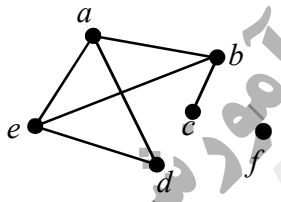
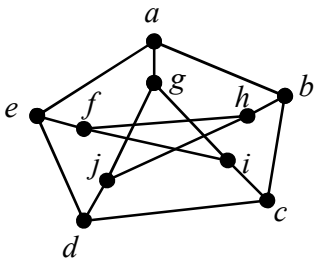
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: **۸ صبح**	رشته : **ریاضی فیزیک**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۳۹۹/۰۴/۰۸**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه سراسرکشور در **نوبت خرداد** ماه سال **۱۳۹۹**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره

الف) بخش الزامی

دانش‌آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۴ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۱	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ارائه دهید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش‌پذیر است.	۱/۷۵
۲	اگر باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۴ برابر ۳ باشد، در این‌صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $2a+3$ بر ۸ را به دست آورید.	۱/۲۵
۳	اگر $n\in N$ ، $n\mid 9k+7$ و $n\mid 7k+6$ ، ثابت کنید $n=1$ یا $n=5$.	۱
۴	باقی‌مانده تقسیم 7^{30} بر ۱۵ را به دست آورید.	۱/۵
۵	معادله هم‌نهشتی $2x\overset{11}{\equiv}5$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۲۵
۶	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مجموع درجه‌های رأس‌های هر گراف ..... تعداد یال‌ها است. ب) در یک گراف $k-$منتظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با ..... است. پ) در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه‌گر ..... گراف G می‌نامیم. ت) یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رأس‌هایش، دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر ..... می‌نامیم.	۱
۷	گراف G را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $N_G[a]$ را با اعضا مشخص کنید. ب)یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید. پ) یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از a به c بنویسید. 	۱/۲۵
۸	درگراف G، درجه رأس v برابر با ۹ است و درجه رأس v در گراف $\overline{G}$ برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف G را مشخص کنید.	۰/۷۵
۹	گرافی ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید، به طوری که: الف) مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید. 	۱/۲۵
۱۱	با ارقام عدد ۱،۱،۲،۲،۳،۴ چند عدد ۷ رقمی می توان نوشت.	۰/۷۵
۱۲	به چند طریق می‌توان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد، اگر بخواهیم، از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم.	۱/۲۵

« بقیه سوالات در صفحه دوم»

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: **۸ صبح**	رشته : **ریاضی فیزیک**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۳۹۹/۰۴/۰۸**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان **روزانه** سراسرکشور در **نوبت خرداد** ماه سال **۱۳۹۹**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره

۱۳ مربع لاتین مقابل را در نظر بگیرید و با اِعمال یک جایگشت بر روی ۱،۲،۳،۴ یک مربع لاتین جدید به دست آورید. — نمره: ۱

۲	۱	۴	۳
۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴

۱۴ در هر مورد متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید. — نمره: ۱

الف)

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

ب)

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

ب) بخش انتخابی

دانش‌آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۵ تا ۲۲ فقط ۴ سوال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵ اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$. — نمره: ۱

۱۶ گراف G، ۶ رأسی ۳-منتظم است. — نمره: ۱

الف) اندازه گراف G را بیابید. ب) نمودار گراف G را رسم کنید.

۱۷ ثابت کنید تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است. — نمره: ۱

۱۸ ۴ دانش آموز پایه دهم و ۳ دانش آموز پایه یازدهم، به چند طریق می‌توانند در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که: — نمره: ۱

الف) هیچ دو دانش‌آموز هم پایه کنار هم نباشند. ب) همواره دانش‌آموزان پایه دهم کنار هم باشند.

۱۹ به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن‌که هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟(به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم.) — نمره: ۱

۲۰ در بین اعداد طبیعی مانند n، به طوری که $1\leq n\leq 100$، چند عدد وجود دارد که بر ۶ یا ۱۰ بخش‌پذیر است؟ — نمره: ۱

۲۱ در یک اردوی دانش‌آموزی حداقل چند دانش‌آموز حضور داشته باشند تا اطمینان داشته باشیم که لااقل ۷ نفر از آن‌ها ماه تولد یکسانی دارند؟ — نمره: ۱

۲۲ قرار است سه کارگر W_1, W_2, W_3 در سه روز متوالی با سه ماشین نخ‌ریسی و با ۳ نوع الیاف کار کنند، به گونه‌ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار رفته باشد. برای این منظور برنامه‌ریزی کنید. — نمره: ۱

" موفق باشید " — جمع نمره: ۲۴

مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی
www.Kanoon.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **8 صبح**	مدّت امتحان: **120دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **1399/04/08**	
دانش آموزان روزانه سراسرکشور **خرداد ماه سال 1399**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی **http://aee.medu.ir**	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

