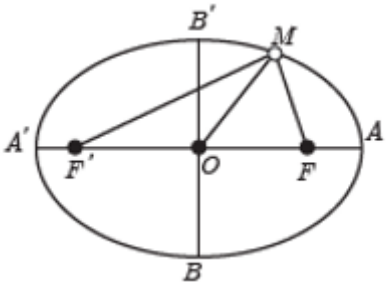
بسمه تعالی

دبیرخانه استانی مدیران متوسطه نظری با همکاری اداره تکنولوژی گروههای آموزشی متوسطه استان

سوالات امتحان شبه نهایی: **هندسه ۳**	مدت امتحان: **۱۲۰** دقیقه	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تعداد صفحات: **۲**
پایه **دوازدهم** دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: **۸ صبح**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۰۲/۱۱**	نام و نام خانوادگی:

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	بارم
۱	درستی و یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) در دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصربفرد دارد. ب) نقطه $A(۱,-۲)$ داخل دایره $x^۲+y^۲-۲x+۲y=۰$ قرار دارد.	۱
۲	الف) در ماتریس $A=\begin{bmatrix} |A| & ۹ \\ ۴ & ۵ \end{bmatrix}$ مقدار $\lvert A\rvert$ برابر ..... است. ب) اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را ماتریس ..... می‌نامیم.	۱
۳	اگر ماتریس $A=[a_{ij}]_{۳\times ۳}$ که $a_{ij}=\begin{cases} i^۲-۱ & i=j \\ i-j & i>j \\ j-i & i<j \end{cases}$ و $B=\begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۰ \\ -۱ & ۳ & ۲ \\ ۰ & ۲ & ۵ \end{bmatrix}$ باشد، الف) حاصل ماتریس $A\times B$ را بیابید. ب) دترمینان ماتریس $A+B$ را بیابید.	۱/۵
۴	به ازای چه مقدار m، ماتریس $A=\begin{bmatrix} m+۲ & ۳ \\ ۳ & m+۱ \end{bmatrix}$، یک ماتریس وارون‌پذیر است؟	۱
۵	از رابطه $\begin{bmatrix} ۰ & ۲ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}A$، ماتریس A را بیابید.	۱/۵
۶	الف) نقاط A، B، C و D در صفحه مفروضند. نقطه ای در این صفحه بیابید(در صورت وجود) که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد. ب) خط d و نقطه A به فاصله ۳ از خط d، در صفحه مفروضند. نقطه ای در این صفحه بیابید که از A به فاصله ۲ و از d به فاصله ۳ سانتی متر باشد.	۱
۷	وضعیت دو دایره $x^۲+y^۲+۲x=۳$ و $(x+۱)^۲+(y-۱)^۲=۹$ را نسبت به هم تعیین کنید.	۱/۵
۸	دایره ای از دو نقطه $(۰,۰)$ و $(۳,۱)$ گذشته و مرکز آن بر خط به معادله $y=۲x$ قرار دارد. شعاع این دایره را بدست آورید.	۱/۵
۹	نقطه M روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است: الف) نشان دهید: $OM=OF=OF'$ ب) نشان دهید مثلث MFF' قائم‌الزاویه است. ج) طول‌های MF' و MF را بدست آورید. 	۲

ادامه سوالات برگه دوم

www-kanoon-ir

بسمه تعالی

دبیرخانه استانی مدیران متوسطه نظری با همکاری اداره تکنولوژی گروههای آموزشی متوسطه استان

سوالات امتحان شبه نهایی: **هندسه ۳**	مدت امتحان: **۱۲۰** دقیقه	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تعداد صفحات: **۲**
پایه **دوازدهم** دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: **۸ صبح**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۰۲/۱۱**	نام و نام خانوادگی:

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	بارم
۱۰	سهمی $y^2 = 2x - 4y$ مفروض است. مختصات رأس و کانون سهمی را یافته و آن را رسم کنید. همچنین مختصات نقاط برخورد سهمی و محورهای مختصات را بیابید.	۲
۱۱	نقاط $A = (2, -4, 3)$ ، $B = (-2, -1, -3)$ و $C = (2, 7, 3)$ را در فضا در نظر می‌گیریم. کدامیک از نقاط روی خط $\begin{cases} x = 2 \\ z = 3 \end{cases}$ قرار دارند؟ چرا؟	۱
۱۲	بردارهای $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ را در نظر بگیرید. طول بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۳	اگر $\vec{a} = (2, -1, 2)$ ، $\vec{b} = (-2, 3, 1)$ و $\vec{c} = (-1, -1, 2)$ باشند، تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را روی بردار $\vec{b} + \vec{c}$ بدست آورید.	۱/۵
۱۴	اگر سه بردار $\vec{a} = (0, -1, 2)$ ، $\vec{b} = (m, -1, 3)$ و $\vec{c} = (4, 1, 2)$ در یک صفحه باشند، مقدار m را تعیین کنید.	۲
	موفق و سربلند باشید.	**جمع نمره ۲۰**

www-kanoon-ir طرح از نما

پاسخ امتحان شبه نهایی هندسه ۳ استان زنجان

۱- الف) نادرست - در این حالت دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

ب) درست

مرکز: $O(1,-1)$

شعاع: $R = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+2^2} = \sqrt{2}$

$$OA = \sqrt{(1-1)^2+(-2+1)^2} = 1 \Rightarrow OA < R$$

۲- الف) $|A| = 5|A| - 36 \Rightarrow 4|A| = 36 \Rightarrow |A| = 9$

ب) اسکالر

۳- الف) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 7 & 12 \\ -1 & 12 & 11 \\ 3 & 21 & 42 \end{bmatrix}$

ب) $A+B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 13 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow |A+B| = (156 + 12 + 0) - (24 + 18 + 0) = 126$$

۴- $|A| \neq 0 \Rightarrow (m+2)(m+1) - 6 \neq 0$

$\Rightarrow m^2 + 3m + 2 - 6 \neq 0 \Rightarrow m^2 + 3m - 4 \neq 0$

$\Rightarrow (m+4)(m-1) \neq 0 \Rightarrow m \neq 1, -4$

۵- فرض کنید $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد. در این صورت داریم:

$$B^{-1} = \frac{1}{5\times1 - 2\times3}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$AB = C \Rightarrow A = CB^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 7 & -12 \end{bmatrix}$$

www.kanoon.ir

۶- الف) نقاطی که از A و B به یک فاصله باشند، روی عمود منصف پاره خط AB و نقاطی که از C و D به یک فاصله باشند، روی عمود منصف پاره خط CD قرار دارند. نقطهٔ تلاقی این دو عمود منصف جواب مسئله است.

ب) نقاطی از صفحه که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۲ سانتی‌متر باشند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ سانتی‌متر و نقاطی از صفحه که از خط d به فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر باشند، روی دو خط موازی با خط d در طرفین آن و به فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر از آن قرار دارند. محل برخورد این دو خط با دایره جواب مسئله است.

۷- $C: x^2+y^2+2x-3=0$

مرکز: $O(-1,0)$ شعاع: $R=\frac{1}{2}\sqrt{2^2-4(-3)}=2$

$C': (x+1)^2+(y-1)^2=9$

مرکز: $O'(-1,1)$ شعاع: $R'=3$

$OO'=\sqrt{(-1+1)^2+(1-0)^2}=1 \Rightarrow OO'=|R-R'|$ دو دایره مماس داخل‌اند

۸- فرض کنید مرکز دایره نقطهٔ $O(x,2x)$ باشد. اگر $A(0,0)$ و $B(3,1)$ در نظر گرفته شوند، آنگاه داریم:

$$AO=BO \Rightarrow \sqrt{x^2+(2x)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(2x-1)^2}$$

به توان ۲ $\longrightarrow$ $x^2+4x^2=x^2-6x+9+4x^2-4x+1 \Rightarrow 10x=10 \Rightarrow x=1$

