندی
فعال‌سازی ساعت ۲۰

پاسخبرگ آزمـون
فعـــال

پاسخ‌نمای تشریحـی
فعال‌سازی ساعت ۲۰

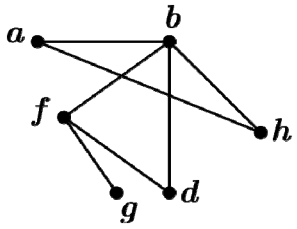
www-karnoon-ir

باسمه تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| سوالات آزمون شبه نهایی درس : ریاضیات گسسته | رشته : ریاضی و فیزیک | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | تعداد صفحه: ۳ |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری | ساعت شروع : ۸ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۶ | نام و نام خانوادگی: |

| ردیف | سـؤالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.) | نمره |
|---|---|---|
| ۱ | درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.<br>الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.<br>ب) اگر $a\|b$ و $c\|d$ ، آنگاه $a+c\|b+d$.<br>ج) در مربع لاتین $A$ از مرتبهٔ ۴ جای دو سطر را عوض می‌کنیم تا مربع لاتین $B$ حاصل شود. در این صورت، دو مربع $A$ و $B$ متعامد نیستند.<br>د) مربع لاتین مرتبهٔ ۶ نداریم. | ۱ |
| ۲ | جاهای خالی را کامل کنید.<br>الف) اگر $a\|b$ آنگاه $[a,b]$ برابر با ..... است.<br>ب) درجه هر رأس گراف $C_۶$ برابر با ..... است.<br>ج) اندازه گراف $P_۵$ برابر با ..... است.<br>د) مجموع درایه‌های مربع لاتین مرتبهٔ ۳ برابر با ..... است. | ۱ |
| ۳ | اگر $a, b, c$ سه عدد حقیقی باشند، نشان دهید $a^۲+b^۲+c^۲ \geq ab+ac+bc$. | ۱/۵ |
| ۴ | برای عدد صحیح و فرد $a$ داریم $b\|a+۲$. باقیماندهٔ تقسیم عدد $a^۲+b^۲+۳$ بر ۸ را بیابید. | ۱/۵ |
| ۵ | فرض کنید $a$ عددی طبیعی است و برای هر عدد طبیعی $n$ داریم $a\|۶n+۱۴$ و $a\|۴n+۹$. مقدار $a$ را بیابید. | ۱ |
| ۶ | عبارات هم‌نهشتی $a \overset{m}{\equiv} b$ و $b \overset{m}{\equiv} c$ را در نظر بگیرید. ثابت کنید $a \overset{m}{\equiv} c$. | ۱ |
| | "ادامهٔ سؤالات در صفحه بعد" | |

www-kanoon-ir

| | | |
|---|---|---|
| ۷ | تمام اعداد طبیعی کمتر از ۲۰ را بیابید که ۴ برابر آنها منهای ۲۳۲، بر ۶ بخش‌پذیر باشند. (محاسبات نوشته شود) | ۱/۵ |
| ۸ | ۲۹ دی‌ماه یک سال، روز سه‌شنبه است. ۳ تیر همان سال چند شنبه است؟ (محاسبات نوشته شود) | ۰/۷۵ |
| ۹ | ۱۱ نفر در یک مهمانی شرکت می‌کنند. به علت زیادی مهمانان، هر فرد به برخی از مهمانان دست می‌دهد. آیا امکان دارد هر فرد فقط به ۷ نفر دست بدهد؟ چرا؟ | ۱ |
| ۱۰ | نشان دهید، تعداد رئوس فرد در هر گراف، عددی زوج است. | ۱ |
| ۱۱ | گراف $G$ روبرو را درنظر بگیرید.<br>الف) $N_G[a]$ را بنویسید.<br>ب) اندازهٔ گراف مکمل را محاسبه کنید.<br>پ) مسیری به طول ۴ معرفی کنید.<br> | ۱/۲۵ |
| ۱۲ | فاصلهٔ هر دو روستا از شش روستای $g, f, d, c, b, a$ بر حسب کیلومتر در جدول زیر آمده است. می‌خواهیم در برخی از روستاها مرکز بهداشت بسازیم به طوریکه هر فرد از این روستاها، برای رسیدن به یک مرکز بهداشت، مسافت بیش از ۲۰ کیلومتر طی نکند. با رسم گراف مناسب و ارائهٔ دلیل، تعیین کنید حداقل چند مرکز بهداشت باید ساخته شود؟ در کدام یک از روستاها؟ | ۲ |

| | a | b | c | d | f | g |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | ۰ | ۱۲ | ۱۷ | ۵ | ۱۵ | ۲۵ |
| b | ۱۲ | ۰ | ۳۵ | ۱۰ | ۲۸ | ۴۰ |
| c | ۱۷ | ۳۵ | ۰ | ۳۰ | ۵۵ | ۲۶ |
| d | ۵ | ۱۰ | ۳۰ | ۰ | ۲۹ | ۳۳ |
| f | ۱۵ | ۲۸ | ۵۵ | ۲۹ | ۰ | ۱۷ |
| g | ۲۵ | ۴۰ | ۲۶ | ۳۳ | ۱۷ | ۰ |

