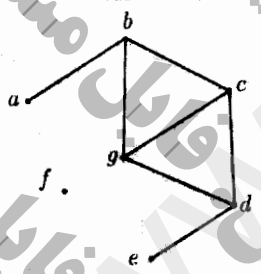
باسمه تعالی

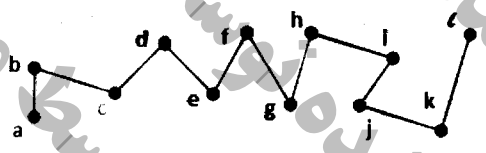
سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	نام و نام خانوادگی :	تعداد صفحه: **۲**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	رشته : **ریاضی فیزیک**	تاریخ امتحان : **۱۳۹۷/۱۰/۸**	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۳۹۷**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف		نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $4k+1$ مربع کامل است. ب) هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول‌اند. ج) گراف حاصل از مدل سازی پل کونیگسبرگ یک گراف ساده است. د) گراف ۳- منتظم از مرتبه ۵ قابل رسم نیست.	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha+\beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\beta+2\alpha$ گنگ است.	۱/۲۵
۳	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید: (برای هر دوعدد حقیقی x و y داریم: $x^2+y^2+1\geq xy+x+y$)	۱
۴	اگر $a>1$ و $a\mid 9k+4$ و $a\mid 5k+3$ ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۵	پاسخ هر یک از سوالات زیر را به دست آورده و دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید. الف) اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $b\mid a+2$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد a^2+b^2+3 رابر ۸ بیابید. ب) مطلوبست باقی ماندهٔ تقسیم عدد $A=(1000)^{13}\times 12+10$ بر عدد ۷ .	۲/۲۵
۶	معادله همنهشتی $3x\overset{7}{\equiv}13$ را حل و جواب عمومی آن را بدست آورید.	۱
۷	با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک $a-c$ مسیر به طول ۳ بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. ج) درجه رأس a درگراف $\overline{G}$ را تعیین کنید. د) آیا گراف G همبند است؟ چرا ؟ هـ) یک زیرگراف تهی ۵ رأسی، از گراف G رسم کنید. 	۱/۵
۸	ثابت کنید تعداد رأس های فرد هر گراف، عددی زوج است.	۱
۹	گراف G با مجموعه رأسهای $V(G)=\{a,b,c,d,e\}$ و مجموعهٔ یال های $E(G)=\{ae,bc,bd,be,ec,ed\}$ مفروض است. بدون کشیدن نمودار آن به قسمت‌های (الف) تا (ج) پاسخ دهید. الف) مجموعه همسایگی باز رأس d را بنویسید. ب) اندازه گراف را مشخص کنید. ج) مجموعِ درجات رئوس این گراف برابر چند است؟	۱

ادامه سوالات در صفحه دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	نام و نام خانوادگی :	تعداد صفحه: **۲**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	رشته : **ریاضی فیزیک**	تاریخ امتحان : **۱۳۹۷/۱۰/۸**	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۳۹۷**			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف		نمره
۱۰	گراف کامل k_p دارای ۳۶ یال است در این گراف، مرتبه گراف و $\Delta(G)$ را مشخص کنید.	۱
۱۱	گراف $(P_{۱۲})$ در شکل مقابل رسم شده است.  الف) یک γ - مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعهٔ احاطه گر مینمال ۶ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱
۱۲	اگر داشته باشیم $A=\{۱,۲,۳,۴\}$ و $B=\{۵,۶,۷,۸,۹\}$، در این صورت چند کد یا رمز ۵ رقمی می‌توان نوشت که هر یک شامل دو رقمِ(متمایز) از A وسه رقمِ (متمایز) از B باشد؟	۱
۱۳	به چند طریق می توان ۸ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد ؟	۱
۱۴	دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید و متعامد بودن آنها را نشان دهید.	۱/۵
۱۵	به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین سه نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداقل ۱ خودکار داده باشیم؟ (راه حل نوشته شود)	۲
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آنها روز تولدشان یکسان است؟ (سال را غیر کبیسه در نظر بگیرید)	۱/۵
	" موفق باشید " جمع نمره	۲۰

