بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:	امتحان شبه‌نهایی هندسه دوازدهم ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
نام مدرسه:	نوبت دوم — سوالات پاسخ‌برگ دارد.	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
شهرستان:	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد.	تاریخ: ۱۴۰۲/۰۱/۲۲

۱ (۱ نمره)

درستی یا نادرستی هر کدام از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر A یک ماتریس مربعی و r یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه $|rA|=r|A|$ ✗

ب) جمع دو ماتریس، وقتی ممکن است که آن دو ماتریس هم مرتبه باشند. ✓

پ) مکان هندسی، مجموعه برخی نقاط صفحه است که یک ویژگی خاص داشته باشند. ✓

ت) بیضی، مجموعه نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل‌شان از دو نقطهٔ ثابت، مقدار ثابتی باشد. ✗

۲ (۱/۵ نمره)

گزینه درست را انتخاب نمایید.

الف) در تساوی ماتریسی $[x \quad 1 \quad 2x]\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\1\\2x\end{bmatrix}=6$، مقدار $|x|$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{5}$ ۲) $\frac{5}{7}$ ۳) ۱ ✓ ۴) ۲

ب) معادلهٔ سهمی با کانون $F(2,1)$ و خط هادی $x=4$ کدام است؟

۱) $(y-3)^2=-4(x-1)$ ۲) $(x-2)^2=-4(y-1)$ ✓ ۳) $(x-3)^2=-4(y-1)$ ۴) $(x-1)^2=-4(y-3)$

پ) بردارهای $(m-1,1,m+n)$ و $(4,-2,0)$ موازیند. $m-n$ کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۳ جاهای خالی را با عبارت مناسب پُر کنید.

الف) اگر $A=\begin{bmatrix}-1&0\\0&2\end{bmatrix}$، آن‌گاه A^{10} برابر است با $\begin{bmatrix}1&0\\0&1024\end{bmatrix}$ (۰/۵)

ب) اگر دستگاه معادلات $\begin{cases}2x+my=4\\x+y-m=0\end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، مقدار m برابر است با ۰.۰... (۰/۵)

پ) اگر صفحه‌ای هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور مخروط نباشد، در این‌صورت فصل مشترک صفحه و مخروط، یک ..... است. (۰/۲۵)

ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت و یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط ..... باشند. (۰/۲۵)

ث) اگر $\vec{a}=(1,2,4)$ و $\vec{b}=(-1,3,-2)$ باشند، $\vec{a}+2\vec{b}=$ (۰/۲۵)

۴ (۱ نمره)

اگر $A^2=\begin{bmatrix}-5&-2\\15&13\end{bmatrix}$، $B^2=\begin{bmatrix}4&7\\7&12\end{bmatrix}$ و $(A-B)=\begin{bmatrix}3&0\\1&-2\end{bmatrix}$ باشند، $AB+BA$ را بیابید.

۵ (۱/۵ نمره)

اگر $A=\begin{bmatrix}1&2&0\\-1&1&4\\0&-2&3\end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A^2 را بدست آورید.

۶ (۱/۲۵ نمره)

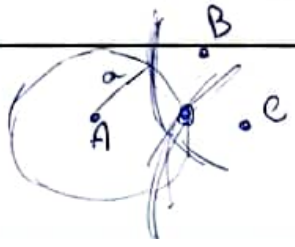
دستگاه $\begin{cases}x-3y=1\\2x+y=9\end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.

۷ (۱ نمره)

معادلهٔ دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(-2,1)$ و بر خط به معادلهٔ $4x+3y-5=0$ مماس باشد.

۸ (۲ نمره)

نقاط A، B و D در صفحه داده شده‌اند. نقطه‌هایی را در این صفحه بیابید که از A به فاصلهٔ a و از B و D به یک فاصله باشد (در مورد تعداد جواب‌ها بحث کنید).