"ادامهٔ سؤالات در صفحه بعد"

www.kanoon.ir

| | | |
|---|---|---|
| ۱۳ | یک گراف همبند از مرتبه ۸ رسم کنید که یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. همچنین $\gamma^-$ مجموعهٔ آن را مشخص کنید. | ۱ |
| ۱۴ | به چند طریق می‌توان از یک کلاس ۱۰ نفره، ۵ نفر را برای تیم فوتبال، ۳ نفر را برای تیم والیبال و ۲ نفر را برای تیم بسکتبال انتخاب کرد؟ جواب نهایی را محاسبه کنید. | ۱ |
| ۱۵ | تعداد جواب‌های صحیح معادلهٔ $x_1 + x_2^2 + x_3 + x_4 = 16$ با شرط $1 \leq i \leq 4; x_i > 1$ را بیابید. | ۲ |
| ۱۶ | در یک مسابقهٔ اتومبیل‌رانی قرار است ۳ راننده در ۳ روزِ اول هفته با ۳ ماشین مختلف در ۳ مسیر مختلف مسابقه دهند به طوری که شرایط زیر برقرار باشد:<br>الف) هر راننده هر روز با یک ماشین در یک مسیر رانندگی کند؛<br>ب) هر راننده با هر ماشین دقیقاً یک روز رانندگی کند؛<br>پ) هر راننده هر روز دقیقاً در یک مسیر رانندگی کند؛<br>ت) هر ماشین در هر مسیر دقیقاً یک بار به کار گرفته شود؛<br>ث) رانندهٔ شمارهٔ ۲ در روز دوشنبه با ماشین شمارهٔ ۱ در مسیر شمارهٔ ۳ رانندگی کند.<br>برای این منظور یک برنامه‌ریزی انجام دهید. | ۱/۵ |
| موفق و پیروز باشید | جمع نمره | ۲۰ |

www-kanoon-ir

باسمه تعالی

| راهنمای نمره‌گذاری امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته | رشته: ریاضی و فیزیک | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | تعداد صفحه: ۴ |
|---|---|---|---|
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری | ساعت شروع: ۸ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۶ | |

| ردیف | راهنمای نمره‌گذاری | نمره |
|---|---|---|
| ۱ | الف) نادرست (۰/۲۵) (صفحهٔ ۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحهٔ ۱۲)<br>ج) درست (۰/۲۵) (صفحهٔ ۶۵) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحهٔ ۶۳) | ۱ |
| ۲ | الف) $\lvert b\rvert$ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۱۴) ب) ۲ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۳۸)<br>ج) ۴ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۳۹) د) ۱۸ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۶۱) | ۱ |
| ۳ | $a^۲+b^۲+c^۲ \geq ab+ac+bc \Leftrightarrow \underbrace{۲a^۲+۲b^۲+۲c^۲ \geq ۲ab+۲ac+۲bc}_{(۰/۲۵)}$<br>$\Leftrightarrow \underbrace{a^۲+a^۲+b^۲+b^۲+c^۲+c^۲ \geq ۲ab+۲ac+۲bc}_{(۰/۲۵)}$<br>$\Leftrightarrow \underbrace{(a^۲-۲ab+b^۲)+(b^۲-۲bc+c^۲)+(c^۲-۲ac+a^۲) \geq ۰}_{(۰/۲۵)}$<br>$\Leftrightarrow \underbrace{(a-b)^۲+(b-c)^۲+(a-c)^۲ \geq ۰}_{(۰/۲۵)}$<br>عبارت همواره درست. (۰/۲۵)<br>استفاده از نماد $\Leftrightarrow$ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۷) | ۱/۵ |
| ۴ | $a$ عددی فرد است پس $a+۲$ نیز فرد است. (۰/۲۵) چون $b \mid a+۲$، عدد $b$ نیز فرد است. (۰/۲۵) پس<br>$\left.\begin{array}{l}\overbrace{a^۲=۸q+۱}^{(۰/۲۵)} \\ \underbrace{b^۲=۸k+۱}_{(۰/۲۵)}\end{array}\right\} \Rightarrow \underbrace{a^۲+b^۲+۳=۸q+۸k+۵=۸q'+۵}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{r=۵}_{(۰/۲۵)}$ (صفحهٔ ۱۵) | ۱/۵ |
| ۵ | $\left.\begin{array}{l}a \mid ۴n+۹ \Rightarrow \overbrace{a \mid ۱۲n+۲۷}^{(۰/۲۵)} \\ a \mid ۶n+۱۴ \Rightarrow \underbrace{a \mid ۱۲n+۲۸}_{(۰/۲۵)}\end{array}\right\} \Rightarrow \underbrace{a \mid ۱}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{a=۱}_{(۰/۲۵)}$<br>(صفحهٔ ۱۲) | ۱ |
| | "ادامهٔ پاسخ در صفحه بعد" | |

