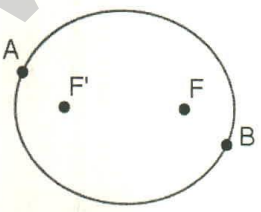
سؤالات شبه نهایی درس : هندسه (۳)	بسمه تعالی	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۱/۲۲
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	آموزش و پرورش استان کرمانشاه	زمان امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تعداد صفحات : ۲ صفحه
دانش آموزان سراسر استان در فروردین ۱۴۰۲	(نوبت ظهر)	تعداد سؤالات: ۱۶

امام علی (ع) فرمود: کسی که با دانش خود به پیکار با جهلِ خویش برخیزد، به بالاترین خوشبختی می رسد.

ردیف	سؤالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار باشند، داریم: $\vec{a}\times\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert.\lvert\vec{b}\rvert.\cos\theta$. ب) مکان هندسی نقطه هایی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله اند، نیمساز آن زاویه است.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) اگر تمام درآیه های یک ماتریس صفر باشند، آن ماتریس را ماتریس ..... می نامند. ب) معادله $y=0$ در فضای $\mathbb{R}^3$ نشان دهنده صفحه ..... می باشد.	۰/۵
۳	در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix}3x & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}=0$ مقدار x را بیابید.	۱/۲۵
۴	اگر $A=\left[a_{ij}\right]_{3\times3}$ به صورت $a_{ij}=\begin{cases}i.j & i>j\\ i^2 & i=j\\ 2i-j & i<j\end{cases}$ تعریف شده باشد، ماتریس $2A-3I$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	اگر $A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ باشد، نشان دهید ماتریس $2I-4A^{-1}$ وارون پذیر نیست.	۱/۲۵
۶	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(2,1)$ بوده و بر خط $5x+12y=1$ مماس باشد.	۱
۷	نقطه های A، B، C و D در صفحه مفروضند. نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از نقطه C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید.)	۱
۸	آیا $x^2+y^2+3x-2y+5=0$ معادله یک دایره است؟	۰/۷۵
۹	معادله سهمی را بنویسید که مختصات کانون آن $F(2,3)$ و $x=4$ خط هادی آن باشد.	۲
۱۰	اگر مختصات کانون های بیضی $F(9,2)$، $F'(1,2)$ و $\frac{c}{a}=0/8$ باشد، طول قطر بزرگ، طول قطر کوچک و مرکز بیضی را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقطه های F و F' کانون های بیضی هستند. اگر $AF'=BF$ باشد. ثابت کنید دو پاره خط AF و BF' موازی اند. 	۱/۵

ادامه ی سؤالات در صفحه دوم

www.kanoon.ir

ردیف	سؤالات	بارم
۱۲	مساحت مثلث ABC را در صورتی که $A=(۲,۰,۲)$، $B=(-۲,۱,-۲)$ و $C=(۰,۰,-۵)$ باشد، محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارهای $\vec{a}=(۲,-۱,۲)$ و $\vec{b}=(۲,۴,-۲)$ مفروض اند. قرینه بردار $\vec{a}+\vec{b}$ را نسبت به امتداد بردار $a-b$ محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	در صفحه $\mathbb{R}^۲$ نمودار رابطه های مربوطه را رسم کنید. الف) $y=x^۲ \quad , \quad -۱<x\leq ۲$ ب) $\begin{cases}-۱\leq x\leq ۱\\ -۲\leq y\leq ۱\end{cases}$	۱/۵
۱۵	اگر $\vec{a}=۲i+j-k$ و $\vec{b}=۲j-k$ باشند، مطلوب است: $(a+b)\times(a-b)$.	۱/۵
۱۶	اگر a و b دو بردار دلخواه باشند، ثابت کنید: $\lvert ab\rvert \leq \lvert a\rvert.\lvert b\rvert$	۱/۵
	سربلندی شما آرزوی ماست. جمع بارم	۲۰نمره

www-kanoon-ir

پاسخنامه هندسه ۳ — نوبت ظهر

(۱) الف) نادرست (۰٫۲۵) ب) درست (۰٫۲۵)

