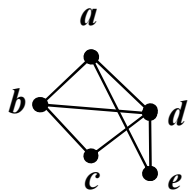
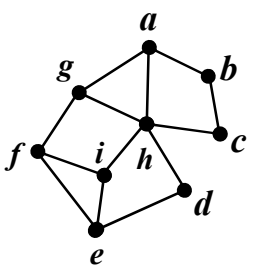
باسمه **تعالی**

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	رشته : **ریاضی فیزیک**	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: **۸ صبح**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۰۳/۲۸**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور **درنوبت خرداد** ماه سال **۱۴۰۱**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

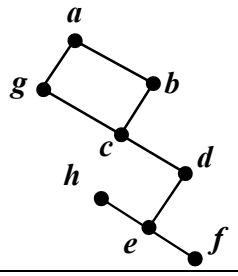
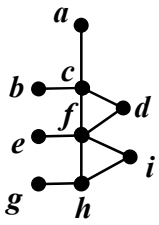
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
۱	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $b \mid a$ و $b \neq 0$ ، در این صورت $\mid b \mid \geq \mid a \mid$. ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b اگر ($a \mid c$, $b \mid c$) و ($\forall m > 0$, $a \mid m, b \mid m \Rightarrow c \leq m$)آن‌گاه $[a,b] = c$. پ) برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگرباقی‌مانده تقسیم aبر m مساوی با r باشد، در این‌صورت $a \overset{m}{\equiv} r$. ت) بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲- برابر۲- است.	۱
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج n، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۱
۳	اگر عددی مانند k در Z باشد، به طوری که $5 \mid 4k+1$ ، ثابت کنید $25 \mid 16k^2 + 28k + 6$.	۰/۷۵
۴	باقی‌مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.	۱
۵	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟	۱/۲۵
۶	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس ..... می‌نامیم. ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف ..... می‌نامیم. پ) تعداد یال‌های گراف K_4 ، برابر با ..... است. ت) گراف G را ..... می‌نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.	۱
۷	به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید. الف) گراف C_7 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید. ب) در گراف شکل زیر، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. 	۱
۸	الف) مجموعه احاطه‌گر مینیمال را تعریف کنید. ب) برای گراف شکل روبه‌رو، یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو انتخاب کنید. 	۱/۲۵

ادامه سوالات در صفحه دوم

مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی

باسمه **تعالی**

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	رشته : **ریاضی فیزیک**	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: **۸ صبح**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۰۳/۲۸**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در**نوبت خرداد** ماه سال **۱۴۰۱**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
۹	عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید. 	۱/۲۵
۱۰	ابتدا گراف P_9 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.	۱
۱۱	گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) یک $\gamma-$مجموعه مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. 	۱/۵
۱۲	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب های تاریخ همواره کنار هم باشند. ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.	۱
۱۳	با ارقام ۱،۱،۱،۳،۳،۵،۶،۷،۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	معادله $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن‌که $x_3=4$ و $x_5>2$ باشد؟	۱/۵
۱۵	الف) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. با اِعمال جایگشت $\begin{matrix}1\to3\\2\to2\\3\to4\\4\to1\end{matrix}$ مربع لاتین B را به دست آورید. $A=\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۳&۴&۱&۲\\\hline ۲&۱&۴&۳\\\hline ۱&۲&۳&۴\\\hline ۴&۳&۲&۱\\\hline\end{array}$ ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل بیاورید.	۲
۱۶	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لااقل ۷ نفر از آن‌ها روزِ هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	" موفق باشید " جمع نمره	۲۰

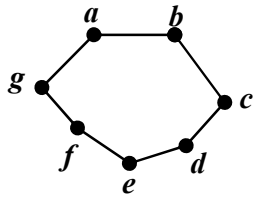
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۰۳/۲۸**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور **خرداد ماه سال ۱۴۰۱**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	**الف) نادرست (۰/۲۵)** (ویژگی ۴ صفحه۱۱) **ب) درست (۰/۲۵)** (تعریف ک.م.م صفحه۱۳) **پ) درست (۰/۲۵)** (تذکر مهم صفحه۲۱) **ت) نادرست (۰/۲۵)** (مثال صفحه۱۳)	۱
۲	(مثال صفحه۴) $n=2k \Rightarrow n^2-5n+7=\underbrace{4k^2-10k+6+1}_{(0/5)}=\underbrace{2(2k^2-5k+3)+1}_{(0/25)}=\underbrace{2q+1}_{(0/25)}$	۱
۳	(سوال ۴ صفحه ۱۶) $5\mid 4k+1 \Rightarrow 25\mid 16k^2+8k+1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{+}$ $25\mid 16k^2+28k+6$ (۰/۲۵) $5\mid 4k+1 \Rightarrow 25\mid 20k+5$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۴	(مشابه مثال صفحه ۲۱) $27=13\times 2+1 \Rightarrow 27\overset{13}{\equiv}1 \Rightarrow (27)^{20}\overset{13}{\equiv}1$ (۰/۲۵) , $18=13\times 1+5$, $18\overset{13}{\equiv}5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (27)^{20}+18\overset{13}{\equiv}1+5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow r=6$ (۰/۲۵)	۱
۵	**فاصله ۱مهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی $131=12+30\times 3+29$. (۰/۵) از طرفی $131\overset{7}{\equiv}5$ (۰/۲۵) . بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنج‌شنبه است. (۰/۲۵)** (۰/۲۵) (قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)	۱/۲۵