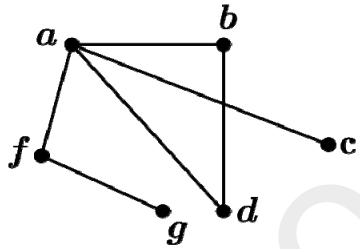
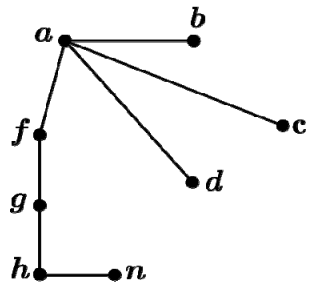
www-kanoon.ir

| | | |
|---|---|---|
| ۶ | $\left.\begin{array}{l} a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow \overbrace{m \mid b-a}^{(۰/۲۵)} \\ b \overset{m}{\equiv} c \Rightarrow \overbrace{m \mid c-b}^{(۰/۲۵)} \end{array}\right\} \Rightarrow \underbrace{m \mid c-a}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{a \overset{m}{\equiv} c}_{(۰/۲۵)}$ (صفحهٔ ۲۰) | ۱ |
| ۷ | عدد طبیعی را $x$ درنظر می‌گیریم. پس: $\underbrace{۴x-۲۳۲ \overset{۶}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۴x \overset{۶}{\equiv} ۲۳۲}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow[(۴,۶)=۲]{(۰/۲۵)} \underbrace{x \overset{۳}{\equiv} ۵۸ \overset{۳}{\equiv} ۱}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{x=۳k+۱}_{(۰/۲۵)}$ $\Rightarrow \underbrace{x=۱,۴,۷,۱۰,۱۳,۱۶,۱۹}_{(۰/۲۵)}$ (صفحهٔ ۲۷) | ۱/۵ |
| ۸ | (۰/۲۵) چهارشنبه $\Rightarrow$ ۶ روز به عقب $\Rightarrow \underbrace{۲۹+۳(۳۰)+۲(۳۱)+۲۸ \overset{۷}{\equiv} ۶}_{(۰/۵)}$ (صفحهٔ ۲۴) | ۰/۷۵ |

| تیر | مرداد | شهریور | مهر | آبان | آذر | دی |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲۸ | ۳۱ | ۳۱ | ۳۰ | ۳۰ | ۳۰ | ۲۹ |

| | | |
|---|---|---|
| ۹ | خیر. (۰/۲۵) زیرا اگر مهمانان را رئوس گراف و دست دادن هر دو نفر را یک یال درنظر بگیریم، باید یک گراف ۷ منتظم از مرتبهٔ ۱۱ داشته باشیم. (۰/۲۵) در این صورت $q=\frac{۷\times ۱۱}{۲}=۳۸/۵$ (۰/۲۵) که امکان‌پذیر نیست. (۰/۲۵) (صفحهٔ ۳۵) | ۱ |
| ۱۰ | مجموع درجات رئوس زوج گراف را $a$ و مجموع درجات رئوس فرد گراف را $b$ می‌نامیم. پس $a$ زوج است (۰/۲۵) و داریم: $\underbrace{a+b=۲q}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow b=۲q-a$ زوج (۰/۲۵) بنابراین مجموع تعدادی عدد فرد، زوج شده است. لذا باید آن تعداد، عددی زوج باشد. یعنی تعداد رئوس فرد در هر گراف، عددی زوج است. (۰/۲۵) (صفحهٔ ۴۰) | ۱ |
| | "ادامهٔ پاسخ در صفحه بعد" | |