(۲) الف) صفر یا $\bar{0}$ (۰٫۵) ب) $\times 0 \mathbb{Z}$ (۰٫۵)

(۳) $[3k \;\; 2]\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow [3k-2 \;\; -2k+12]\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ (۰٫۵)

$\Rightarrow (3k-2)(-1) + (-2k+12)(1) = 0 \Rightarrow k = 2$ (۰٫۵) (۰٫۵)

(۴) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 9 \end{bmatrix}$ (۰٫۵) , $2A - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 6 & 12 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 6 & 12 & 15 \end{bmatrix}$ (۰٫۲۵) (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

(۵) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 0 - (-2) = 2 \Rightarrow \bar{A}^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (۰٫۵)

$B = 2I - 2\bar{A}^{-1} = 2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2\times\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 0$ (۰٫۲۵) (۰٫۵)

چون دترمینان ماتریس B برابر صفر است، پس این ماتریس وارون‌پذیر نیست. (۰٫۲۵)

(۶) فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر با شعاع دایره است $R = OH = \frac{|3(2)+12(1)-21|}{\sqrt{3^2+12^2}} = \frac{21}{13}$ (۰٫۲۵) (۰٫۲۵)

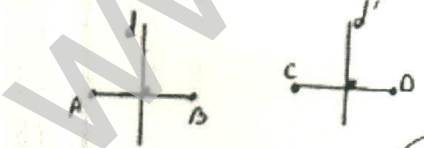


معادله دایره: $(x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{441}{169}$ (۰٫۵)

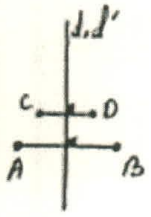
(۷) عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم کرده و خط d را می‌نامیم. عمودمنصف پاره‌خط CD را رسم کرده و خط d' را می‌نامیم. سه مورد زیر خواهد بود:



الف) اگر خط‌های d و d' متقاطع باشند، مسئله یک جواب دارد: نقطه M (۰٫۲۵)



ب) اگر خط‌های d و d' موازی و متمایز باشند، مسئله جواب ندارد. (۰٫۲۵)



پ) اگر خط‌های d و d' بر هم منطبق باشند، مسئله بی‌شمار جواب دارد (۰٫۲۵)

www.kanoon.ir

(۸) خیر (۰/۲۵)

$a=۳, b=-۲, c=۵$

$a^۲+b^۲-۴c=۹+۴-۲۰=-۷<۰ \Rightarrow$ معادله تی‌ای است (۰/۲۵) (۰/۲۵)

(۹) چون خط‌های به صورت $x=۴$ و $x_F<۴$ ، بنابراین دهانه سهمی رو به چپ است (۰/۲۵)

خط‌های سهمی: $x=a\oplus h=۴$ ، کانون سهمی: $F(a+h,k)=(۲,۳) \Rightarrow \begin{cases} -a\oplus h=۲ \\ k=۳ \end{cases}$ (۰/۵)

$\begin{cases} a\oplus h=۴ \\ -a\oplus h=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h=۳ \\ a=۱ \end{cases}$ (۰/۵)

راس سهمی $(۳,۳) \longrightarrow (y-k)^۲=-۴a(x-h)$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow (y-۳)^۲=-۴(x-۳)$ (۰/۲۵)

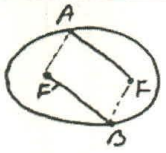
(۱۰) مرکز بیضی وسط کانون‌ها است، پس داریم: $F(۹,۲)$ و $F'(۱,۲)$ بیضی افقی (۰/۲۵)

