باسمه تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور) – مردادماه ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)- استفاده از خط‌کش، پرگار و ماشین‌حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		نمره

۱ **درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.** — نمره: ۱

الف) مربع هر عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.

ب) به ازای $n=۹$ رابطهٔ $n \mid (n-۱)!$ برقرار است.

پ) اگر G یک گراف سادهٔ همبند باشد، آن‌گاه $\overline{G}$ همواره یک گراف ساده ناهمبند است.

ت) تعداد اعداد چهار رقمی که با ارقام ۵ ، ۴ ، ۲ و ۲ می‌توان نوشت، برابر ۱۲ است.

۲ **جاهای خالی را با اعداد یا عبارت‌های مناسب کامل کنید.** — نمره: ۱

الف) عدد ۱۴۰۵ به پیمانهٔ ۳ به کلاس یا دستهٔ هم‌نهشتی ..... تعلق دارد.

ب) G یک گراف کامل است. مجموعهٔ همسایگی بستهٔ هر رأس آن، برابر مجموعهٔ ..... است.

پ) عدد احاطه‌گری گراف $C_۷$ برابر ..... است.

ت) در مربع لاتین A (مقابل)، مقدار a برابر ..... است.

$A=$

۱	۲	
	۱	a

۳ ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n، عبارت $۳n^۲-۵n+۱$ همواره عددی فرد است. — نمره: ۱/۲۵

۴ اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد صحیح a بر دو عدد ۵ و ۶ به ترتیب ۲ و ۴ باشد، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a را بر ۳۰ به‌دست آورید. (با ارائه راه‌حل) — نمره: ۱/۲۵

۵ اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$، آن‌گاه ثابت کنید: $(p,a)=۱$ — نمره: ۱/۲۵

۶ اگر ۹ دی در یک سال روز جمعه باشد، آن‌گاه ۲۰ مرداد در همان سال چه روزی از هفته بوده است؟ (با ارائه راه‌حل) — نمره: ۱/۲۵

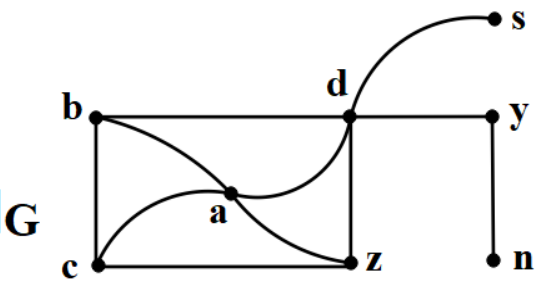
۷ جواب‌های عمومی معادلهٔ هم‌نهشتی $x-۱ \overset{۱۱}{\equiv} ۴x-۵$ را به‌دست آورید و سپس بزرگ‌ترین عدد دو رقمی که در این معادله صدق می‌کند را بنویسید. (با ارائه راه‌حل) — نمره: ۱/۲۵

۸ **پاسخ سؤالات ستون اول را از ستون دوم پیدا کرده و در پاسخ‌برگ بنویسید. (در ستون دوم یک مورد اضافی است.)** — نمره: ۱

ستون اول
الف) تعداد مجموعه‌های احاطه‌گری گراف مقابل 
ب) تعداد رأس‌های زوج گراف $P_۵$ کدام است؟
پ) تعداد گراف‌های ساده‌ای که مجموعه احاطه‌گر مینیمم آن‌ها، غیرمینیمال است.
ت) اگر $G=C_۵$ باشد، آن‌گاه مقدار $\delta(G)$ چند است؟

ستون دوم
۰
۲
۳
۴
۵

۹ **با توجه به گراف G به سؤالات زیر پاسخ دهید:** — نمره: ۱/۵



الف) اندازهٔ گراف G و $\Delta(G)$ را مشخص کنید. (۰/۵)

ب) مسیری به طول ۶ با شروع از رأس a بنویسید. (۰/۲۵)