www-kanoon-ir

| | | |
|---|---|---|
| ۱۱ | الف) $\{a, b, h\}$ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۳۶)<br>ب) $\underbrace{q_{\bar{G}} = ۱۵ - ۷ = ۸}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{q = \frac{p(p-۱)}{۲} = \frac{۶\times۵}{۲} = ۱۵}_{(۰/۵)}$ گراف کامل (صفحهٔ ۳۷)<br>ج) $gfbha$ یا مسیرهای دیگر به طول ۴ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۳۸) | ۱/۲۵ |
| ۱۲ | هر یک از روستاها را یک رأس در نظر می‌گیریم و هر دو روستا که فاصلهٔ آنها حداکثر ۲۰ کیلومتر است را با یک یال به هم وصل می‌کنیم تا گراف زیر حاصل شود.<br><br><br>(۰/۷۵)<br>مجموعهٔ $\{a, g\}$ (یا $\{a, f\}$) یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است.(۰/۲۵) زیرا گراف را احاطه می‌کند و<br>(۰/۵) $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+۱} \right\rceil = \left\lceil \frac{۶}{۴+۱} \right\rceil = ۲$<br>پس $\gamma(G) = ۲$. (۰/۲۵) لذا باید حداقل در دو روستای $a, g$ (یا $a, f$) مرکز بهداشت احداث کرد.(۰/۲۵)<br>(صفحهٔ ۵۲) | ۲ |
| ۱۳ | برای گراف همبند زیر، $\{a, h\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم یکتا با اندازه ۲ است. (۰/۲۵)<br><br><br>(۰/۷۵)<br>(صفحهٔ ۵۳) | ۱ |
| | "ادامهٔ پاسخ در صفحه بعد" | |

www-kanoon-ir

| | | |
|---|---|---|
| ۱۴ | (صفحهٔ ۵۸) $\underbrace{\binom{۱۰}{۵}\times\binom{۵}{۳}}_{(۰/۷۵)}=\underbrace{۲۵۲۰}_{(۰/۲۵)}$ یا $\underbrace{\frac{۱۰!}{۵!\times۳!\times۲!}}_{(۰/۷۵)}=\underbrace{۲۵۲۰}_{(۰/۲۵)}$ | ۱ |
| ۱۵ | $x_۱+x_۲^{۲}+x_۳+x_۴=۱۶\xrightarrow[(۰/۲۵)]{x_۱,x_۳,x_۴\geq ۲}x_۱+x_۲^{۲}+x_۳+x_۴=۱۶-۲-۲-۲=۱۰$<br>$\underbrace{x_۲=۲\Rightarrow x_۱+x_۳+x_۴=۱۰-۴=۶}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow\underbrace{\binom{n+k-۱}{k-۱}=\binom{۶+۳-۱}{۳-۱}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{۲۸}_{(۰/۲۵)}$<br>$\underbrace{x_۲=۳\Rightarrow x_۱+x_۳+x_۴=۱۰-۹=۱}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow\underbrace{\binom{n+k-۱}{k-۱}=\binom{۱+۳-۱}{۳-۱}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{۳}_{(۰/۲۵)}$<br>تعداد جواب $=۲۸+۳=۳۱$ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۶۱) | ۲ |
| ۱۶ | رانندهها را $D_۱, D_۲, D_۳$ درنظر میگیریم.<br>ماشین و مسیرها: AB (۰/۲۵)<br>مسیرها: B (۰/۲۵)<br>ماشینها: A (۰/۲۵)<br>عدد ۲۳ در مربع AB به این معناست که رانندهٔ شماره ۱ در روز یکشنبه با ماشین شماره ۲ در مسیر شماره ۳ رانندگی میکند. (۰/۲۵)<br>متعامد بودن دو مربع لاتین A و B (۰/۲۵) توجه به جایگاه عدد ۱۳ (۰/۲۵) (صفحهٔ ۷۲) | ۱/۵ |
| | موفق و پیروز باشید | جمع نمره ۲۰ |

ماشین و مسیرها (AB)

| روزها | $D_۱$ | $D_۲$ | $D_۳$ |
|---|---|---|---|
| شنبه | ۱۲ | ۲۱ | ۳۳ |
| یکشنبه | ۲۳ | ۳۲ | ۱۱ |
| دوشنبه | ۳۱ | ۱۳ | ۲۲ |

مسیرها (B)

| روزها | $D_۱$ | $D_۲$ | $D_۳$ |
|---|---|---|---|
| شنبه | ۲ | ۱ | ۳ |
| یکشنبه | ۳ | ۲ | ۱ |
| دوشنبه | ۱ | ۳ | ۲ |

ماشینها (A)

| روزها | $D_۱$ | $D_۲$ | $D_۳$ |
|---|---|---|---|
| شنبه | ۱ | ۲ | ۳ |
| یکشنبه | ۲ | ۳ | ۱ |
| دوشنبه | ۳ | ۱ | ۲ |

این راهنما جهت آشنایی دانشآموزان با ریزبارم هر سوال آزمون میباشد.