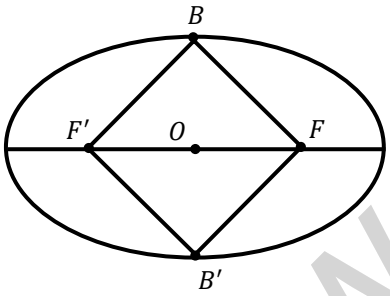
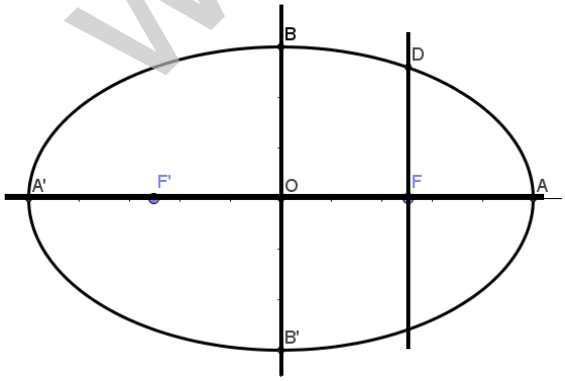
سؤالات امتحان شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۳	تعداد صفحه : ۳
دانش‌آموزان روزانه شهرستان‌های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران		https://www.teo.medu.ir

ردیف	سؤالات	بارم
۱	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) ماتریس A یک ماتریس ۳×۳ است که $|A| = ۲$. در این صورت $\left|\frac{۱}{۲}A\right|$ کدام گزینه است؟ ۱) ۴ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۸}$ ب) اگر معادله حاصل از برخورد خط و دایره را تشکیل دهیم، شرط آنکه خط بر دایره مماس شود این است که : ۱) $\Delta > ۰$ ۲) $\Delta < ۰$ ۳) $\Delta = ۰$ ۴) $\Delta \geq ۰$ ج) نقاط $A(-۲,۲,۲)$ ، $B(۳,۰,۵)$ و $C(۱,۲,-۳)$ سه رأس مثلث ABC هستند. طول میانه AM کدام است؟ ۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $۳\sqrt{۳}$ د) مساحت ناحیه بین نمودار رابطه‌های $x^۲ + y^۲ \leq ۱۶$ و $x^۲ + y^۲ - ۴x \geq ۰$ کدام است؟ ۱) ۸π ۲) ۱۲π ۳) ۱۰π ۴) ۱۵π	۱
۲	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) جمع ماتریس‌ها دارای خاصیت شرکت پذیری است. ب) دستگاه معادلات $\begin{cases} -۲x + ۳y = ۲ \\ ۴x - ۶y = -۴ \end{cases}$ دارای جواب منحصر به فرد است. ج) بردارهای $\vec{a}$ و $r\vec{a}$ همواره هم‌جهت هستند. د) همه نقاطی که مختصات آنها در رابطه $\begin{cases} x = ۰ \\ y = ۰ \end{cases}$ صدق می‌کند، محور z ها را مشخص می‌کنند.	۱
۳	جاهای خالی را پر کنید. الف) شرط لازم و کافی برای اینکه $A^{-۱}$ وجود داشته باشد آن است که ..... باشد. ب) اگر $A = \begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix}$ و $A \times B$ ماتریس قطری باشد، مقدار a برابر است با ..... . ج) هرگاه در یک سطح مخروطی صفحه p به گونه‌ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور L نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی ..... است. د) حجم مکعب حاصل از برخورد صفحات به معادلات $x = ۱$ ، $x = ۳$ ، $y = ۱$ ، $y = ۴$ ، $z = -۲$ و $z = ۲$ برابر است با	۱

www-kanoon-ir

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۳	تعداد صفحه : ۳
دانش‌آموزان روزانه شهرستان‌های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران		https://www.teo.medu.ir