ج	پ	چ	س	د	ی	ش
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

۶	**الف) فرد (۰/۲۵)** (درجه یک رأس صفحه ۳۵) **ب) تهی (۰/۲۵)** (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) **پ) ۶ (۰/۲۵)** (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰) **ت) همبند (۰/۲۵)** (تعریف همبندی صفحه ۳۹)	۱
۷	**الف) رسم گراف (۰/۲۵) .** (تعریف مسیر و گراف C_n صفحه ۳۸) **مسیر: $abcdef$ (۰/۲۵)** (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود.)  **ب) $N_G(c)=\{b,d\}$ (۰/۵)** (مشابه مثال صفحه ۳۶)	۱
۸	**الف) یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نباشد را احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم. (۰/۷۵)** (تعریف صفحه ۴۶) **ب) $D=\{h,b,i,a\}$ (به سایر مجموعه های احاطه‌گر صحیح، نمره داده شود.) (۰/۵)** (مشابه مثال صفحه ۴۵)	۱/۲۵
۹	**برای احاطه کردن رئوس a,b,c,d,g حداقل دو تا از آن‌ها باید در مجموعه احاطه‌گر باشند، زیرا $\left\lceil \frac{5}{3+1} \right\rceil = 2$. (۰/۲۵)** **برای احاطه کردن رئوس e,f,h حداقل یکی از آن‌ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lceil \frac{3}{3+1} \right\rceil = 1$. (۰/۲۵) بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه‌گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G)\geq 3$. (۰/۲۵) از طرفی مجموعه $D=\{a,c,e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G)\leq 3$ (۰/۲۵) . بنابراین $\gamma(G)=3$. (۰/۲۵)** (فعالیت صفحه ۵۰)	۱/۲۵

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۰۳/۲۸**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور **خرداد ماه سال ۱۴۰۱**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	**رسم گراف** (۰/۵) . (تعریف گراف P_n صفحه ۳۸ و مشابه مثال صفحه ۵۱) ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ $D=\{۲,۵,۸\}$	۱
۱۱	**الف)** $D=\{h,c,e\}$ (۰/۵) **ب)** (۱) $D=\{g,c,i,e\}$ (مشابه سوال۱۱ صفحه ۵۴) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.)	۱/۵
۱۲	**الف)** $۶!\times۶!$ (۰/۵) **ب)** $۵!\times۶!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۷)	۱
۱۳	(۱) $\frac{۹!}{۳!\times۲!}$ (مشابه مثال صفحه ۵۸)	۱
۱۴	$x_۳=۴\ ,\ x_۵\geq ۳ \Rightarrow x_۵=y_۵+۳$ (۰/۵) $x_۱+x_۲+۴+x_۴+۳+y_۵+x_۶=۱۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow\ x_۱+x_۲+x_۴+y_۵+x_۶=۵$ (۰/۲۵) $\Rightarrow\ ج=\binom{۹}{۴}$ (۰/۵) (تمرین۹ صفحه ۷۱)	۱/۵
۱۵	**الف)** $B=$ (۰/۷۵) ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۱ ۲ ۱ ۲ ۴ ۳ ۳ ۲ ۴ ۱ (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴) **ب)** (۰/۷۵) ۲۲ ۱۳ ۴۱ ۳۴ ۴۱ ۲۲ ۳۴ ۱۳ ۱۳ ۴۱ ۲۲ ۳۴ ۳۴ ۱۳ ۴۱ ۲۲ **متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم.** (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴)	۲
۱۶	**این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می‌توان نوشت.** $\underbrace{۳^۵}_{(۰/۲۵)}-(\underbrace{۳\times\underbrace{۲^۵}_{(۰/۲۵)}}_{(۰/۲۵)}-\underbrace{۳}_{(۰/۲۵)})=۲۴۳-۹۳=۱۵۰$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۷۸)	۱/۲۵
۱۷	**تعداد کبوترها=۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها= تعداد روزهای هفته × تعداد ماه های سال.** $n=۷\times۱۲=۸۴$ (۰/۲۵) **طبق تعمیم اصل لانه کبوتری:** **تعداد کبوترها** $=kn+۱ \xrightarrow{n=۸۴} ۵۰۵=k\times۸۴+۱ \Rightarrow k=۶$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k+۱=۷$ (۰/۲۵) **در این صورت لانه ای وجود دارد که لااقل ۷ کبوتر در آن قرار می‌گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.** (۰/۲۵) (سوال ۹ صفحه ۸۳)	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»