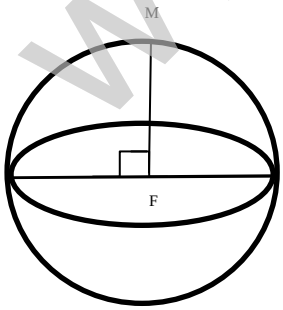
نام و نام خانوادگی: پایه: رشته تحصیلی: تعداد صفحات: ۱	جمهوری اسلامی ایران اداره کل آموزش و پرورش استان سیستان و بلوچستان **اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ زاهدان** آزمون شبه نهایی اردیبهشت ۱۴۰۲	نام درس: هندسه ۳ تاریخ امتحان: / / مدت امتحان: ۹۰ دقیقه ساعت شروع: نوبت صبح

زیبایی زندگی به ریاضیات است و زیبایی ریاضیات به هندسه.

ردیف	سؤالات	بارم
۱	**مفاهیم زیر را تعریف کنید.** **الف) ماتریس ب) ماتریس قطری ج) مکان هندسی د) ضرب داخلی دو بردار**	۲
۲	**ثابت کنید ضرب خارجی دو بردار در فضای $\mathbb{R}^3$ بر هر دو بردار عمود است.**	۲
۳	**ثابت کنید اگر θ زاویه بین دو بردار $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ و $\vec{b}=(b_1,b_2,b)$ باشد آنگاه** $\cos\theta=\frac{\lvert\vec{a}\rvert^2+\lvert\vec{b}\rvert^2-\lvert a-b\rvert^2}{2\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert}$	۲/۲۵
۴	**اگر** $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}4&0&0\\0&-4&0\\0&0&5\end{bmatrix}$ **حاصل** A^3-A^2-A **را به دست آورید.**	۰/۷۵
۵	**برای ماتریس 2×2 و دلخواه A ثابت کنید $\lvert AB\rvert=\lvert A\rvert\lvert B\rvert$**	۲
۶	**در چه صورتی فصل مشترک یک رویه ی مخروطی و یک صفحه دایره ای، بیضی و یا سهمی می شود؟ شرح دهید.**	۱
۷	**از مثلث PQR اندازه ضلع QR و ارتفاع PH و مجموع اندازه ی اضلاع داده شده است داده شده است. با استفاده از خواص بیضی شیوه رسم این مثلث را توضیح دهید.**	۱/۵
۸	**دستگاه مقابل را با استفاده از روش ماتریس وارون حل کنید.** $\begin{cases}x-2y=3\\2x+y=5\\-3x+6y=-9\end{cases}$	۱/۵
۹	**نقطه O مبدا مختصات و بردار $\overrightarrow{OA}=3i+j$ و $\overrightarrow{OB}=-i+5j$ مفروض اند. اگر $M=(x,y,z)$ و $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ حاصل $x+y+z$ را به دست آورید.**	۲
۱۰	**در شکل مقابل قطر دایره بر قطر بیضی منطبق است و نقطه F کانون بیضی است. اگر طول قطر کوچک بیضی برابر ۱۴ باشد طول MF را به دست آورید.** 	۱/۷۵
۱۱	**اگر** $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}3&-3&4\\2&-3&4\\0&-1&1\end{bmatrix}$ **درایه های سطر اول ماتریس A^4 را به دست آورید.**	۲
۱۲	**برای دو ماتریس 3×3 ، B و A تساوی $A\times B=B\times A$ را اثبات یا با ارائه مثال نقض رد کنید.**	۱/۷۵
*	نمره با عدد : نمره با حروف : — تاریخ: / / امضاء — جمع بارم	۲۰

www-kanoon-ir

۱- الف) ماتریس : هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعدادی سطر و ستون که ماتریس نامیده می‌شود.

ب) ماتریس مقدی : ماتریسی است مربعی که تمام درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند.

ج) کمان هندسی : مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همهٔ آن ها ویژگی مشترک داشته باشند.

د) ضرب داخلی دو بردار : اگر $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ و $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ دو بردار در $\mathbb{R}^3$ باشند در این صورت ضرب داخلی دو بردار $\vec{a}$ در $\vec{b}$ که با نماد $\vec{a}\cdot\vec{b}$ نمایش می دهیم به صورت زیر تعریف می کنیم :

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$$

۲-

$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$

$$\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = a_1(a_2b_3-a_3b_2)+a_2(a_3b_1-a_1b_3)+a_3(a_1b_2-a_2b_1)=0$$

$$\vec{b}\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = b_1(a_2b_3-a_3b_2)+b_2(a_3b_1-a_1b_3)+b_3(a_1b_2-a_2b_1)=0$$

$\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})=0$ و $\vec{b}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})=0$