پاسخ سوالات الزامی

1 — نمره: **1/75**

الف) نادرست (0/25) $\sqrt{2},-\sqrt{2}\in Q^C$ **(0/25)** , $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0\notin Q^C$ **(0/25)** (مشابه قسمت ت کار در کلاس صفحه 3)

ب) درست (0/25) $(2k+1)^2-1=\underbrace{4k^2+4k+1}_{(0/25)}-1=\underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)}=\underbrace{4}_{(0/25)}\times 2q=8q$ (مسأله3 صفحه 15)

2 — نمره: **1/25**

$a=4q+3$ **(0/25)** $\Rightarrow 2a+3=\underbrace{8q+9}_{(0/25)}=\underbrace{8(q+1)+1}_{(0/25)}=8q'+1$ **(0/25)** $\Rightarrow r=1$ **(0/25)** (مشابه مثال صفحه 14)

3 — نمره: **1**

$\begin{matrix} n\mid 9k+7 & \times(-7) \\ n\mid 7k+6 & \times 9 \end{matrix}$ **(0/25)** $\Rightarrow n\mid -63k-49+63k+54$ **(0/25)** $\Rightarrow n\mid 5$ **(0/25)** $\xrightarrow{n\in N} n=1$ یا **5** **(0/25)**

(مثال صفحه 12)

4 — نمره: **1/5**

$7^2=49\overset{15}{\equiv}4$ **(0/25)** $\Rightarrow 7^4\overset{15}{\equiv}16\overset{15}{\equiv}1$ **(0/5)** $\Rightarrow 7^{28}\overset{15}{\equiv}1$ **(0/25)** $\xrightarrow{\times 7^2\overset{15}{\equiv}4\ (0/25)} 7^{30}\overset{15}{\equiv}4$ **(0/25)**

(مشابه سوال 8 و 9 صفحه 29)

5 — نمره: **1/25**

$2\overset{11}{\equiv}35$ **(0/25)** $\Rightarrow 5x\overset{11}{\equiv}35$ **(0/25)** $\xrightarrow{(5,11)=1\ (0/25)} x\overset{11}{\equiv}7$ **(0/25)** $\Rightarrow x=11k+7$ **(0/25)** (مشابه سوال 14 صفحه 30)

6 — نمره: **1**

الف) دو برابر (0/25) (نتیجه ابتدای صفحه 40)

ب) k **(0/25)** (تعریف گراف منتظم صفحه 35)

پ) مینیمم (0/25) (تعریف صفحه 44)

ت) مینیمال (0/25) (تعریف صفحه 46)

7 — نمره: **1/25**

الف) $N_G[a]=\{a,b,e,d\}$ **(0/5)** (مشابه مثال صفحه 36)

ب) دور به طول 4 a,b,e,d,a **(0/25)** (تعریف دور صفحه 38) (در قسمت ب اگر دور را به صورت a,d,e,b,a نوشت، نمره داده شود.)

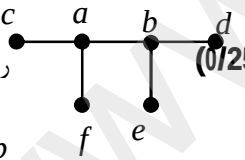
پ)مسیر به طول 3، a,e,b,c **(0/25)** **و مسیر به طول 4،** a,d,e,b,c **(0/25)** (مشابه مثال صفحه 38)

8 — نمره: **0/75**

$\deg_G(v)+\deg_{\bar{G}}(v)=p-1$ **(0/25)** $\Rightarrow 9+12=p-1$ **(0/25)** $\Rightarrow p=22$ **(0/25)** (مسأله 1 صفحه 38)

9 — نمره: **1**

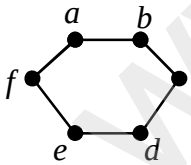
الف) گراف روبه‌رو از مرتبه 6 و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گریکتا $\{a,b\}$ **است. (0/25)**



رسم گراف(0/25)

(تمرین 9 صفحه 53)

ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه 2 است که عبارتند از: $\{a,d\},\{f,c\},\{e,b\}$ **. (0/25) (** ذکر یک مجموعه کافی است. **)**



رسم گراف (0/25)

10 — نمره: **1/25**

برای گراف مورد سوال داریم $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \le \gamma(G) \Rightarrow \left\lceil \frac{10}{3+1} \right\rceil = 3 \le \gamma(G)$ **(0/5). از طرفی مجموعه** $\{g,h,d\}$ **یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است(0/25). لذا** $\gamma(G)\le 3$ **(0/25). بنابراین** $\gamma(G)=3$ **. (0/25)** (قسمت دوم کار در کلاس صفحه 50)

11 — نمره: **0/75**

$\frac{7!}{2!\times 3!}$ **(0/5)** $=42$ **(0/25)** (مشابه مثال پایین صفحه 58)

12 — نمره: **1/25**

(قسمت پ تمرین 8 صفحه 71)

