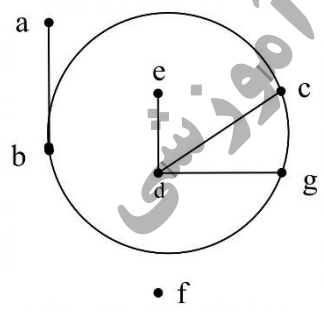
باسمه تعالی

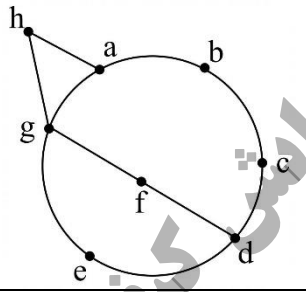
سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: **۲**	رشته : **ریاضی - فیزیک**	نام و نام خانوادگی :
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	ساعت شروع: **۸ صبح**	تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۰۶/۰۶**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در**نوبت شهریور** ماه سال **۱۴۰۱**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
۱	**هر یک از گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض کنید.** **الف) برای هر عدد طبیعی n ، عدد $۲^n+۱$ اول است.** **ب)مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.**	۱
۲	**$a_۱$ ، $a_۲$ ، $a_۳$ اعدادی صحیح هستند و $b_۱$ ، $b_۲$ ، $b_۳$ هم همان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته اند.** **ثابت کنید $(a_۱-b_۱)(a_۲-b_۲)(a_۳-b_۳)$ عددی زوج است.**	۱/۲۵
۳	**اگرعدد طبیعی a ، دو عدد $(۵k+۹)$ و $(۸k+۱۳)$ را عاد کند، ثابت کنید: $a=۱$ یا $a=۷$.**	۰/۷۵
۴	**اگر باقیماندهٔ تقسیم عدد a بر دو عدد ۶ و ۷ به ترتیب ۳ و ۵ باشد، باقیماندهٔ تقسیم عدد a را بر ۴۲ بیابید.**	۱
۵	**ثابت کنید باقیماندهٔ تقسیم هر عدد بر ۹ ، برابراست با باقیماندهٔ تقسیمِ مجموع ارقام آن عدد بر ۹ .**	۱/۲۵
۶	**دانش آموزی در یک آزمون علمی شرکت کرده است، او به سؤالات ۵ امتیازی و ۳ امتیازی پاسخ داده و مجموعا ۴۲ امتیاز کسب کرده است .(پاسخ به هر سؤال یا امتیاز کامل دارد و یا امتیازی ندارد.)** **این دانش آموز به چه صورت هایی توانسته این امتیاز را کسب کند؟**	۱/۷۵
۷	**با توجه به گراف (G)(شکل مقابل) به سؤالات زیر پاسخ دهید.** **الف) یک مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید.** **ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید.** **پ) درجهٔ رأس a را در گراف $\overline{G}$ تعیین کنید.** **ت)آیا گراف G همبند است ؟ (با ذکر دلیل)** **ث) $N_G[f]$ را بنویسید.** 	۲/۲۵
۸	**به سؤالات زیر پاسخ داده و برای آنها دلیل ارائه کنید.** **الف) یک گراف کامل ۱۱ رأسی چند یال دارد؟** **ب) در یک گراف از مرتبهٔ ۸ با $\Delta=۳$ ، حداقل چند رأس برای احاطه همه رئوس لازم است؟**	۱
۹	**به سؤالات زیر پاسخ دهید:** **الف) گراف $C_۸$ را رسم کنید.** **ب) یک γ - مجموعه از آن مشخص کنید.** **پ)یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۴- عضوی از آن را مشخص کنید.**	۱/۵