$\begin{bmatrix}9&0\\14&\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5&-1\\27&25\end{bmatrix}-2AB$

$\begin{bmatrix}9&0\\14&\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5&-1\\27&20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4&-1\\-24&-14\end{bmatrix}=-2AB$

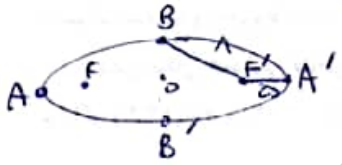
www.kanoon.ir

۹	وضعیت دو دایره زیر را نسبت به هم تعیین کنید. $x^2+y^2-8x+4y+11=0$ و $x^2+y^2-8x-2y+16=0$	۱/۵
۱۰	در یک بیضی با کانون‌های F, F'، قطر بزرگ AA' و قطر کوچک BB'، داریم $BF=8$ و $A'F'=5$. خروج از مرکز و طول قطر کوچک بیضی را بیابید.	۱/۵
۱۱	سهمی به معادلهٔ $x^2-2x-8y=15$ مفروض است. ابتدا مختصات رأس، مختصات کانون و معادلهٔ خط هادی آن را بیابید، سپس سهمی را رسم کنید.	۲
۱۲	فاصلهٔ نقطهٔ $A=(2,3,\sqrt{3})$ از مبداء مختصات دو برابر فاصلهٔ نقطهٔ $B=(1,2,a+\sqrt{3})$ تا A می‌باشد. مقادیر a را بدست آورید.	۱/۲۵
۱۳	نقطهٔ $A(2,1,-4)$ و نقطهٔ B به عرض ۳ روی محور yها داده شده‌اند. مختصات نقطهٔ میانی AB را بیابید.	۰/۷۵
۱۴	وجه‌های مکعب مستطیلی روی صفحات $z=4$, $z=-2$, $y=5$, $y=1$, $x=2$, $x=-1$ قرار دارد. الف) مختصات رأسی از این مکعب مستطیل که طول ۲ دارند را بنویسید. ب) معادلات مربوط به دو یال موازی را بنویسید. پ) حدود طول، عرض و ارتفاع نقاط روی وجه بالایی این مکعب مستطیل را مشخص کنید.	۲

موفق باشید

$M\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}, \frac{z_A+z_B}{2}\right) = M(0,2,0)$

$y^2-2x=4y+1.5$



www-kanoon-ir

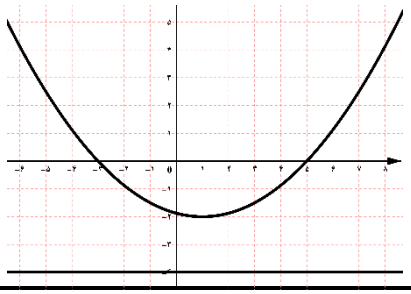
CamScanner

پاسخنامه تشریحی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	اداره کل آموزش و پرورش استان بوشهر