$x_1+\cdots+x_5=11$, $x_2\ge 2$, $x_5\ge 4$ **(0/25)**

$x_1+y_2+2+x_3+x_4+y_5+4=11$ **(0/25)** $\Rightarrow x_1+y_2+x_3+x_4+y_5=5$ **(0/25)** $\Rightarrow$ **جواب** $=\binom{5+5-1}{5-1}=\binom{9}{4}$ **(0/5)**

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

www.kanoon.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **8 صبح**	مدّت امتحان: **120دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **1399/04/08**	
دانش آموزان روزانه سراسرکشور **خرداد ماه سال 1399**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی **http://aee.medu.ir**	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
13	**با استفاده از جایگشت $1\to 4,4\to 3,3\to 2,2\to 1$ (0/5) مربع لاتین به صورت مقابل داریم.** (مشابه تمرین 12 صفحه 72) **(0/5)** (برای جایگشت‌های دیگر نیز بارم مناسب در نظر بگیرید.)	1
14	**(الف)** (0/25) **متعامدند، زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود ندارد. (0/25)** **(ب)** (0/25) **متعامد نیستند، زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود دارد. (0/25)** (مثال صفحه 65)	1
	پاسخ سوالات اختیاری	
15	$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2+y^2}{xy}\geq 2$ (0/25) $\Leftrightarrow x^2+y^2\geq 2xy$ (0/25) $\Leftrightarrow (x-y)^2\geq 0$ (0/25) **چون رابطه آخر درست است، پس با بازگشت روابط، حکم مسأله درست است. (0/25)** (قسمت الف تمرین 1 صفحه 8)	1
16	**الف)** $3\times 6=2q \Rightarrow q=9$ (0/5) (تعریف گراف k- منتظم صفحه 35) **ب) رسم یکی از گراف‌های زیر کافی است. (0/5)**	1
17	**فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم:** $\sum_{v\in V(G)}\deg(v)=\sum_{v\in A}\deg(v)+\sum_{v\in B}\deg(v)$ (0/25) **.از طرفی** $\sum_{v\in V(G)}\deg(v)=2q$ **و** $\sum_{v\in B}\deg(v)=2k$ **زوج‌اند.(0/25)** **لذا** $\sum_{v\in A}\deg(v)=2q-2k$ **باید زوج باشد.(0/25) می‌دانیم تعدادی زوج عدد فرد، حاصل زوج را تولید می‌کنند بنابراین تعداد اعضای A باید زوج باشد. (0/25)** (صفحه 40)	1
18	**الف)** $3!\times 4!$ (0/5) **ب)** $4!\times 4!$ (0/5) (مشابه مثال صفحه 57)	1
19	**تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این کار معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه 4 عضوی به مجموعه‌ای 8 عضوی (0/25) ، یعنی:** $(8)_4=\frac{8!}{4!}$ (0/5) $=168$ (0/25) **.** (مثال پایین صفحه 78)	1
20	(مشابه کار درکلاس صفحه 76) $A=\{n\in N \mid 1\leq n\leq 100,\ n=6k\} \Rightarrow |A|=\left[\frac{100}{6}\right]=16$ (0/25) $B=\{n\in N \mid 1\leq n\leq 100,\ n=10k\} \Rightarrow |B|=\left[\frac{100}{10}\right]=10$ (0/25) $A\cap B=\{n \mid 1\leq n\leq 100\ ,n=30k\} \Rightarrow |A\cap B|=\left[\frac{100}{30}\right]=3$ (0/25) $\Rightarrow |A\cup B|=16+10-3=23$ (0/25)	1

ادامه پاسخ‌ها در صفحه سوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **8 صبح**	مدّت امتحان: **120دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **1399/04/08**	
دانش آموزان روزانه سراسرکشور **خرداد ماه سال 1399**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی **http://aee.medu.ir**	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
21	**در این مسأله $k=6 \Rightarrow k+1=7$ (0/25) و تعداد لانه ها 12 است(0/25). پس تعداد کبوترها یا معادل با آن تعداد دانش آموزان حداقل می‌بایست $kn+1=6\times12+1=73$ باشد. (0/5)** (مثال صفحه 82)	**1**
22	**برای برنامه‌ریزی دو مربع لاتین متعامد در نظر بگیریم. مربع A مربوط به ماشین‌ها و مربع B مشخص کننده الیاف است.** (سوال 14 صفحه 72) A: روز اول: 1 3 2؛ روز دوم: 3 2 1؛ روز سوم: 2 1 3 (0/25) $= A$ (0/5) B: روز اول: 2 1 3؛ روز دوم: 3 2 1؛ روز سوم: 1 3 2 (0/25) $= B \Rightarrow$ روز اول: 12 31 23؛ روز دوم: 33 22 11؛ روز سوم: 21 13 32 **عدد سمت چپ هر درآیه نشان‌دهنده ماشین و عدد سمت راست آن مشخص‌کننده نوع الیاف است.**	**1**
20	**جمع نمره**	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»