ادامه سؤالات درصفحه دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: **۲**	رشته : **ریاضی - فیزیک**	نام و نام خانوادگی :
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	ساعت شروع: **۸ صبح**	تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۰۶/۰۶**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در**نوبت شهریور** ماه سال **۱۴۰۱**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
۱۰	**با توجه به گراف (G) به سؤالات زیر پاسخ دهید.** **الف) عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص کنید.** **ب)یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.**  (G)	۱/۲۵
۱۱	**به چند طریق می‌توان ۴۵ دانش آموز را در چهار کلاس ۸ نفره ، ۱۰ نفره ،۱۲ نفره و ۱۵ نفره در یک مدرسه قرار داد ؟**	۱
۱۲	**برای کنار هم قرار گرفتن ۴ دانش آموز پایهٔ دوازدهم و ۶ دانش آموز پایهٔ یازدهم مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن $۴!\times۷!$ باشد.**	۱
۱۳	**تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله زیر را با شرایط داده شده به‌دست آورید.** $x_۱+۴x_۲+x_۳+x_۴+x_۵=۹$ $(x_۵=۲$ و $۱\le i\le ۴$ و $x_i\ge ۰)$	۱/۵
۱۴	**دومربع لاتین متعامد ۳×۳ را بنویسید. (دلیل متعامد بودن آنها را بیان کنید.)**	۱/۲۵
۱۵	**تعداد توابع یک به یک، از یک مجموعهٔ ۵ عضوی به یک مجموعهٔ ۷ عضوی را به دست آورید. (راه حل نوشته شود)**	۱/۲۵
۱۶	**حداقل چند نقطه از داخل مثلثی متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲ ، انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دونقطه از آنها فاصله شان کمتر از ۱ است ؟**	۱
	" موفق باشید " **جمع نمره**	**۲۰**

مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی

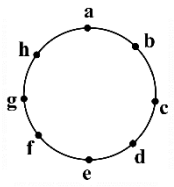
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۰۶/۰۶**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور **شهریور ماه سال ۱۴۰۱**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی **http://aee.medu.ir**	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست، مثال نقض $n=3$ (۰/۵) (مشابه کاردرکلاس صفحه ۳) ب) درست(۰/۲۵) ، اثبات: $a=2k+1\Rightarrow a^2=(2k+1)^2=2(2k^2+2k)+1=2k'+1\ (0/25)$ (تمرین صفحه ۸)	۱
۲	اگر $(a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)$ زوج نباشد (فرض خلف) پس عددی فرد است، (۰/۲۵) پس هر سه عامل (a_1-b_1) و (a_2-b_2) و (a_3-b_3) هم باید فرد باشند، (۰/۲۵) در نتیجه مجموعِ آنها هم باید فرد باشد. (۰/۲۵) اما با توجه به فرض مسأله : مجموع این سه عبارت برابر صفر است که عددی زوج است،(۰/۲۵) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود. (۰/۲۵) (مثال صفحه ۶)	۱/۲۵
۳	$\begin{cases} a\mid 5k+9 \\ a\mid 8k+13 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a\mid 40k+72 & (0/25) \\ a\mid 40k+65 & (0/25) \end{matrix} \Rightarrow a\mid 7 \quad (0/25) \Rightarrow a=1 \ \vee \ a=7$ (مشابه مثال۳ صفحه ۱۲)	۰/۷۵
۴	$\begin{matrix} a=6q+3 \\ a=7q'+5 \end{matrix} \ (0/25) \Rightarrow \begin{matrix} 7a=42q+21 \\ 6a=42q'+30 \end{matrix} \ (0/25) \Rightarrow a=42(q-q'-1)+33 \ (0/25) \Rightarrow r=33 \ (0/25)$ (مشابه مثال صفحه۱۴)	۱
۵	عدد n رقمی $A=\overline{a_{n-1}a_{n-2}...a_0}$ را بسط می دهیم(۰/۲۵) و در هم نهشتی به پیمانهٔ ۹ به جای هر توان ۱۰عدد۱ را قرار می دهیم (۰/۲۵)، داریم: (فعالیت صفحه ۲۲). $\underbrace{A=10^{n-1}\times a_{n-1}+...+...+...+10^2a_2+10a_1+1a_0}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{A\overset{9}{\equiv}1\times a_{n-1}+...+1\times a_1+a_0}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{A\overset{9}{\equiv}a_{n-1}+...+a_1+a_0}_{(0/25)}$	۱/۲۵
۶	$\underbrace{5x+3y=42}_{(0/25)} \Rightarrow 5x\overset{3}{\equiv}42\overset{3}{\equiv}0 \Rightarrow \underbrace{x\overset{3}{\equiv}0}_{(0/25)} \Rightarrow x=3k \Rightarrow \underbrace{5(3k)+3y=42}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{y=-5k+14}_{(0/25)}$ $\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=14 \end{cases} (0/25) \ ; \ \begin{cases} x=3 \\ y=9 \end{cases} (0/25) \ ; \ \begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases} (0/25)$ (مشابه مثال صفحه ۲۸)	۱/۷۵
۷	**الف)** $abgc$ (۰/۵) (تعریف مسیر صفحه ۳۸) ب) $bcdgb$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) ۵ (۰/۲۵) (مسأله صفحه ۳۷) ت) خیر (۰/۲۵) زیرا دارای رأس ایزوله است(هیچ مسیری از f به سایر رئوس وجود ندارد.) (۰/۲۵) (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G[f]=\{f\}$ (۰/۵)(مشابه مثال صفحه ۳۶)	۲/۲۵
۸	الف) (مسئلهٔ ۱ صفحه ۳۸) $\frac{p(p-1)}{2}=\frac{11(11-1)}{2}=55(0/5)$ ب) (صفحه ۴۹) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor=\left\lfloor \frac{8}{3+1} \right\rfloor=2 \quad (0/5)$	۱