شعاع: $R=AO=\sqrt{5x^2}=\sqrt{5\times 1^2}=\sqrt{5}$

۹- الف) قطر بزرگ: $2a=10 \Rightarrow a=5$

قطر کوچک: $2b=6 \Rightarrow b=3$ $\Rightarrow c^2=a^2-b^2=16 \Rightarrow c=4$

$FF'=2c=8 \Rightarrow OF=OF'=4 \Rightarrow OF=OF'=OM$

ب) چون طول میانهٔ وارد بر ضلع FF' در مثلث MFF'، نصف طول این ضلع است، پس مثلث MFF' قائم‌الزاویه است، یعنی $F\hat{M}F'=90^\circ$.

www.kanoon.ir

۹- ج)

$$MF + MF' = 2a = 10 \xrightarrow{MF = x} MF' = 10 - x$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث MFF' داریم:

$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \Rightarrow x^2 + (10-x)^2 = 8^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 100 - 20x + x^2 = 64 \Rightarrow 2x^2 - 20x + 36 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 18 = 0 \Rightarrow x = 5 - \sqrt{7} \Rightarrow \begin{cases} MF = 5 - \sqrt{7} \\ MF' = 5 + \sqrt{7} \end{cases}$$

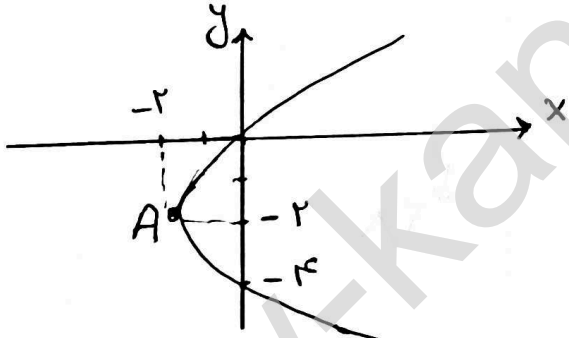
۱۰- معادلهٔ سهمی را به حالت متعارف تبدیل می‌کنیم.

$$y^2 = 2x - 4y \Rightarrow y^2 + 4y + 4 = 2x + 4 \Rightarrow (y+2)^2 = 2(x+2)$$

رأس: $A(-2,-2)$ دهانهٔ سهمی رو به راست است و داریم:

$$4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

کانون: $F(h+a, k) = (-2+\frac{1}{2}, -2) \Rightarrow F(-\frac{3}{2}, -2)$



برخورد با محورها: $x = 0 \Rightarrow y^2 + 4y = 0 \Rightarrow y(y+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -4 \end{cases}$

برخورد با محورها: $y = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$

بنابراین نقاط برخورد با محورها، شامل دو نقطهٔ $O(0,0)$ و $B(0,-4)$ است.

۱۱- نقاط $A=(2,-4,3)$ و $C=(2,7,3)$ روی خط $\begin{cases} x = 2 \\ z = 3 \end{cases}$ قرار دارند، چون مختصات آنها در معادلهٔ این خط صدق می‌کند.

۱۲-

$$\vec{a} - 2\vec{b} = (2,3,-1) - 2(2,-1,0) = (-2,5,-1)$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2 + (-1)^2} = \sqrt{30}$$

www.kanoon.ir

۱۳- $\vec{d} = \vec{b} + \vec{c} = (-۲, ۳, ۱) + (-۱, -۱, ۲) = (-۳, ۲, ۳)$

اگر $\vec{a}'$ تصویر بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{d}$ $(\vec{b}+\vec{c})$ باشد، آنگاه داریم:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a}\cdot\vec{d}}{|\vec{d}|^۲}\vec{d} = \frac{-۶-۲+۶}{۹+۴+۹}(-۳, ۲, ۳) = \frac{-۱}{۱۱}(-۳, ۲, ۳)$$

۱۴- شرط هم صفحه بودن سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ آن است که $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=۰$ باشد،

بنابراین داریم:

$$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = ۰ \Rightarrow \begin{vmatrix} ۰ & -۱ & ۲ \\ m & -۱ & ۳ \\ ۴ & ۱ & ۲ \end{vmatrix} = ۰$$

$\xrightarrow{\text{دستور سارروس}}$ $(۰ - ۱۲ + ۲m) - (-۸ + ۰ - ۲m) = ۰$

$\Rightarrow ۴m = ۴ \Rightarrow m = ۱$