این خاصیت گویای این مطلب است که $\vec{b}\perp\vec{a}\times\vec{b}$ ، $\vec{a}\perp\vec{a}\times\vec{b}$

۳)

$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$

$|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$ $|\vec{b}|=\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}$ $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)^2+(a_3-b_3)^2}$

θ : زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$

با استفاده از قضیهٔ کسینوس ها می توان نوشت :

$$|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\left(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-|\vec{a}-\vec{b}|^2\right)=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \rightarrow \cos\theta=\frac{\frac{1}{2}\left(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-|\vec{a}-\vec{b}|^2\right)}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

۴)

$$A^2=\begin{bmatrix}4&0&0\\0&-4&0\\0&0&5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&0&0\\0&-4&0\\0&0&5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}16&0&0\\0&16&0\\0&0&25\end{bmatrix}$$

$$A^3=\begin{bmatrix}4&0&0\\0&-4&0\\0&0&5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}16&0&0\\0&16&0\\0&0&25\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}64&0&0\\0&-64&0\\0&0&125\end{bmatrix}$$

$$A^3-A^2-A=\begin{bmatrix}64&0&0\\0&-64&0\\0&0&15\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-16&0&0\\0&-16&0\\0&0&-25\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4&0&0\\0&4&0\\0&0&-5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}44&0&0\\0&-76&0\\0&0&-15\end{bmatrix}$$

حنانه عابدینی - مسئول درس ریاضی ۱ گروه دهم ریاضی

www-kanoon-ir

$$A=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_1b_1+a_2b_3 & a_1b_2+a_2b_4 \\ a_3b_1+a_4b_3 & a_3b_2+a_4b_4 \end{bmatrix}$$

$$|AB|=(a_1b_1+a_2b_3)(a_3b_2+a_4b_4)-(a_1b_2+a_2b_4)(a_3b_1+a_4b_3)$$

$$|AB|=a_1b_1a_4b_4+a_2b_3a_3b_2-a_1b_2a_4b_3-a_2b_4a_3b_1 \quad (1)$$

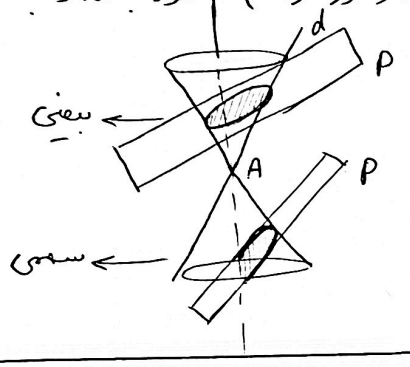
$$|A|=(a_1a_4-a_2a_3) \qquad |B|=(b_1b_4-b_2b_3)$$

$$|A||B|=a_1b_1b_4a_4+a_2b_2a_3b_3-a_2a_3b_1b_4-a_1b_2a_4b_3 \quad (2)$$

(2), (1) $\longrightarrow$ $|AB|=|A||B|$

---

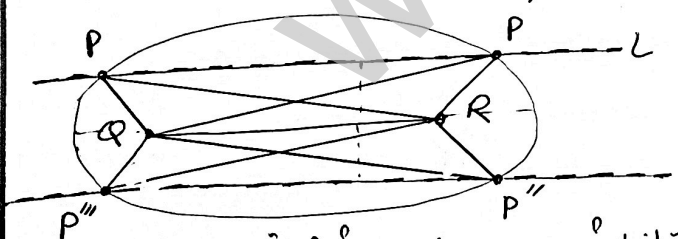
6 – حالتی که بیضی می‌شود ← در حالتی که صفحه دایره‌ای (صفحهٔ P) بر محور l (محور مخروط) عمود نباشد و با مولد d نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمهٔ مخروط را قطع کند.



حالتی که سهمی می‌شود ← اگر صفحهٔ P با مولد d موازی باشد و از رأس مخروط عبور نکند، در این صورت فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک سهمی است.

---

7 –



ضلع QR را فاصله بین دو کانون لوزی در نظر می‌گیریم.

بنابراین $PQ+PR=2a$

کمان هندسی نقطه P (طبق خواص لوزی) لوزی مقابل می‌تواند باشد پس در نهایت مثلث با قاعده QR داریم.

اندازه ارتفاع PH را داریم بنابراین خط l و l' را موازی با QR و به فاصلهٔ PH از آن رسم می‌کنیم.

