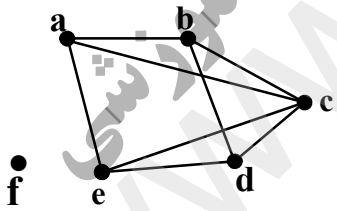
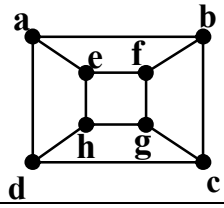
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: **۸ صبح**	رشته : **ریاضی فیزیک**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۳۹۹/۰۶/۰۴**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان **روزانه** سراسرکشور در **نوبت شهریور** ماه سال **۱۳۹۹**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره

الف) بخش الزامی

دانش‌آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۳ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی x و y ، داریم: $\sqrt{x+y}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$. ب) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab=0$ آن‌گاه $a=0$ یا $b=0$. پ) اگر $a,b\in R$ داریم: $a<b\Leftrightarrow a^2<b^2$. ت) حاصل‌جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۲	ثابت کنید اگر a و b دو عدد حقیقی نامنفی باشند، داریم: $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$.	۱/۲۵
۳	فرض کنیم a و n دو عدد طبیعی باشند به طوری که $a\mid 3n+4$ و $a\mid 2n+3$. نشان دهید $a=1$.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر $p>3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p=6k+1$ یا $p=6k+5$ $(k\in W)$ نوشته می‌شود.	۱/۵
۵	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد m و n بر ۱۷ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2m-5n)$ بر ۱۷ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۶	رقم یکان عدد $(7+2^{11})$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۷	معادله سیاله $2x+5y=19$ را حل کنید.	۱
۸	گراف G به صورت مقابل رسم شده است.به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\Delta(G)$, $\delta(G)$را مشخص کنید. ب) سه دور به طول ۳ بنویسید. پ) ماکزیمم درجه در مکمل گراف G چند است؟ ت) $N_G(e)$را با اعضا بنویسید. ث) آیا گراف G همبند است؟ 	۲/۵
۹	گراف کامل K_p دارای ۱۰ یال است. ابتدا p را به دست آورید، سپس گراف را رسم کنید.	۱
۱۰	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید. 	۱/۵
۱۱	هشت نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق، سه نفره، چهار نفره و یک نفره قرار بگیرند؟	۰/۷۵
۱۲	معادله $x_1+x_2+\cdots+x_5=14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن‌که $x_1\geq 1$ و $x_3>3$ باشند؟	۱/۲۵
۱۳	یک مربع لاتین چرخشی 4×4 بنویسید.	۰/۵

« بقیه سوالات در صفحه دوم»

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: **۸ صبح**	رشته : **ریاضی فیزیک**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۳۹۹/۰۶/۰۴**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان **روزانه** سراسرکشور در **نوبت شهریور** ماه سال **۱۳۹۹**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره

ب) بخش انتخابی

دانش‌آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۴ تا ۲۱ فقط ۴ سوال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۴	فرض کنیم $a,b\in Z\ ,m\in N$ اگر $a\overset{m}{\equiv}b$ ثابت کنید: $n\in N\ ,\ a^n\overset{m}{\equiv}b^n$.	۱
۱۵	آیا گراف ۷رأسی۳- منتظم وجود دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.	۱
۱۶	گراف P_5 را رسم کرده و تمام مسیرهای به طول ۳ را مشخص کنید.	۱
۱۷	متعامد بودن دو مربع لاتین زیر را بررسی کنید. ۱ ۲ ۳ ۲ ۳ ۱ ۳ ۱ ۲ ۱ ۲ ۳ ۳ ۱ ۲ ۲ ۳ ۱	۱
۱۸	در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۴ نفر والیبال بازی می‌کنند. مشخص کنید چند نفر نه فوتبال بازی می‌کنند و نه والیبال، به شرط آن‌که بدانیم ۹ نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می کنند.	۱
۱۹	تعداد تابع‌های یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی چند تا است؟ (با ذکر دلیل)	۱
۲۰	۸نفر را که برای یک برنامه تلویزیونی پیامک ارسال کرده‌اند، انتخاب کرده‌ایم و می‌خواهیم در ۴مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر (با قرعه‌کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟ (یک نفر می‌تواند ۴ جایزه را برنده شود.)	۱
۲۱	نشان دهید در یک خانواده ۵ نفری حداقل دو نفر فصل تولدشان یکسان است.	۱
	" موفق باشید " جمع نمره	۲۴

مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی
www.kanoon.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۹۹/۰۶/۰۴**	
دانش آموزان روزانه سراسرکشور **شهریور ماه سال ۱۳۹۹**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

پاسخ سوالات الزامی

۱ الف) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۳) ب) درست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۴) — نمره: ۱

پ) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۷) ت) نادرست (۰/۲۵) (مشابه قسمت ث کاردرکلاس صفحه ۳)

۲ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ (۰/۲۵) — نمره: ۱/۲۵

نابرابری آخر برای a, b نامنفی همیشه درست است. (۰/۲۵) . اثبات بازگشتی و حکم برقرار است. (۰/۲۵) (مثال صفحه ۷)

۳ $\begin{matrix} a \mid 3n+4 \\ a \mid 2n+3 \end{matrix} \Rightarrow a \mid \underbrace{-2(3n+4)}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{3(2n+3)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow a \mid 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = \pm 1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{a \in N} a = 1$ (۰/۲۵) — نمره: ۱/۲۵

(مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱)

۴ هرگاه p را بر ۶ تقسیم کنیم، خواهیم داشت:

$p = 6k$ (۱) , $p = 6k+1$ (۲) , $p = 6k+2 = 2(3k+1)$ (۳)

$p = 6k+3 = 3(2k+1)$ (۴) , $p = 6k+4 = 2(3k+2)$ (۵) , $p = 6k+5$ (۶) (۰/۷۵)

p در حالات (۱)، (۳) و (۵) زوج و در (۴) بر ۳ بخش‌پذیر است (۰/۲۵) که با اول بودن p تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین فقط در حالات (۲) یا (۶) ، p می‌تواند عددی اول باشد که حکم اثبات می‌شود. (۰/۲۵) (مسئله ۲ صفحه ۱۵) — نمره: ۱/۵

۵ $\begin{matrix} m = 17q+5 \ (q \in Z) \\ n = 17q'+3 \ (q' \in Z) \end{matrix}$ (۰/۵) $\Rightarrow (2m-5n) = 17(2q-5q') - 5$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow (2m-5n) = 17(2q-5q'-1) + 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow r = 12$ (۰/۲۵)

(مثال پایین صفحه ۱۴) — نمره: ۱/۲۵

۶ $2^5 \overset{10}{\equiv} 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2^{10} \overset{10}{\equiv} 2^2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2^{11} \overset{10}{\equiv} 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2^{11} + 7 \overset{10}{\equiv} 15 \overset{10}{\equiv} 5$ (۰/۲۵)

رقم یکان برابر ۵ است. (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۲۹) — نمره: ۱/۲۵

۷ $2x \overset{5}{\equiv} 19 \overset{5}{\equiv} 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \xrightarrow{(2,5)=1} x \overset{5}{\equiv} 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 5k+2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = -2k+3$ (۰/۲۵)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷) — نمره: ۱

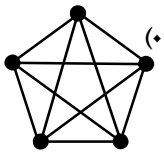
۸ الف) $\Delta(G) = 4$, $\delta(G) = 0$ (۰/۵) (مفاهیم اساسی گراف از صفحه ۳۲ تا صفحه ۳۹) — نمره: ۲/۵

ب) c,e,d,c (۰/۲۵) , c,a,e,c (۰/۲۵) , c,a,b,c (۰/۲۵)

پ) ۵ (۰/۲۵) ت) $N_G(e) = \{a,c,d\}$ (۰/۷۵) ث) خیر(۰/۲۵)

۹ $\frac{p(p-1)}{2} = 10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p^2 - p - 20 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p = 5$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۶ صفحه ۴۲) — نمره: ۱

رسم گراف (۰/۲۵)



۱۰ با توجه به $\left\lceil \frac{8}{3+1} \right\rceil = 2$ داریم $\gamma(G) \geq 2$ (۰/۲۵) لذا حداقل عدد احاطه‌گری ۲ است.(۰/۲۵) از طرفی $\{e,c\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰/۵). پس $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) در نتیجه $\gamma(G) = 2$ (عدد احاطه‌گری). (۰/۲۵)(قسمت الف تمرین ۳ صفحه۵۲) — نمره: ۱/۵