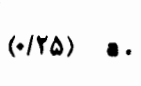
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۹۷/۱۰/۸**	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج)نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵) (صفحات: ۳ و ۱۶ و ۳۶ و ۴۲)	۱
۲	**اگر $\alpha+۲\beta$ گنگ نباشد (فرض خلف) پس عددی گویا است. (۰/۲۵)** **از طرفی طبق فرض $\alpha+\beta$ نیز عددی گویا است. (۰/۲۵)** **می‌دانیم تفاضل دوعدد گویا، عددی گویاست در نتیجه: $(\alpha+۲\beta)-(\alpha+\beta)=\beta\in Q$ (۰/۲۵)** **اما با توجه به فرض مسأله : β گنگ است (۰/۲۵)** **با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود. (۰/۲۵)** (صفحه: ۸)	۱/۲۵
۳	$\underbrace{۲x^۲+۲y^۲+۲\geq ۲xy+۲x+۲y}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(x^۲-۲x+۱)+(y^۲-۲y+۱)+(x^۲-۲xy+y^۲)\geq ۰}_{(۰/۲۵)}$ $\Leftrightarrow (x-۱)^۲+(y-۱)^۲+(x-y)^۲\geq ۰ \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow (x-۱)^۲\geq ۰ \ , \ (y-۱)^۲\geq ۰ \ , \ (x-y)^۲\geq ۰ \quad (۰/۲۵)$ (صفحه: ۸)	۱
۴	$\begin{matrix} a\mid ۹k+۴ \\ a\mid ۵k+۳ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} a\mid ۴۵k+۲۰ \ (۰/۲۵) \\ a\mid ۴۵k+۲۷ \ (۰/۲۵) \end{matrix} \Rightarrow a\mid ۷ \ (۰/۲۵) \overset{a>۱}{\Rightarrow} a=۷ \ (۰/۲۵)$ (صفحه: ۱۶)	۱
۵	الف) a عددی فرد است بنابراین $a+۲$ عددی فرد است و $b\mid a+۲$ ، بنابراین b نیز عددی فرد خواهد بود. (۰/۲۵) می دانیم مربع هر عدد فرد، مضربی از ۸ به علاوه یک است . (۰/۲۵) $a^۲+b^۲+۳=\underset{(۰/۲۵)}{(۸m+۱)+(۸n+۱)}+۳=\underset{(۰/۲۵)}{۸(m+n)}+۵ \Rightarrow r=۵ \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
	(ب) $۱۰۰۰\overset{۷}{\equiv}۶\overset{۷}{\equiv}-۱ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳}\times ۱۲+۱۰\overset{۷}{\equiv}-۱۲+۱۰ \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳}\times ۱۴+۱۰\overset{۷}{\equiv}-۲\overset{۷}{\equiv}۵ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow r=۵ \quad (۰/۲۵)$ (صفحات: ۱۶ و ۲۱)	۱
۶	(صفحه: ۲۵) $(۰/۲۵) \Rightarrow x=۷k+۲ \quad (۰/۲۵) \overset{(۳,۷)=۱}{\underset{(۰/۲۵)}{\Rightarrow}} x\overset{۷}{\equiv}۲ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ۳x\overset{۷}{\equiv}۶ \quad (۰/۲۵) \quad ۳x\overset{۷}{\equiv}۱۳$	۱