محل برخورد این دو خط با لوزی، می‌تواند رأس سوم مثلث باشد. بنابراین ۴ مثلث با شرایط گفته شده در صورت سؤال داریم.

www-kanoon-ir

(8

$$\begin{cases} I\ x - 2y = 3 \\ II\ 2x + y = 5 \\ III\ -3x + 6y = -9 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{I,II} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1}A = I \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1}\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow |A| = 5 \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{5} \\ -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{I,III} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}}_{B}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \end{bmatrix} \rightarrow |B| = 0 \rightarrow \text{جواب ندارد}$$

$$\xrightarrow{II,III} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}}_{C}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \end{bmatrix} \rightarrow |C| = 15$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{15}\begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 \\ -9 \end{bmatrix} = \frac{1}{15}\begin{bmatrix} 39 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{5} \\ -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

(9

$O = (0,0,0) \rightarrow \vec{A} = (3,1,0)$, $\vec{B} = (-1,5,0)$

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (-1-3)\vec{i} + (5-1)\vec{j} = -4\vec{i} + 4\vec{j}$$

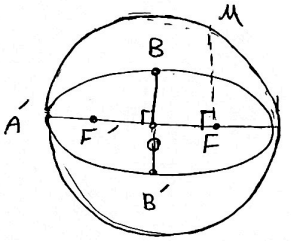
$$\vec{AM} = \vec{M} - \vec{A} = (x-3)\vec{i} + (y-1)\vec{j}$$

$$\vec{AM} = \frac{3}{4}\vec{AB} = \frac{3}{4}(-4\vec{i} + 4\vec{j}) = -3\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$\rightarrow x - 3 = -3 \rightarrow x = 0 \qquad y - 1 = 3 \rightarrow \boxed{y = 4} \qquad z = 0$$

$$\boxed{x + y + z = 4}$$

www.kanoon.ir



$BB' = 14 \rightarrow OB = OB' = 7 = b$

$BF = a = \frac{AA'}{2} = R_{\text{دایره}}$ $\quad OM = R_{\text{دایره}}$

رابطهٔ فیثاغورس در $B\hat{O}F$: $BF^2 = OF^2 + BO^2 \longrightarrow R^2 = OF^2 + 7^2$

رابطهٔ فیثاغورس در $O\hat{M}F$: $OM^2 = OF^2 + FM^2 \rightarrow R^2 = OF^2 + FM^2$

$\rightarrow \boxed{FM = 7}$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

---

12 - در حالت کلی ضرب دوماتریس خاصیت جابه‌جایی ندارد. سپس با مثال نقض آن را رد می‌کنیم.

(تنها در صورتی این خاصیت برقرار است که A و B وارون یکدیگر باشند، و این صورت $AB = BA = I$)

مثال نقض $\rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$

$$B \times A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -1 & 8 \end{bmatrix} \longrightarrow A \times B \neq B \times A$$

حنانه عابدینی

۰۱۵۰۰۳۵۳۹۱

۱۴۰۲/۲/۷

www.kanoon.ir

هندسه ۳ - زاهدان — محمد نژاد - رتبه ۸۶ کنکور سراسری

۱- الف) هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعدادی سطر و ستون را ماتریس نامیده می‌شود

ب) ماتریس خطی: ماتریسی است مربعی که تمام درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشد

ج) ماتریس هندسی: مجموعه نقاطی از صفحه یا فضا است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی مشترک داشته باشند

د)
$$\begin{cases} \vec{a} = (a_1, a_2, a_3) \\ \vec{b} = (b_1, b_2, b_3) \end{cases} \qquad \vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

۲-

$$\vec{a}.(\vec{a}\times\vec{b}) = a_1(a_2b_3 - a_3b_2) + a_2(a_3b_1 - a_1b_3) + a_3(a_1b_2 - a_2b_1)$$
$$= a_1a_2b_3 - a_1a_3b_2 + a_2a_3b_1 - a_1a_2b_3 + a_1a_3b_2 - a_2a_3b_1 = 0$$

$$\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{b}) = b_1(a_2b_3 - a_3b_2) + b_2(a_3b_1 - a_1b_3) + b_3(a_1b_2 - a_2b_1)$$
$$= a_2b_1b_3 - a_3b_1b_2 + a_3b_1b_2 - a_1b_2b_3 + a_1b_2b_3 - a_2b_1b_3 = 0$$

۳- می‌دانیم

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$$(\vec{a}-\vec{b})^2 = (\vec{a}-\vec{b}).(\vec{a}-\vec{b}) = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a}.\vec{b}$$

$$\cos\theta = \frac{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a}-\vec{b}|^2}{2|\vec{a}||\vec{b}|} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - \left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a}.\vec{b}\right)$$

$$2\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 + 2\vec{a}.\vec{b} \longrightarrow 2a.b = 2a.b$$