۴	اگر $\begin{vmatrix} ۷ & ۲ \\ ۱ & -۱ \end{vmatrix} = y + x \begin{vmatrix} ۷ & ۲ & ۱ \\ ۱ & -۱ & ۲ \\ ۲ & ۱ & x \end{vmatrix}$ ، مقدار y را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} -۵ & ۳ \\ ۲ & ۴ \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱۰ \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد. سپس جواب دستگاه را با استفاده از $A^{-۱}$ بیابید.	۱/۵
۶	دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست، در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بابید که از A و B به یک فاصله باشد و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (در وجود جواب بحث کنید.)	۱/۵
۷	الف) حدود m را طوری به دست آورید که معادله $x^۲ + y^۲ - ۳x + ۵y + m = ۰$ معادله یک دایره باشد. ب) وضعیت دو دایره $c : x^۲ + y^۲ = ۱$ و $c' : x^۲ + y^۲ - ۶x - ۲y + ۹ = ۰$ نسبت به هم چگونه است؟	۰/۵ ۱
۸	اگر در بیضی مقابل $BF'B'F$ مربع باشد، خروج از مرکز بیضی را بیابید. (F و F' کانون‌ها و B و B' دو سر قطر کوچک هستند.) 	۱
۹	مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصله F از هر دو نقطه O و A برابر ۴ است. اگر خطی که در نقطه F بر AA' عمود کرده‌ایم، بیضی را در نقطه D قطع کرده باشد، مختصات D را به دست آورید. 	۱/۵

www-kanoon-ir

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۳	تعداد صفحه : ۳
دانش‌آموزان روزانه شهرستان‌های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران	https://www.teo.medu.ir

۱۰	الف) سهمی $y^۲ = ۴x - ۴$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ ، دایره‌ای رسم می‌کنیم. مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید. ب) مختصات کانون و همچنین معادله سهمی را به رأس $A(۴,۶)$ و خط هادی $x = ۹$ بنویسید. ج) قطر دهانه یک دیش ماهواره‌ای که از دوران سهمی حول محورش حاصل شده برابر ۳۲ متر و عمق دیش برابر ۸ متر است. فاصله کانونی سهمی چقدر بوده است؟	۱/۲۵ ۱ ۰/۷۵
۱۱	الف) معادله صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه $A(۲,۳,۴)$ بگذرد و با صفحه xoy موازی باشد. ب) در فضای $\mathbb{R}^۳$ نقطه $(-۳,۲,-۵)$ در کدام ناحیه (کنج) از دستگاه مختصات قرار دارد؟ ج) اگر $\vec{a}= ۲\vec{i} - \vec{k}$ و $\vec{b}= (۱,۲,۱)$ ، طول بردار $\vec{a} - ۲\vec{b}$ چقدر است؟	۰/۵ ۰/۵ ۱
۱۲	اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به طول ۲ باشند به طوری که $\left\|\vec{a} + \vec{b}\right\| = \sqrt{۱۰}$ حاصل $\left(\vec{a} - ۲\vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} - \vec{b}\right)$ را بیابید.	۱/۲۵
۱۳	تصویر قائم بردار $\vec{a}= ۲\vec{i} - \vec{j} + ۲\vec{k}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}= (۱, -۱,۰)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $A(-۱,۲,۳)$ ، $B(-۲,۴,۱)$ و $C(۱,۳,۵)$ سه رأس یک مثلث باشند، کسینوس زاویه A را در مثلث ABC به دست آورید.	۱/۵

موفق باشید

www-kanoon-ir

هندسه ۳ - استان تهران — محاسبه نژاد - رتبه ۸۶ کنکور سراسری

۱- الف) ۲ ب) ۳ ج) ۱ د) ۲

۲- الف) وریت ب) ناوریت ج) ناوریت د) درست

۳- الف) مدرسی بوده و دترمینان یکی مخالف صفر باشد

ب) $A\times B=\begin{bmatrix}4 & a\\ b & -1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & -2\\ 4 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4+4a & -8+2a\\ b-4 & -2b-2\end{bmatrix}$ ← شرط همزمان بودن ← $\begin{cases}-8+2a=0 \Rightarrow \boxed{a=4}\\ b-4=0 \Rightarrow \boxed{b=4}\end{cases}$

ج) هندلولی

د) $V=2\times3\times4=24$

۴-

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 7\\ 2 & -1 & 1\\ 3 & 1 & 2\end{vmatrix}=1\times(-2-1)-2\times(4-3)+7\times(2+3)=-3+9=6$$

$$y+2\begin{vmatrix}2 & 7\\ -1 & 1\end{vmatrix}=y+2(2-(-7))=y+9=6$$

$$\begin{cases}y+9x=3+9x\\ \boxed{y=3}\end{cases}$$

۵-

$AX=B$

$$\begin{bmatrix}3 & -5\\ 4 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 10\end{bmatrix}\qquad X=A^{-1}\times B$$