۱۱ $\frac{8!}{3! \times 4!}$ (۰/۷۵) (به راه حل $\underbrace{\binom{8}{4}}_{(۰/۲۵)} \underbrace{\binom{4}{3}}_{(۰/۲۵)} \underbrace{\binom{1}{1}}_{(۰/۲۵)}$ نیز نمره داده شود.) (مشابه مثال صفحه ۵۹) — نمره: ۰/۷۵

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۹۹/۰۶/۰۴**	
دانش آموزان **روزانه** سراسرکشور **شهریور ماه سال ۱۳۹۹**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	(سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱) $y_1=x_1-1\geq 0 \Rightarrow x_1=1+y_1$ (۰/۲۵) , $y_2=x_2-4\geq 0 \Rightarrow x_2=4+y_2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $1+y_1+x_2+4+y_2+x_4+x_5=14$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1+x_2+y_3+x_4+x_5=9$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ جواب $=\binom{9+5-1}{5-1}=\binom{13}{4}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۳	(توضیحات صفحه ۶۳) (۰/۵) ۱ ۲ ۳ ۴ ۴ ۱ ۲ ۳ ۳ ۴ ۱ ۲ ۲ ۳ ۴ ۱	۰/۵
	پاسخ سوالات اختیاری	
۱۴	$a\overset{m}{\equiv}b \Rightarrow m\mid a-b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m\mid(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+b^{n-1})$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m\mid a^n-b^n$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^n\overset{m}{\equiv}b^n$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۹ صفحه ۲۹)	۱
۱۵	**وجود ندارد.** (۰/۲۵) **زیرا:** (۰/۲۵) زوج $2q=$ ۲۱فرد (۰/۲۵) $\Rightarrow 3\times 7=2q$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sum_{i=1}^{7}\deg v_i=2q$ (۰/۲۵) (سوال ۸ صفحه ۳۸) همکاران گرامی، در صورتی که دانش آموزی با رسم شکل هم توضیح داد، نمره داده شود.	۱
۱۶	(صفحه ۳۸) a,b,c,d (۰/۲۵) , b,c,d,e (۰/۲۵) a b c d e (۰/۵)	۱
۱۷	**در مربع لاتین مقابل، اعداد ۲رقمی تکراری نداریم. پس دو مربع لاتین، متعامدند.** (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۶۶) ۱۱ ۲۲ ۳۳ ۳۲ ۱۳ ۲۱ ۲۳ ۳۱ ۱۲ (۰/۷۵)	۱
۱۸	$\underbrace{\lvert\overline{F\cup V}\rvert}_{(۰/۲۵)}=\lvert S\rvert-\lvert F\cup V\rvert=25-\underbrace{(15+14-9)}_{(۰/۵)}=5$ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۷۴)	۱
۱۹	$A=\{a_1,a_2,a_3\}, B=\{b_1,b_2,\cdots,b_6\}$ $f(a_1)=b_1\vee b_2\vee\cdots\vee b_6\Rightarrow$ (۰/۲۵) به ۶ طریق $f(a_1)$ را تعریف کنیم. یک به یک $f\Rightarrow f(a_2)\neq f(a_1)\Rightarrow$ (۰/۲۵) به ۵ طریق $f(a_2)$ را تعریف کنیم. یک به یک $f\Rightarrow f(a_3)\neq f(a_1), f(a_2)\neq f(a_2)\Rightarrow$ (۰/۲۵) به ۴ طریق $f(a_3)$ را تعریف کنیم. **بنابراین طبق اصل ضرب** $6\times 5\times 4=120$ **تابع یک به یک داریم.** (۰/۲۵) (به روش $P(6,3)=\frac{6!}{3!}=120$ نیز نمره داده شود.) (فعالیت صفحه ۷۹)	۱
۲۰	**حل مسأله معادل با یافتن تعداد تابع‌های ممکن از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۸ عضوی است.** (۰/۵) **که برابر با** 8^4 **است.** (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)	۱
۲۱	**فصل تولد=لانه=۴** (۰/۲۵) **وافراد خانواده=کبوتر=۵**(۰/۲۵)**. طبق اصل لانه کبوتری** (۰/۲۵)**حداقل یک لانه (فصل) وجود دارد که۲ کبوتر(دو نفر از اعضای خانواده) در آن قرار می‌گیرند (در یک فصل به دنیا آمده اند).** (۰/۲۵) (سوال ۳ کار درکلاس صفحه ۸۰)	۱
	جمع نمره	۲۴

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»