۴- می‌دانیم حاصلضرب ماتریس‌های قطری هم ماتریسی است قطری که فقط درایه‌های روی قطر اصلی آن صفر نداریم

$$A^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 125 \end{bmatrix}$$

$$A^3 - A^2 - A = \begin{bmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 125 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44 & 0 & 0 \\ 0 & -14 & 0 \\ 0 & 0 & 95 \end{bmatrix}$$

www.konkur.in

۵-

$$A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \longrightarrow |A| = ad-bc$$

$$B=\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} \longrightarrow |B| = eh-gf$$

$$A\times B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

$$|A\times B| = (ae+bg)(cf+dh) - (af+bh)(ce+dg)$$

$$|A||B| = (ad-bc)(eh-gf)$$

$$|A\times B| = aecf + aedh + bgcf + bgdh - afce - afdg - bhce - bhdg$$

$$= aedh - afdg + bgcf - bhce = ad(eh-fg) - bc(he-gf)$$

$$= (ad-bc)(he-gf) = |A||B|$$

۶- دایره : رجایی که صفحه‌ی P بر مخروط عمود باشد و از رأس آن عبور نکند

بیضی : رجایی که صفحه‌ی P بر مخروط عمود نباشد و مولد d نیز در آن نباشد و تمام یک سمت مخروط را قطع کند

سهمی : اگر صفحه‌ی P با مولد d موازی باشد و از رأس مخروط عبور نکند

۷- با توجه به اینکه مجموع اندازه‌ی اضلاع یک مثلث همواره ثابت است و همچنین طول ضلع QR (مبنا) و اندازه‌ی دو زاویه‌ی مجاور به این ضلع ثابت است

ابتدا پاره‌خط QR را رسم می‌کنیم حال چون مجموع اندازه‌ی دو ضلع PQ و PR همواره ثابت است پس طبق تعریف که در هندسی بیضی نقطه‌ی P یک نقطه‌ی متغیر است که همواره روی یک بیضی ای با کانون‌های Q و R قرار دارد

حال اگر اندازه‌ی یکی از زوایا مثلا زاویه‌ی PH را داشته باشیم در نتیجه یک نقطه‌ی P حال هر جا که نقطه‌ی P روی بیضی باشد کانون‌های Q و R و طول قطر بزرگ PQ+PR همچنین ۲ برابر فاصله‌ی PH و همچنین فاصله‌ی QR از یکدیگر ثابت است

حل چند مسئله از کنکور سراسری خارج هزار - رشته ۸۷ کنکور سراسری خارج ۳

حین ۳ معادله‌ی ۳ مجهول دارم ابتدا از یکی ۲ معادله‌ی ۲ مجهول را حل می‌کنم سپس جواب‌های به دست آمده را در معادله‌ی سوم صدق می‌دهم

$$\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+y=5 \\ -3x+6y=-9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+y=5 \end{cases} \qquad \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}}_{B}$$

$$AX=B \xrightarrow{A^{-1}X} A^{-1}AX=A^{-1}B \Longrightarrow X=A^{-1}B$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \longrightarrow A^{-1}=\frac{1}{1-(-4)}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{13}{5} \\ -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$-2\left(\frac{13}{5}\right)+\left(\frac{-1}{5}\right)=-\frac{39}{5}-\frac{2}{5}=\frac{-45}{5}=-9$$

حین جواب‌های به دست آمده قابل تحویله

۹

$A=(2,1,0)$

$B=(-2,1,0)$

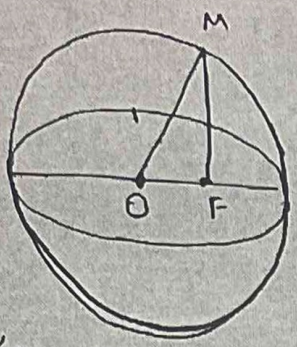
$M=(1,3,2)$

$\overrightarrow{AM}=(x-2,y-1,z)$

$\overrightarrow{AB}=(-4,0,0)$

$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \longrightarrow \begin{cases} x-2=-2 \\ y-1=0 \\ z=0 \end{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$ $x+y+z=1$

۱۰-



$2a$ = قطر بزرگ بیضی

$2b$ = قطر کوچک بیضی $= 14$

$2c$ = فاصله کانونی

$$\left.\begin{array}{l} a^2 = b^2 + c^2 \\ \text{---} \quad a^2 - c^2 = 49 \end{array}\right\}$$

$2a = 2R \longrightarrow a = R$

$OM = R = a$

$OM^2 = OF^2 + MF^2$

$a^2 = c^2 + MF^2 \longrightarrow MF^2 = a^2 - c^2 = 49$

$\rightarrow \boxed{MF = 7}$

۱۱-

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

۱۲- می‌دانیم ضرب دو ماتریس در حالت کلی خاصیت جابجایی ندارد لذا با یک مثال نقضی وادعا را نقض می‌کنیم

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B \times A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A \times B \neq B \times A$