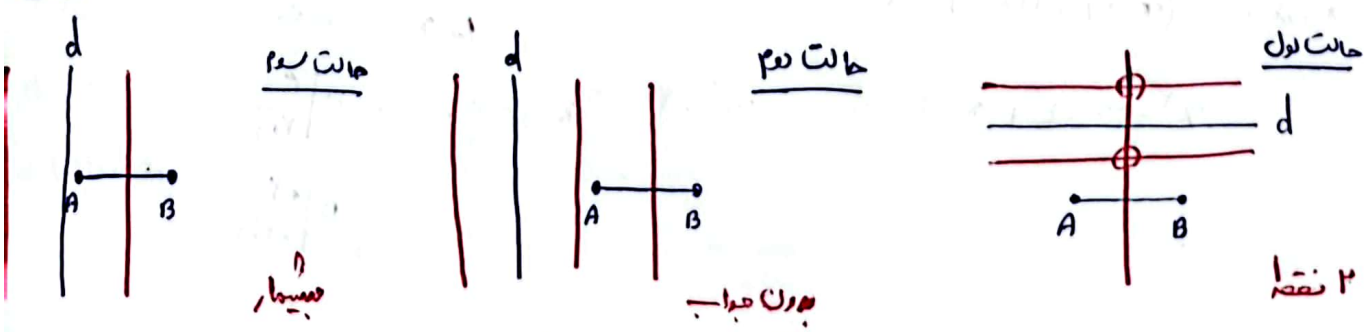
$$\begin{cases}3x-5y=1\\ 4x+2y=10\end{cases}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{6-(-20)}\begin{bmatrix}2 & 5\\ -4 & 3\end{bmatrix}=\frac{1}{26}\begin{bmatrix}2 & 5\\ -4 & 3\end{bmatrix}$$

$$X=\frac{1}{26}\begin{bmatrix}2 & 5\\ -4 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 10\end{bmatrix}=\frac{1}{26}\begin{bmatrix}52\\ 26\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix}$$

۶- مکان هندسی نقاطی که از ۲ نقطه ی ثابت A و B به یک فاصله باشند خط عمود منصف پاره خط AB است

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ثابت ۳ باشند ۲ خط موازات خط d در ۲ طرف خط d هستند



www.kanoon.ir

CamScanner

۷- الف)

$x^2+y^2-4x+6y+m=0$

$(x-\frac{4}{2})^2+(y+\frac{6}{2})^2-\frac{52}{4}+m=0 \longrightarrow (x-2)^2+(y+3)^2=\frac{52}{4}-m>0$

$\frac{52}{4}-m>0 \longrightarrow \boxed{m<\frac{52}{4}}$

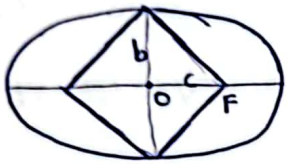
ب)

$C: x^2+y^2=1$ $\quad O\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.$ $\quad R=1$ $\quad OO'=\sqrt{10}$

$C': (x-3)^2+(y-1)^2=1$ $\quad O'\left|\begin{matrix}3\\1\end{matrix}\right.$ $\quad R'=1$ $\quad R+R'=2$ $\quad OO'>R+R'$

۲ دایره متخارج هستند.

۸- مساحت مربع مستطیل‌ها با هم برابرند پس داریم



$2b=2c \Rightarrow b=c$

$a^2=b^2+c^2=2c^2 \longrightarrow a=\sqrt{2}c$

خروج از مرکز $e=\frac{c}{a}=\frac{c}{\sqrt{2}c}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

۹-

$D\left|\begin{matrix}4\\\beta\end{matrix}\right.$ $A\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right.$ $A'\left|\begin{matrix}-1\\0\end{matrix}\right.$ $F\left|\begin{matrix}3\\0\end{matrix}\right.$ $F'\left|\begin{matrix}-3\\0\end{matrix}\right.$

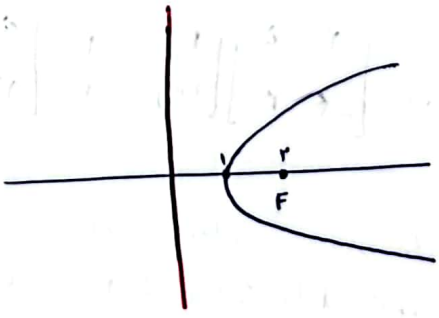
$DF+DF'=2a \qquad \sqrt{(4-3)^2+(\beta-0)^2}+\sqrt{(4+3)^2+(\beta-0)^2}=2\times 8$