پ) دوری به طول ۳ باشروع از رأس d بنویسید. (۰/۲۵)

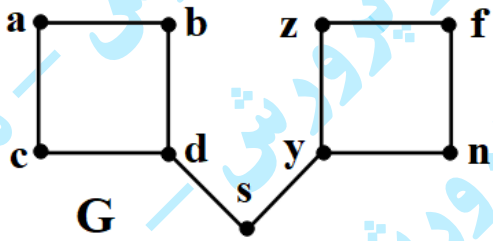
ت) اگر $N_G(x)=\{a,c,d\}$ آن‌گاه x چه رأس‌هایی می‌تواند باشد؟ (۰/۵)

باسمه‌تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور) – مردادماه ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)- استفاده از خط‌کش، پرگار و ماشین‌حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		نمره

۱۰ به یک گراف **۴**– منتظم از مرتبهٔ **۷** چند یال افزوده شود، تا به یک گراف کامل هم‌مرتبه با آن تبدیل شود؟ (با ارائه راه‌حل) — **۰/۷۵**

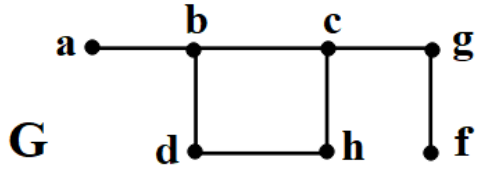
۱۱ **گراف G را در نظر بگیرید:** — **۱/۵**



الف) عدد احاطه‌گری گراف G را با ذکر دلیل به‌دست آورید. (۱/۲۵)

ب) آیا با اضافه‌کردن یال af عدد احاطه‌گری تغییر می‌کند؟ (۰/۲۵)

۱۲ در گراف G مقابل، کدام یک از مجموعه‌های زیر یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است؟ (با ذکر دلیل) — **۰/۵**



الف) $\{c,d,f,a\}$ ب) $\{h,b,f,a\}$

۱۳ **۴** دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم و **۳** دانش‌آموز پایهٔ یازدهم به چند طریق می‌توانند کنار هم (در یک ردیف) قرار بگیرند، به‌طوری‌که دانش‌آموزان پایهٔ یازدهم همواره کنار هم باشند؟ (با ارائه راه‌حل) — **۰/۷۵**

۱۴ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=9$ را با شرط $x_5=4$ به‌دست آورید. (با ارائه راه‌حل) — **۱/۵**

۱۵ جایگشت‌های $(1\to 4)$, $(2\to 3)$, $(3\to 2)$ و $(4\to 1)$ روی مربع لاتین A، اعمال کنید و سپس مربع حاصل را نوشته و آن را B بنامید. — **۱**

آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ چرا؟

$$A=\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۳&۲&۴&۱\\\hline ۴&۱&۳&۲\\\hline ۱&۴&۲&۳\\\hline ۲&۳&۱&۴\\\hline\end{array}$$

۱۶ با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، مشخص کنید چند رمز **۴** رقمی با ارقام **۱** تا **۵** می‌توان نوشت به‌طوری‌که هر رمز، حداقل یک رقم **۲** و یک رقم **۳** را شامل باشد؟ (در رمز، تکرار ارقام مجاز است – با ارائه راه حل) — **۱/۵**

۱۷ به چند طریق می‌توان **۳** کتاب متمایز را بین **۷** نفر توزیع کرد، به‌طوری‌که به هر نفر حداکثر یک کتاب برسد؟ (با ارائه راه حل) — **۰/۵**

۱۸ **۱۳** نقطه درون یک مستطیل **۴×۳** قرار دارند. نشان دهید حداقل **۲** نقطه از این **۱۳** نقطه وجود دارد که فاصلهٔ آن‌ها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ باشد. (با ارائه راه حل) — **۱/۲۵**

"موفق باشید"	**مجموع نمرات**	**۲۰**