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۰۶/۰۶**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور **شهریور ماه سال ۱۴۰۱**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی **http://aee.medu.ir**	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	الف) رسم گراف C_8 (۰/۵) (صفحه ۳۸)  ب) $D=\{a,d,g\}$ (۰/۵) (تعریف صفحه۴۴) پ) $\{a,c,e,g\}$:یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال (۰/۵) (صفحه ۴۶)	۱/۵
۱۰	الف) ۲ $=\gamma(G)\Rightarrow\{g,c\}$ (۰/۵) (مشابه تمرین۳ صفحه ۵۲) ب) $\{h,d,b\}$ (۰/۷۵) (صفحه ۴۶)	۱/۲۵
۱۱	$\underbrace{\binom{۱۵}{۱۵}}_{(۰/۲۵)}\times\underbrace{\binom{۲۷}{۱۲}}_{(۰/۲۵)}\times\underbrace{\binom{۳۷}{۱۰}}_{(۰/۲۵)}\times\underbrace{\binom{۴۵}{۸}}_{(۰/۲۵)}$ در صورتی که جواب را به فرم $\frac{۴۵!}{۸!\times۱۰!\times۱۲!\times۱۵!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹)	۱
۱۲	۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم را به چند طریق می توان در یک ردیف (کنار هم) قرار داد به طوری که همواره دانش آموزان پایه دوازدهم در کنار هم باشند. (۱نمره) (با توجه به باز پاسخ بودن سؤال، به پاسخ های صحیح دیگر نمره داده شود) (تمرین صفحه ۷۱)	۱
۱۳	$x_۱+۴x_۲+x_۳+x_۴+۲=۹\Rightarrow x_۱+۴x_۲+x_۳+x_۴=۷$ (۰/۲۵) $x_۲=۰\Rightarrow x_۱+x_۳+x_۴=۹$(۰/۲۵)$\Rightarrow\binom{۹}{۲}=۳۶$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۳۶+۱۰=۴۶$ (۰/۲۵) $x_۲=۱\Rightarrow x_۱+x_۳+x_۴=۵$ (۰/۲۵)$\Rightarrow\binom{۵}{۲}=۱۰$ (۰/۲۵) (مشابه سوال۹صفحه ۷۱)	۱/۵
۱۴	الف) به هر کدام از مربع های لاتین مانند نمونه زیر (۰/۵) نمره . متعامدند چون در مربع ترکیبی عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵) (صفحه ۶۴) ۱ ۲ ۳ / ۲ ۳ ۱ / ۳ ۱ ۲ — ۳ ۱ ۲ / ۲ ۳ ۱ / ۱ ۲ ۳	۱/۲۵
۱۵	اگر فرض کنیم $A=\{a_۱,a_۲,a_۳,a_۴,a_۵\}$ (۰/۲۵) و $B=\{b_۱,b_۲,b_۳,...,b_۷\}$ (۰/۲۵) ، برای تعریف f روی هر عضو A ، ۷ انتخاب داریم (۰/۲۵) ،بنابراین طبق اصل ضرب(۰/۲۵) تعداد کل تابع های یک به یک برابر است با $\frac{۷!}{۲!}=۳\times۴\times۵\times۶\times۷$ (۰/۲۵) (اگر دانش آموزی از فرمول $(۷)_۵=\frac{۷!}{۲!}$ پاسخ دهد نمره کامل داده شود.) (مشابه مثال صفحه ۷۸)	۱/۲۵
۱۶	۵ نقطه را کبوتر (۰/۲۵) و ۴ مثلث کوچک را لانه (۰/۲۵) در نظر می‌گیریم. طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) (۵>۴) حداقل یک لانه (مثلث) وجود دارد که دو نقطه (کبوتر) در آن قرار می‌گیرد. (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۸۲)	۱
	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»