ردیف	همکار گرامی، خواهشمندیم به راه حل های دیگر، نمره به تناسب داده شود.	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) گزینه ۳ (۰/۵) ب) گزینه ۲ (۰/۵) پ) گزینه ۴ (۰/۵)	۲
۳	الف) $A^{۱۰}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۲^{۱۰}\end{bmatrix}$ (۰/۵) ب) $m=۲$ (۰/۵) پ) هذلولی (۰/۲۵) ت) به یک فاصله (۰/۲۵) ث) $\vec{a}+۲\vec{b}=(-۱,۸,۰)$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۴	$(A-B)^۲=(A-B)(A-B)=A^۲-AB-BA+B^۲$ (۰/۲۵) $\Longrightarrow$ $\begin{bmatrix}۹ & ۰\\ ۱ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & -۵\\ ۱۵ & ۱۳\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۷ & ۴\\ ۱۲ & ۷\end{bmatrix}-(AB+BA)$ (۰/۵) $\Longrightarrow$ $(AB+BA)=\begin{bmatrix}-۴ & -۱\\ ۲۶ & ۱۶\end{bmatrix}$ (۰/۲۵)	۱
۵	روش اول $A^۲=\begin{bmatrix}۰ & ۲ & ۱\\ ۴ & ۱ & -۱\\ ۳ & -۲ & ۰\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۰ & ۲ & ۱\\ ۴ & ۱ & -۱\\ ۳ & -۲ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۱ & ۰ & -۲\\ ۱ & ۱۱ & ۳\\ -۸ & ۴ & ۵\end{bmatrix}$ (۰/۷۵) $\Longrightarrow |A^۲|=۲۸۹$ (۰/۷۵) روش دوم $\|A\|=۱۷\Longrightarrow \|A^۲\|=\|A\|^۲=۲۸۹$	۱/۵
۶	$\begin{bmatrix}۱ & -۳\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱\\ ۹\end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $\Longrightarrow A^{-۱}=\frac{۱}{۷}\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}$ (۰/۵) $\Longrightarrow$ $\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\frac{۱}{۷}\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\ ۹\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴\\ ۱\end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $\Longrightarrow x=۴\ ,y=۱$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۷	$r=\frac{\|۴\times(-۲)+۳\times۱-۵\|}{\sqrt{۴^۲+۳^۲}}=\frac{۱۰}{۵}=۲$ (۰/۵) $(x+۲)^۲+(y-۱)^۲=۴$ (۰/۵)	۱
۸	۱- مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله a هستند، دایره‌ایی است به مرکز A و شعاع a $C(A,a)$ (۰/۵) ۲- مکان هندسی نقاطی که از B , D به یک فاصله هستند، عمودمنصف پاره‌خط DB است l (۰/۵) جواب مسئله $C\cap l$ است. (۰/۲۵) خط و دایره نسبت به هم سه حالت دارند: الف) همدیگر را قطع نمی‌کنند، بنابراین مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵) ب) خط بر دایره مماس است، بنابراین مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵) پ) خط، دایره را قطع می‌کند، که دو جواب وجود خواهد داشت. (۰/۲۵)	۲
۹	$O_۱(۴,۱)\ ,r_۱=۱$ (۰/۵) و $O_۲(۴,-۲)\ ,\quad r_۲=۳$ (۰/۵) $\Longrightarrow$ $O_۱O_۲=۳$ (۰/۲۵) $\Longrightarrow r_۲-r_۱<O_۱O_۲<r_۲+r_۱$ (۰/۲۵) بنابراین متقاطع هستند.	۱/۵
۱۰	$BF=BF'\ ,\quad BF+BF'=۲a\Longrightarrow a=۸$ (۰/۵)	۱/۵

www.kanoon.ir

پاسخنامه تشریحی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	اداره کل آموزش و پرورش استان بوشهر

ردیف	همکار گرامی، خواهشمندیم به راه حل های دیگر، نمره به تناسب داده شود.	نمره
	$A'F' = a - c \implies c = ۳$ (۰/۲۵) $b^۲ = a^۲ - c^۲ \implies b = \sqrt{۵۵}$ (۰/۲۵) $۲b = ۲\sqrt{۵۵}$, $\frac{c}{a} = \frac{۳}{۸}$ (۰/۵)	
۱۱	$x^۲ - ۲x + ۱ = ۸y + ۱۶ \implies$ $(x-۱)^۲ = ۴ \times ۲(y+۲)$ (۰/۵) $C \implies$ $O(۱,-۲)$, $F(۱,۲-۲)$, $y = -۲-۲ = -۴$ (۰/۷۵)  (۰/۷۵)	۲
۱۲	$AO = \sqrt{۲^۲ + ۳^۲ + \sqrt{۳}^۲} = ۴$ (۰/۲۵) و $AB = \sqrt{(۲-۱)^۲ + (۳-۲)^۲ + a^۲} = \sqrt{۲ + a^۲}$ (۰/۲۵) $AO = ۲AB \implies ۴ = \sqrt{۲ + a^۲} \implies a = \pm ۲$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۱/۲۵
۱۳	$B(۰,۳,۰)$ (۰/۲۵) $\rightarrow M(۱,۲,-۲)$ (۰/۵)	۰/۷۵
۱۴	الف) هر کدام از نقطه های $(۲,۵,-۲)$, $(۲,۵,۴)$, $(۲,۱,-۲)$, $(۲,۱,۴)$ نوشته باشد درست است. (۰/۲۵) ب) (۰/۵) $\begin{cases} x = -۱ \\ y = ۵ \end{cases}$, (۰/۵) $\begin{cases} x = -۱ \\ y = ۱ \end{cases}$ یا هر دو یال موازی دیگر پ) $\begin{cases} -۱ \le x \le ۲ & (۰/۲۵) \\ ۱ \le y \le ۵ & (۰/۲۵) \\ z = ۴ & (۰/۲۵) \end{cases}$	۲
	موفق باشید.	۲۰