باسمه تعالی

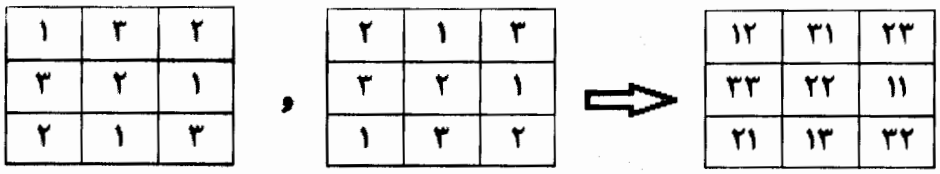
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۹۷/۱۰/۸**	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور **دی ماه** سال **۱۳۹۷**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	**الف)** $abgc$ (۰/۲۵) ب) $bcdgb$ (۰/۲۵) ج) $\deg_{\bar{G}}(a)=۵$ (۰/۲۵) د) خیر- چون مثلاً از f به a مسیری وجود ندارد. (۰/۵) هـ)  (۰/۲۵) (صفحات: ۳۶ و ۳۸ و ۳۹)	۱/۵
۸	فرض کنیم G یک گراف و A مجموعهٔ همهٔ رئوس فرد گراف G و B مجموعهٔ همهٔ رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v\in V(G)}\deg(v)=\sum_{v\in A}\deg(v)+\sum_{v\in B}\deg(v)$ (۰/۲۵) از طرفی می دانیم که مجموع درجات رئوس یک گراف G عددی زوج است یعنی $\sum_{v\in V(G)}\deg(v)$ زوج (۰/۲۵) و $\sum_{v\in B}\deg(v)$ زوج است بنابراین تفاضل آنها نیز زوج خواهد شد . (۰/۲۵) بنابراین $\sum_{v\in A}\deg(v)$ زوج و نتیجه می شود که $n(A)$ عددی زوج است. (۰/۲۵) (صفحه: ۴۰)	۱
۹	**الف)** $N_G(d)=\{b,e\}$ (۰/۵) ب) $q=۶$ (۰/۲۵) ج)مجموعِ درجات رئوس = ۱۲ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۱)	۱
۱۰	$q(K_p)=\frac{p(p-۱)}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{p(p-۱)}{۲}=۳۶$ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۲) $\Rightarrow p=۹$ (۰/۲۵) , $\Delta(G)=p-۱=۸$ (۰/۲۵)	۱
۱۱	**الف)** $\{b,e,h,k\}$ (۰/۵) ب) $\{a,c,e,g,i,k\}$ (۰/۵) (صفحه: ۵۴)	۱
۱۲	$\binom{۴}{۲}\times\binom{۵}{۳}\times ۵!=۷۲۰۰$ (۰/۲۵) (صفحه: ۷۲) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۱۳	$x_۱+x_۲+x_۳+x_۴=۸$ (۰/۲۵) $x_i\geq ۱$, $i=۱,۲,۳,۴$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{۸-۱}{۴-۱}=\binom{۷}{۳}=۳۵$ (۰/۵) (صفحه: ۷۳)	۱

www.kanoon.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۹۷/۱۰/۸**	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور دی ماه سال ۱۳۹۷		سرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	 (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵) (صفحه: ۷۳)	۱/۵
۱۵	تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های پوشا از یک مجموعهٔ ۴ عضوی مانند A به یک مجموعهٔ ۳ عضوی مانند B . $A_i = \{f : A \to B \mid f(a_i) \neq b_j \quad , \quad i = ۱,۲,۳,۴ \quad , \quad j = ۱,۲,۳\}$ (۰/۲۵) $\lvert S\rvert = \lvert B\rvert^{\lvert A\rvert} = ۳^۴ = ۸۱$ (۰/۲۵) , $\lvert A_۱\rvert = \lvert A_۲\rvert = \lvert A_۳\rvert = ۲^۴ = ۱۶$ (۰/۲۵) $\lvert A_۱ \cap A_۲\rvert = \lvert A_۱ \cap A_۳\rvert = \lvert A_۲ \cap A_۳\rvert = ۱$ (۰/۲۵) , $\lvert A_۱ \cap A_۲ \cap A_۳\rvert = ۰$ (۰/۲۵), $\lvert \bar{A}_۱ \cap \bar{A}_۲ \cap \bar{A}_۳\rvert = \lvert \overline{A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳}\rvert = \lvert S\rvert - \lvert A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳\rvert = ۸۱ - (۳\times ۱۶ - ۳\times ۱ + ۰) = ۳۶$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (صفحات: ۷۸ و ۷۹)	۲
۱۶	$k + ۱ = ۲۰ \Rightarrow k = ۱۹$ (۰/۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، تعداد لانه ها همان روزهای سال می باشد. $n = ۳۶۵$ (۰/۵) بنابراین تعداد کبوترها برابر است با $k\,n + ۱ = ۳۶۵\times ۱۹ + ۱ = ۶۹۳۶$ (۰/۵) (صفحه: ۸۴)	۱/۵

«مصححین گرامی لطفا برای راه حل های دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.»