$|\beta|+\sqrt{49+\beta^2}=14 \Rightarrow \sqrt{49+\beta^2}=14-|\beta| \xrightarrow{\uparrow 2} 49+\beta^2=256-32|\beta|+\beta^2$

$|\beta|=7 \Rightarrow \beta=\pm 7 \longrightarrow D\left|\begin{matrix}4\\7\end{matrix}\right.$ $D'\left|\begin{matrix}4\\-7\end{matrix}\right.$

۱۰- الف)

سهمی افقی $y^2=4(x-1)$ $\quad S\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right.$ $\quad p=1$



$O\left|\begin{matrix}2\\0\end{matrix}\right.$ $\quad R=4 \longrightarrow (x-2)^2+y^2=9$

$(x-2)^2+4(x-1)=9$

$x^2-4x+4+4x-4=9 \qquad x^2=9 \qquad x=\pm 3 \longrightarrow A\left|\begin{matrix}3\\2\sqrt{2}\end{matrix}\right.$

$B\left|\begin{matrix}+3\\-2\sqrt{2}\end{matrix}\right.$

$\Delta: x=0$ خط‌راری

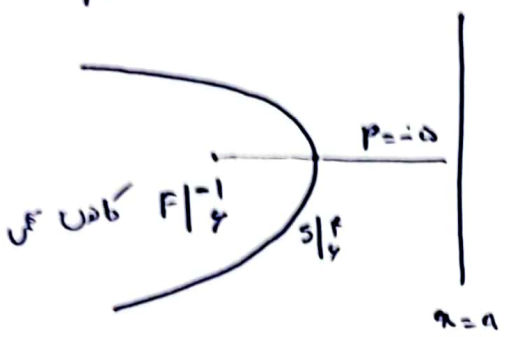
www.kanoon.ir

۱۰- ب)

خط‌های عمودی‌اند پس موازی‌اند

$(y-4)^2 = -20(x-5)$

S|۴ ۴ $x=9$ خط‌های



ج) فاصله کانونی سهمی $= \frac{۳۲\times۳۲}{۸} = ۱۲۸$ m

۱۱- الف) $z=۴$ ب) ناحیه سوم

ج)

$\vec{a} = (۲,۰,-۱)$
$\vec{b} = (۱,۲,۱)$

$a-۲b = (۲,۰,-۱) - ۲(۱,۲,۱) = (۰,-۴,-۳)$

$|\vec{a}-۲\vec{b}| = \sqrt{۰+۱۶+۹} = \sqrt{۲۵} = ۵$

۱۲-

$|a| = ۲$
$|b| = ۲$

$|a+b| = \sqrt{۱۰} \xrightarrow{\uparrow ۲} |a|^2+|b|^2+۲a.b = ۱۰ \longrightarrow ۲a.b = ۲ \longrightarrow a.b = ۱$

$(\vec{a}-۲\vec{b})\cdot(\vec{c}-\vec{b}) = |a|^2 - a.b - ۲b.a + ۲|b|^2 = ۴ - ۲a.b + ۸ = ۱۲ - ۳ = ۹$

۱۳-

$\vec{a}' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b} \longrightarrow \vec{a}' = \frac{۳}{۲}(۱,-۱,۰) = (\frac{۳}{۲},-\frac{۳}{۲},۰)$

$a(۲,-۱,۲),\ b(۱,-۱,۰) \longrightarrow \begin{cases} a.b = ۲+۱+۰ = ۳ \\ |b| = \sqrt{۲} \end{cases}$

۱۴

$A(-۱,۲,۳)$
$B(-۲,۴,۱)$
$C(۱,۳,۵)$

$\overrightarrow{AB} = (-۱,۲,-۲)$
$\overrightarrow{AC} = (۲,۱,۲)$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos A$

$-۲+۲-۴ = \sqrt{۱+۴+۴}\times\sqrt{۴+۱+۴}\cos A$

$-۴ = ۹\cos A \longrightarrow \boxed{\cos A = -\frac{۴}{۹}}$

CamScanner