مرکز $O=\left(\frac{۹+۱}{۲}, \frac{۲+۲}{۲}\right) \Rightarrow O(۵,۲) \Rightarrow c=OF=\sqrt{(۹-۵)^۲+(۲-۲)^۲}=۴$ (۰/۲۵)

$\frac{c}{a}=۰/۸ \longrightarrow \frac{۴}{a}=۰/۸ \longrightarrow a=۵$ (۰/۲۵) $\longrightarrow a^۲=b^۲+c^۲ \longrightarrow ۲۵=b^۲+۱۶ \longrightarrow b=۳$ (۰/۲۵)

قطر بزرگ $=۲a=۱۰$ (۰/۲۵) ، قطر کوچک: $۲b=۶$ (۰/۲۵)

(۱۱) چهارضلعی $AFBF'$ را در نظر می‌گیریم، داریم: (۰/۲۵)



$\begin{cases} AF+AF'=BF+BF'=۲a \\ AF=BF \end{cases} \Rightarrow AF=BF'$ (۰/۵)

یعنی هر دو ضلع روبه‌رو در چهارضلعی فوق با هم برابرند، پس این چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است (۰/۲۵)

$AF=BF' , AF'=BF \longrightarrow$ چهارضلعی $AFBF'$ متوازی‌الاضلاع است $\Rightarrow AF' \parallel BF, BF' \parallel AF$ (۰/۵)

(۱۲)

$\overrightarrow{AB}=B-A=(-۳,۱,-۴) , \overrightarrow{AC}=C-A=(-۲,۰,-۷)$ (۰/۵)

$AB\times AC=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -۳ & ۱ & -۴ \\ -۲ & ۰ & -۷ \end{vmatrix}=(-۷,-۲۰,۲)$ (۰/۷۵)

مساحت مثلث $=S=\frac{۱}{۲}|AB\times AC| , S=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴۹+۴۰۰+۴}=\frac{\sqrt{۴۵۳}}{۲}$ (۰/۵)

(۱۳)

$\vec{a}+\vec{b}=(۴,۳,۰) \longrightarrow |a+b|=\sqrt{۴^۲+۳^۲+۰^۲}=۵$ (۰/۵)

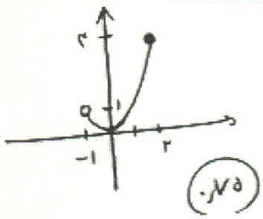
$\vec{a}-\vec{b}=(۰,-۵,۴) \longrightarrow |a-b|=\sqrt{۰^۲+(-۵)^۲+۴^۲}=\sqrt{۴۱}$ (۰/۵)

تصویر $a+b$ نسبت به امتداد $a-b$ $=۲\frac{(a+b)|a-b)}{|a-b|^۲}(a-b)-(a+b)=\left(-۴, \frac{۲۷}{۴۱}, \frac{-۱۲۰}{۴۱}\right)$ (۰/۷۵)

www-kanoon-ir

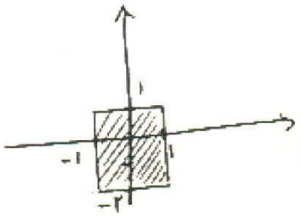
۹۴

الف)



۰/۷۵

ب)



۰/۲۵ × ۲

۱۵

۷۵) $\vec{a}+\vec{b}=3\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{a}-\vec{b}=\vec{i}-\vec{j}$ ۰/۲

$$(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 3 & -2\\ 2 & -1 & 0\end{vmatrix}=-2\vec{i}-4\vec{j}-8\vec{k}$$ ۰/۵

۱۴

$-1\le\cos\theta\le 1 \Rightarrow |\cos\theta|\le 1 \xrightarrow{\times|\vec{a}||\vec{b}|} |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \le |\vec{a}||\vec{b}| \longrightarrow |\vec{a}.\vec{b}| \le |\vec{a}||\vec{b}|$

۰/۲۵ ۰/۲ ۰/۲۵ ۰/۲ ۰/۲